Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

М. П. САРИНА

МЕХАНИКА

ЗАДАЧИ С ПРИМЕРАМИ РЕШЕНИЯ

Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК
2025

УДК 531(076.2)
С201

Рецензенты:

канд. физ.-мат. наук, доцент *И. Б. Формусатик*
канд. физ.-мат. наук,
старший научный сотрудник ИНГГ СО РАН *Н. В. Штабель*

Сарина М. П.

С201 Механика. Задачи с примерами решения: учебное пособие / М. П. Сарина. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2025. – 95 с.

ISBN 978-5-7782-5429-9

В учебном пособии представлены задачи по основным разделам механики из курса общей физики. Каждый раздел начинается с основных формул, которые необходимы при решении задач, затем представлены примеры их решения и задачи для самостоятельного решения. Учебное пособие может быть использовано преподавателями и студентами при изучении раздела «Механика».

УДК 531(076.2)

ISBN 978-5-7782-5429-9

© Сарина М. П., 2025
© Новосибирский государственный технический университет, 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

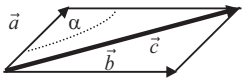
1. Введение. Изменение импульса тела 3
2. Элементы кинематики 11
3. Центр масс системы материальных точек 22
4. Система центра инерции 25
5. Закон сохранения импульса 27
6. Работа, энергия, мощность 32
7. Закон сохранения энергии 39
8. Кинематика вращательного движения 44
9. Момент инерции твердого тела 47
10. Кинетическая энергия вращательного движения твердого тела 52
11. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела 55
12. Закон сохранения момента импульса 63
13. Работа внешних сил при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси 68
14. Элементы специальной теории относительности. Релятивистская кинематика 71
15. Элементы специальной теории относительности. Релятивистская динамика 80
Ответы к задачам для самостоