




МАТЕМАТИКА

ПОШАГОВАЯ
ПОДГОТОВКА

ЕГЭ



**ЭФФЕКТИВНАЯ
МЕТОДИКА
САМОПОДГОТОВКИ**

-  НЕОБХОДИМЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ
-  ЗАДАНИЯ ПО ТЕМЕ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ
-  ТИПОВЫЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ

НЕДЕЛЯ ЗА НЕДЕЛЕЙ



УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
Р59

Роганин, Александр Николаевич.
Р59 ЕГЭ. Математика : пошаговая подготовка / А. Н. Роганин,
Ю. А. Захарийченко, Л. И. Захарийченко. — Москва : Эксмо,
2021. — 320 с. — (ЕГЭ. Неделя за неделей).

ISBN 978-5-04-122327-4

Издание содержит все темы школьного курса математики, необходимые для сдачи ЕГЭ.

Весь материал чётко структурирован и разделён на 36 логических блоков (недель), включающих необходимые теоретические сведения, задания для самоконтроля в виде схем и таблиц, а также в форме ЕГЭ. Изучение каждого блока рассчитано на 2—3 самостоятельных занятия в неделю в течение учебного года. Кроме того, в пособии приводятся тренировочные варианты, цель которых — оценить уровень знаний.

Данное пособие поможет организовать пошаговую подготовку учащихся старших классов к ЕГЭ по математике.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-122327-4

© Роганин А. Н., Захарийченко Ю. А., Захарийченко Л. И., 2021
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2021

СОДЕРЖАНИЕ

	ПРЕДИСЛОВИЕ.....	6
	ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ТЕСТ № 1.....	10
	АЛГЕБРА	
Неделя 1	Действительные числа. Дроби. Проценты	18
Неделя 2	Алгебраические выражения. Алгебраическая дробь. Сокращение дробей. Действия с алгебраическими дробями	24
Неделя 3	Степень с рациональным показателем	32
Неделя 4	Степень с рациональным показателем	40
Неделя 5	Синус, косинус, тангенс, котангенс	46
Неделя 6	Синус, косинус, тангенс, котангенс	54
Неделя 7	Логарифм.....	62
	Тестовые задания к разделу «Алгебра»	68
	УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА	
Неделя 8	Уравнения с одной переменной	70
Неделя 9	Уравнения с одной переменной.....	80
Неделя 10	Уравнения с одной переменной.....	86
Неделя 11	Уравнения с одной переменной.....	96
Неделя 12	Системы уравнений с двумя переменными.....	108
Неделя 13	Неравенства с одной переменной.....	118

Неделя 14	Неравенства с одной переменной	128
Неделя 15	Системы неравенств. Совокупность неравенств	134
	Тестовые задания к разделу «Уравнения и неравенства»	138
	ФУНКЦИИ	
Неделя 16	Функции.....	140
Неделя 17	Функции.....	146
Неделя 18	Обзор основных функций	154
Неделя 19	Обзор основных функций	160
	НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА	
Неделя 20	Производная функции.....	166
Неделя 21	Исследование функций с помощью производной	174
Неделя 22	Первообразная.....	184
	Тестовые задания к разделам «Функции» и «Начала математического анализа»	190
	ГЕОМЕТРИЯ. ПЛАНИМЕТРИЯ	
Неделя 23	Треугольник.....	192
Неделя 24	Многоугольники.....	204
Неделя 25	Окружность	214
	ГЕОМЕТРИЯ. СТЕРЕОМЕТРИЯ	
Неделя 26	Аксиомы стереометрии. Теоремы стереометрии. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Построения в стереометрии. Углы в стереометрии	222
Неделя 27	Многогранники.....	232
Неделя 28	Пирамида. Правильные многогранники.....	240

Неделя 29	Прямой круговой цилиндр	248
Неделя 30	Прямой круговой конус	254
Неделя 31	Шар и сфера.....	262
Неделя 32	Прямая и отрезок, луч. Сравнение и измерение отрезков.....	266
Неделя 33	Скалярные и векторные величины	272
	Тестовые задания к разделу «Геометрия».....	278
	ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	
Неделя 34	Множества и операции над ними. Элементы комбинаторики	280
Неделя 35	Решение практических задач: анализ диаграмм и графиков, анализ информации статистического характера	290
Неделя 36	Вероятность событий: вычисление вероятности событий на основе подсчёта числа исходов	295
	Тестовые задания к разделу «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей»	309
	ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ТЕСТ № 2	310
	ОТВЕТЫ К ТЕСТОВЫМ ЗАДАНИЯМ	317

ПРЕДИСЛОВИЕ

Результаты единого государственного экзамена исключительно важны для выпускника и будущего абитуриента — они учитываются в школьном аттестате и при поступлении в вузы. Получить максимальный балл на ЕГЭ непросто, но с каждым годом увеличивается число выпускников, которые блестяще с этим справляются.

Перед вами уникальное учебное пособие, разработанное педагогами-репетиторами для выпускников, их родителей и коллег-учителей. Издание содержит весь материал школьного курса по математике, необходимый для сдачи ЕГЭ, в соответствии с кодификатором элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения ЕГЭ. Пособие состоит из 3 частей.

Часть 1 — пробный тест в формате ЕГЭ, который позволит учащемуся оценить свой уровень знаний в начале подготовки.

Часть 2 — материал для повторения, проверки и закрепления знаний школьного курса по математике с тестовыми заданиями в формате ЕГЭ. Программа самоподготовки разделена на 36 недель, что позволит учащемуся систематизировать самостоятельную работу в течение года. Объём теоретического материала и заданий каждой недели отбирался авторами таким образом, чтобы проработка его занимала у учащегося не более 2 часов в неделю.

Часть 3 — контрольный тест в формате ЕГЭ, который продемонстрирует уровень подготовки перед сдачей самого экзамена.

Уважаемые выпускники!

Чтобы успешно сдать ЕГЭ, необходимы глубокие знания по математике и умение организовывать свою работу.

Итак,

- 1. Что вы знаете?** Выполните пробный тест. На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из 2 частей, включающих 21 задание. Часть 1 состоит из 9 заданий, которые предполагают краткий ответ. Часть 2 включает 5 заданий с кратким ответом и 7 заданий с развёрнутым ответом. Максимальное количество баллов — 34. Бланк для ответов в конце теста поможет потренироваться в заполнении аналогичного бланка на самом экзамене, ведь от правильности и аккуратности его заполнения во многом зависит ваша будущая оценка. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. Будьте честны с собой! Как вы усвоили материал школьной программы? Если вы не набрали максимального количества баллов, то...
- 2. Что делать?** Весь материал пособия разделен на 36 недель. Выполните тестовые задания, расположенные на полях. Внимательно прочитайте формулировку заданий и постарайтесь понять смысл вопроса. Если вы поняли вопрос, то, скорее всего, вы знаете и ответ на него. Если вы испытываете затруднения при выполнении заданий текущей недели, то повторите теоретический материал. Затем попробуйте выполнить эти задания с опорой на теоретический материал, расположенный рядом. В завершение недели выполните задания из раздела «Контроль знаний», которые позволят закрепить и систематизировать учебный материал недели. В конце раздела проверьте свои знания, выполнив задания повышенной сложности.
- 3. Как провести репетицию ЕГЭ?** Повторив весь школьный курс, представьте себя на экзамене. Пройдите последний тест, подобный тому, который вы будете проходить во время

ЕГЭ, в условиях, максимально приближенных к условиям экзамена. Сидя дома за рабочим столом, представьте себя на экзамене — тогда на ЕГЭ вы будете чувствовать себя как дома.

Верьте в свои силы! Желаем удачи!

Уважаемые родители!

Чем вы можете помочь своему ребенку?

- 1. Организовать систематическую и последовательную подготовку к ЕГЭ.** Большинство подростков ещё не могут правильно планировать своё время, всё откладывают «на потом». От правильного планирования занятий во многом зависит результат подготовки. Выделить 2 часа в неделю в плотном графике современного школьника легче, чем повторить весь материал школьного курса за несколько дней до экзамена.
- 2. Создать благоприятную психологическую обстановку дома.** Даже для самого ответственного ученика экзамен — это испытание, стресс. «Домашняя психотерапия» — это помощь любящих и заботливых близких людей, родителей, которые проверят, напомнят, убедят, уберегут от бессонных ночей накануне экзамена, успокоят и поддержат.
- 3. Быть рядом.** Мы не призываем родителей учить вместе с ребёнком темы и ответы на вопросы. Это первое «взрослое» испытание для учащегося, а не для его родителей! Принимайте участие в делах вашего ребёнка, интересуйтесь его душевным состоянием, настроением. Стараясь помочь, вы дадите своим детям уроки любви, сочувствия, взаимопомощи, научите спокойно и уверенно преодолевать трудности.

Желаем вам удачи и терпения!

Уважаемые коллеги-учителя!

В начале каждой недели приведены темы для повторения из кодификатора элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения ЕГЭ. Каждому разделу и элементу содержания, проверяемым на ЕГЭ, соответствует несколько типов заданий. Задания базового уровня сложности расположены рядом с соответствующим теоретическим материалом. Задания повышенного и высокого уровней сложности расположены в конце каждого раздела. Два тренировочных теста помогут каждому учащемуся определить свой уровень подготовки.

Конечно, ЕГЭ требует специальной подготовки по предмету, но готовиться нужно и к самой форме проведения экзамена. Также при этом необходимы обобщение и систематизация изученного материала. Следует обратить особое внимание на пробелы в знаниях учащегося, допущенные при изучении школьной программы, и устранить их. Надеемся, что наше пособие будет полезно вам в вашей ежедневной работе.

Желаем творческих успехов!

Номер недели

Элементы содержания кодификатора ЕГЭ

Задания базового уровня сложности

НЕДЕЛЯ 19

Содержание недели согласно кодификатору ЕГЭ:

3.3. Основные элементарные функции

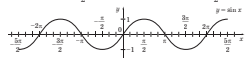
3.3.5. Тригонометрические функции, их графики

3.3.6. Показательная функция, ее график

3.3.7. Логарифмическая функция, ее график

Функция $y = \sin x$

- $D(\sin x) = \mathbb{R}$.
- $E(\sin x) = [-1; 1]$.
- Функция нечетная: $\sin(-x) = -\sin x$.
- Функция периодическая, с наименьшим положительным периодом 2π : $\sin(x + 2\pi) = \sin x$.
- Нули функции: $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
- Промежутки знакопостоянства: $\sin x > 0$, если $x \in (2\pi k; \pi + 2\pi k), n \in \mathbb{Z}$; $\sin x < 0$, если $x \in (\pi + 2\pi k; 2\pi k), n \in \mathbb{Z}$.
- Промежутки монотонности: функция возрастает на каждом из промежутков $(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k), n \in \mathbb{Z}$; функция убывает на каждом из промежутков $(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k), n \in \mathbb{Z}$.
- Экстремумы: $y_{\max} = 1$, если $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, n \in \mathbb{Z}$; $y_{\min} = -1$, если $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, n \in \mathbb{Z}$.



Функция $y = \cos x$

- $D(\cos x) = \mathbb{R}$.
- $E(\cos x) = [-1; 1]$.
- Функция четная: $\cos(-x) = \cos x$.
- Функция периодическая, с наименьшим положительным периодом 2π : $\cos(x + 2\pi) = \cos x$.
- Нули функции: $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
- Промежутки знакопостоянства: $\cos x > 0$, если $x \in (-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k), n \in \mathbb{Z}$; $\cos x < 0$, если $x \in (\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k), n \in \mathbb{Z}$.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Определите наименьшее значение функции $y = 2\sin 3x - 1$.
2. Определите наименьший положительный период функции $y = 3\sin(2\pi x) + 1$.
3. Найдите ординату точки пересечения графика $y = 7 - 3$ с осью Oy.
4. Найдите абсциссу точки пересечения графика функции $y = (\frac{1}{2})^x - 16$ с осью Ox.


=====
19
 =====

НЕДЕЛЯ 19. Функции

- $D(\cos x) = \mathbb{R}$.
- $E(\cos x) = [-1; 1]$.
- Функция четная: $\cos(-x) = \cos x$.
- Функция периодическая, с наименьшим положительным периодом 2π : $\cos(x + 2\pi) = \cos x$.
- Нули функции: $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
- Промежутки знакопостоянства: $\cos x > 0$, если $x \in (-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k), n \in \mathbb{Z}$; $\cos x < 0$, если $x \in (\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k), n \in \mathbb{Z}$.

Функция $y = \operatorname{tg} x$

- $D(\operatorname{tg} x) = x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
- $E(\operatorname{tg} x) = \mathbb{R}$.
- Функция нечетная: $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$.
- Функция периодическая, с наименьшим положительным периодом π : $\operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg} x$.
- Нули функции: $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
- Промежутки знакопостоянства: $\operatorname{tg} x > 0$, если $x \in (\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n), n \in \mathbb{Z}$; $\operatorname{tg} x < 0$, если $x \in (-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n), n \in \mathbb{Z}$.
- Промежутки монотонности: функция возрастает на каждом из промежутков $(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n), n \in \mathbb{Z}$.
- Экстремумов нет



Функция $y = \operatorname{ctg} x$

- $D(\operatorname{ctg} x) = x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
- $E(\operatorname{ctg} x) = \mathbb{R}$.
- Функция нечетная: $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$.
- Функция периодическая, с наименьшим положительным периодом π : $\operatorname{ctg}(x + \pi) = \operatorname{ctg} x$.

=====
19
 =====

Повторяемый раздел

Теоретический материал для повторения

Задания для закрепления и систематизации знаний

Номер текущей недели


НЕДЕЛЯ 5. Алгебра

КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ


=====
19
 =====

• Нарисуй отрезок на одной из координатных осей отрезок, соответствующий:

a) $\sin \alpha$



б) $\cos \alpha$



• Запиши формулы для тангенса и котангенса:

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

• Запиши основное тригонометрическое тождество:

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

• Соедини соответствующие части равенств для тригонометрических соотношений:

$\sin^2 \alpha =$	1
$\cos^2 \alpha =$	$\frac{1}{\sin^2 \alpha}$
$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha =$	$1 - \sin^2 \alpha$
$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha =$	$\frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$
$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha =$	$1 - \cos^2 \alpha$
$\operatorname{tg} \alpha =$	$\frac{1}{\cos^2 \alpha}$

Ответы на тестовые задания в неделе 5

1 — 0,6; 2 — 0,6; 3 — 12,5; 4 — 0,5; 5 — 10 см; 6 — 9; 7 — 12; 8 — -0,025; 9 — 0,75; 10 — 72; 11 — 0,55.

Ответы к заданиям базового уровня сложности текущей недели

8

Задания повышенного и высокого уровней сложности к изученному разделу

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ К РАЗДЕЛУ «АЛГЕБРА»

1. Найдите значение выражения $\sqrt{19-a} + \sqrt{10-a}$, если $\sqrt{19-a} - \sqrt{10-a} = 1$.

2. Упростите выражение $\frac{3}{1-x^2} + \frac{3}{1+x^2} + \frac{6}{1+x^4} + \frac{12}{1+x^8} + \frac{24}{1+x^{16}} + \frac{48}{1+x^{32}}$.

3. На сколько процентов снизится цена товара, если сначала ее снизили на 10%, а потом еще на 20%?

4. Цена первого товара повысилась на 30%, а потом еще на 5%. Цена второго товара повысилась на 25%. После повышения цены товаров сравняли. Найдите, на сколько процентов первоначальная цена одного товара больше первоначальной цены второго товара.

5. Найдите значение выражения $\sqrt{20+14\sqrt{2}} + \sqrt{20-14\sqrt{2}}$.

6. Найдите, при каких значениях a и b многочлен $x^2 + 6x^2 + 3x^2 + ax + b$ делится без остатка на многочлен $x^2 + 4x + 2$.

7. Вычислите $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{24}{25} - 3 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}\right)$.

8. Найдите $\log_4 24$, если $\log_2 15 = a$, $\log_2 8 = b$.

НЕДЕЛЯ 7. Алгебра
68
69

Тренировочный тест в формате ЕГЭ

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ТЕСТ № 1

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа, затем перенесите его в бланк ответов №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

1. В университете учатся 2975 студентов, из них 1575 юношей. На сколько процентов юношей учатся больше чем девушек?

2. На диаграмме (см. рис.) изображено количество мушкетеров, переоборудованного автомобиля в течение каждого часа 12 мая 2016 г. По горизонтали указано время работы в часах, по вертикали — количество мушкетеров (в кг). Найдите суммарное количество мушкетеров, переоборудованного в период времени с 11.00 до 15.00 этого дня.

3. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена пятиугольная фигура (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

4. Трое счастливых выиграла в лотерею суммы, относящиеся друг к другу как 3:4:6. Если разность между наибольшим выигрышем и наименьшим выигрышем составляет 1,5 миллиона рублей, то чему равен весь призовой фонд лотереи в данном розыгрыше? Сумму укажите в миллионах.

5. Решите уравнение $2^x = 56 - \frac{25}{8}$.

6. В треугольнике ABC BD — высота, угол A равен 45° , $AD = 4$, $\sin C = 0,25$. Найдите BC .

7. Касательная, проведенная к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$, имеет вид $y = \frac{22-24x}{5}$. Найдите значение производной $f'(1)$.

8. Найдите наибольшее значение угла ABF , если точка F лежит на одной из сторон AE , ED , CD или BC правильного пятиугольника $ABCDE$ (см. рис.). Величину угла укажите в градусах.

9. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{25}} - 2 \frac{22+4\sqrt{6}}{64-6\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{34} + \sqrt{44}}$.

10. Мотоциклист и велосипедист одновременно выехали навстречу друг другу из пунктов A и B , расстояние между которыми составляет 56 км, и встретились в пункте C , после чего продолжили свой путь. Расстояние от пункта C до пункта B мотоциклист проехал за 24 минуты, а велосипедист преодолел расстояние от пункта C до пункта A за 2 часа 30 минут. Найдите скорость мотоциклиста в км/ч.

11. Некоторое предприятие выпускает продукцию x (тыс. единиц). При этом сумма общих ежемесячных расходов вычисляется по формуле $y = 940 + 5,2x$ тыс. рублей. Определите количество выпущенной в октябре 2015 года продукции (в тыс. единиц), если общие расходы за октябрь составили 1018 тыс. рублей.

12. На рисунке изображена прямоугольная система координат и две точки A и M , которые принадлежат касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точке M . Найдите $f'(10)$.

Тренировочный тест № 1
10
11
Тренировочный тест № 1

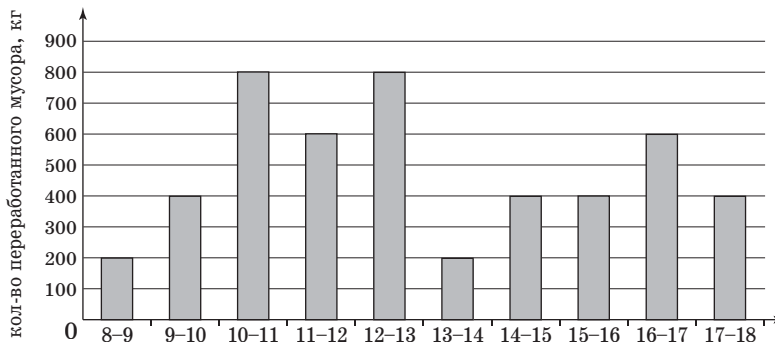
ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ТЕСТ № 1

Часть 1

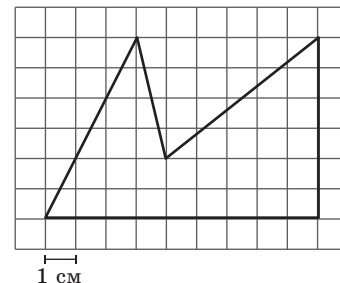
Ответом к заданиям 1—12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа, затем перенесите его в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

1. В университете учатся 2975 студентов, из них 1575 юношей. На сколько процентов юношей учится больше чем девушек?

2. На диаграмме (см. рис.) приведено количество мусора, переработанного некоторым заводом в течение каждого часа 12 мая 2016 г. По горизонтали указано время работы в часах, по вертикали — количество мусора (в кг). Найдите суммарное количество мусора, переработанного в период времени с 11.00 до 15.00 этого дня.



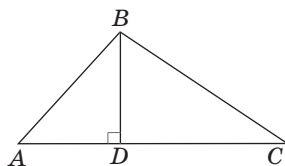
3. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображён пятиугольник (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



4. Трое счастливцев выиграли в лотерею суммы, относящиеся друг к другу как 3:4:6. Если разность между наибольшим выигрышем и наименьшим выигрышем составляет 1,5 миллиона рублей, то чему равен весь призовой фонд лотереи в данном розыгрыше? Сумму укажите в миллионах.

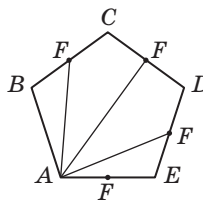
5. Решите уравнение $2^x \cdot 50 = \frac{25}{8}$.

6. В треугольнике ABC BD — высота, угол A равен 45° , $AD = 4$, $\sin C = 0,25$. Найдите BC .



7. Касательная, проведённая к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$, имеет вид $y = \frac{32 - 23x}{5}$. Найдите значение производной $f'(1)$.

8. Найдите наибольшее значение угла ABF , если точка F лежит на одной из сторон AE , ED , CD или BC правильного пятиугольника $ABCDE$ (см. рис.). Величину угла укажите в градусах.



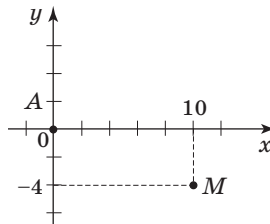
Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{25}} - 3 \cdot \frac{22 + 4\sqrt{6}}{64 - 6\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{54} + \sqrt{44}}$.

10. Мотоциклист и велосипедист одновременно выехали навстречу друг другу из пунктов A и B , расстояние между которыми составляет 56 км, и встретились в пункте C , после чего продолжили свой путь. Расстояние от пункта C до пункта B мотоциклист проехал за 24 минуты, а велосипедист преодолел расстояние от пункта C до пункта A за 2 часа 30 минут. Найдите скорость мотоциклиста в км/ч.

11. Некоторое предприятие выпускает продукцию x (тыс. единиц). При этом сумма общих ежемесячных расходов вычисляется по формуле $y = 940 + 5,2x$ тыс. рублей. Определите количество выпущенной в октябре 2015 года продукции (в тыс. единиц), если общие расходы за октябрь составили 1018 тыс. рублей.

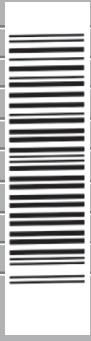
12. На рисунке изображена прямоугольная система координат и две точки A и M , которые принадлежат касательной, проведённой к графику функции $y = f(x)$ в точке M . Найдите $f'(10)$.



Для записи решений и ответов на задания 13—19 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- 13.** Найдите все пары $(x; y)$, которые являются решениями неравенства $y + y^2 + \sqrt{y - 3xy - 4x^2} \leq 7xy$.
- 14.** В треугольнике ABC биссектрисы BD и AE углов B и A пересекаются в точке O . Найдите длину стороны AC , если $AB = 12$, $OA : OE = 3 : 2$ и $AD : DC = 6 : 7$.
- 15.** При каких значениях параметра a система уравнений
- $$\begin{cases} 2^{x+1} + (a^2 - 6a) \sin 2y = 4, \\ 2^x - 8 \sin y \cos y = a \end{cases} \text{ имеет решения?}$$
- 16.** Дана правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$, у которой боковое ребро в два раза больше стороны основания. Точка G принадлежит ребру SB , а точки E, F, K, L — середины рёбер AD, AS, CS, DC соответственно. Найдите отношение площади сечения $EFGKL$ к площади основания $ABCD$.
- 17.** На сколько процентов увеличится реальная заработная плата, если цены на все продовольственные и непродовольственные товары уменьшатся на 20%?
- 18.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\arccos(1 + |x - a|) = 2x^2 + 5a - 18$ имеет решение.
- 19.** Натуральное число N , состоящее из 2012 цифр, кратно 9. Пусть x — сумма цифр числа N , y — сумма цифр числа x , z — сумма цифр числа y . Найдите все возможные значения числа z .

Бланк ответов №2



Регион	Код предмета	Название предмета	Резерв - 8
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Дополнительный бланк ответов №2	<input type="text"/>	Лист № 1	<input type="text"/>

Перепишите значение полей «регион», «код предмета», «название предмета» из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задание типа С, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например С1.
Условия задания переписывать не нужно.

ВНИМАНИЕ! Все бланки и листы с контрольными измерительными материалами рассматриваются в комплекте.

<div style="text-align: center;">[Empty grid for writing answers]</div>

Ответы к тренировочному тесту № 1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	12,5	7	-4,6
2	2000	8	108
3	33	9	-1,2
4	6,5	10	40
5	-4	11	15
6	16	12	-0,4

13. Ответ: $(0; 0); \left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

Указания к оцениванию	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Ответ неверен, но получена оценка выражения с использованием области определения подкоренного выражения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

14. Ответ: 9.

Указания к оцениванию	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Способ нахождения длины стороны треугольника правильный, но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

15. Ответ: $a \in (2 - 2\sqrt{3}; 2] \cup [6; +\infty)$.

Указания к оцениванию	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Способ нахождения количества корней правильный (графический), но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

16. Ответ: $\frac{5\sqrt{2}}{8}$.

Указания к оцениванию	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Ответ неверен, но правильно найдены площадь многоугольника $EFGKL$ либо площадь его ортогональной проекции на плоскость основания пирамиды.	2
Ответ неверен, но правильно найдены некоторые стороны многоугольника $EFGKL$ либо косинус угла между плоскостью этого многоугольника и плоскостью основания пирамиды.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

17. Ответ: 25.

Указания к оцениванию	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Получено верное выражение, но допущена вычислительная ошибка, приведшая к неверному ответу	2
Ответ получен, решение в целом верное, но либо недостаточно обоснованное, либо содержит вычислительные погрешности, в результате которых ответ может быть неверным.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

18. Ответ: $a_1 = -4,5$; $a_2 = 2$.

Указания к оцениванию	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Ответ получен, решение в целом верное, но либо недостаточно обоснованное, либо содержит вычислительные погрешности, в результате которых ответ может быть неверным.	3
Верно получены условия на значения a с применением области значений обратной тригонометрической функции.	2
Верно получены соотношения между переменными x и a с применением области определения обратной тригонометрической функции.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

19. Ответ: $z = 9$.

Указания к оцениванию	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Верно получены условия на значения z , но недостаточно обоснована единственность.	3
Верно получены условия на значения y .	2
Верно получены условия на значения x .	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

НЕДЕЛЯ 1

Элементы содержания, проверяемые на ЕГЭ:

- 1.1. Числа, корни и степени
 - 1.1.1. Целые числа
 - 1.1.3. Дроби, проценты, рациональные числа
- 1.4. Преобразования выражений
 - 1.4.6. Модуль (абсолютная величина) числа

АЛГЕБРА

ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Числа, которые используются для счета предметов: $1, 2, 3, \dots$. $N = \{1; 2; 3; \dots\}$ образуют множество **натуральных чисел**.

Натуральные числа $1, 2, 3, \dots$, противоположные им числа $-1, -2, -3, \dots$ и число 0 образуют множество целых чисел. $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ — множество **целых чисел**.

Числа, которые можно представить в виде $\frac{m}{n}$, где $m \in Z, n \in N$, называют **рациональными**. Множество рациональных чисел обозначают символом Q . Любое рациональное число — бесконечная периодическая десятичная дробь.

Числа, которые нельзя представить в виде $\frac{m}{n}$, где $m \in Z, n \in N$, называют **иррациональными**. Иррациональные числа — бесконечные непериодические десятичные дроби. Например: $\sqrt{2}, \pi = 3,1415926\dots, e = 2,7182818\dots$ — иррациональные числа.

Объединение рациональных и иррациональных чисел называют **действительными числами**. Множество действительных чисел обозначают символом R . $N \supset Z \supset Q \supset R$. Действительные числа — бесконечные десятичные дроби.

Арифметические действия над натуральными числами

В арифметике определены 2 основных арифметических действия: сложение и умножение.

Закон \ Действие	Сложение	Умножение
Переместительный, или коммутативный закон	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Сочетательный, или ассоциативный закон	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Распределительный, или дистрибутивный закон	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	

**Делимость натуральных чисел.
Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10**

Число делится на	2	если его последняя цифра чётная
	5	если его последняя цифра 0 или 5
	3	если сумма его цифр делится на 3
	9	если сумма его цифр делится на 9
	10	если его последняя цифра 0
	4	если число, составленное из последних двух цифр, делится на 4
	25	если число, составленное из последних двух цифр, делится на 25

Модуль (абсолютная величина) числа

Модулем (абсолютной величиной) действительного числа a называется само это число, если $a \geq 0$, и противоположное число $-a$, если $a < 0$. Модуль числа a обозначается $|a|$. Таким образом,

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

Геометрически $|a|$ означает расстояние на координатной прямой от начала отсчета до точки, изображающей число a . $|a - b|$ — расстояние от точки a до точки b .

$$|a| \geq 0; \quad |-a| = |a|; \quad a \leq |a|;$$

$$|a + b| \leq |a| + |b|;$$

$$|a + b| \geq |a| - |b|;$$

$$|a - b| \geq |a| - |b|;$$

$$|a - b| \leq |a| + |b|;$$

$$|a_1 + a_2 + \dots + a_n| \leq |a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}; \quad b \neq 0;$$

$$|ab| = |a| \cdot |b|;$$

$$|a^n| = |a|^n; \quad n \in \mathbb{N};$$

$$|a|^2 = a^2;$$

$$|a|^{2k} = a^{2k}, \quad k \in \mathbb{N}$$

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1

1. Шоколадный батончик стоит 6 рублей 30 копеек. Какое наибольшее число шоколадных батончиков можно купить на 50 рублей?

2
3
4
5

2. Фёдор решил подарить Екатерине на праздник букет из нечётного числа роз. Одна роза стоит 70 рублей. Из какого наибольшего числа роз он сможет купить Екатерине букет на 400 рублей?

6
7
8
9
10

3. Вычислите значение выражения $8^4 \cdot 3^7 : 12^5$.

11
12
13

4. Упростите выражение $\frac{(7x^3)^2 \cdot (3y)^3}{(21x^2y)^3}$.

14
15
16

5. Ручка стоит 5 рублей 40 копеек. Какое наибольшее число таких ручек можно купить на 70 рублей?

17
18
19

==== **ДЛЯ ЗАМЕТОК** =====

20
21
22
23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

6. Дезодорант стоит 180 рублей. Какое наибольшее число дезодорантов можно купить на 800 рублей во время распродажи, если скидка составляет 25%?

7. Карандаш стоит 60 рублей. Какое наибольшее число таких карандашей можно будет купить на 500 рублей после повышения цены на 15%?

8. Линейка стоит 10 рублей. Какое наибольшее число таких линеек можно будет купить на 300 рублей после повышения цены на 20%?

9. Флакон шампуня стоит 120 рублей. Какое наибольшее количество флаконов можно купить на 700 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35%?

==== для ЗАМЕТОК =====

НЕДЕЛЯ 1. Алгебра

Таблица знаков при арифметических действиях с действительными числами

При умножении	При делении
$(+) \cdot (+) = (+)$	$(+) : (+) = (+)$
$(-) \cdot (-) = (+)$	$(-) : (-) = (+)$
$(+) \cdot (-) = (-)$	$(+) : (-) = (-)$
$(-) \cdot (+) = (-)$	$(-) : (+) = (-)$

Правило раскрытия скобок

Если перед скобками стоит знак «+», то, раскрывая скобки, нужно сохранить знак каждого слагаемого суммы, заключённой в скобки. Например:

$$2,3 + (15,6 - 11) = 2,3 + 15,6 - 11 = 17,9 - 11 = 6,9.$$

Если перед скобками знак «-», то, раскрывая скобки, нужно знаки слагаемых поменять на противоположные. Например:

$$36,28 - (-29,77 + 36,28) = 36,28 + 29,77 - 36,28 = (36,28 - 36,28) + 29,77 = 29,77.$$

ДРОБИ

Основное свойство дроби

Две дроби $\frac{a}{b}$ и $\frac{m}{n}$ называются равными, если

$$a \cdot n = b \cdot m.$$

Например, $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ (так как $3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$); $\frac{5}{7} = \frac{15}{21}$ (так как $5 \cdot 21 = 7 \cdot 15$).

Основное свойство дроби: если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится дробь, равная данной:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} = \frac{\frac{a}{k}}{\frac{b}{k}}.$$

Например, $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ (дробь справа получается из дроби слева умножением её числителя и знаменателя на 2); $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ (разделили числитель и знаменатель дроби слева на 6).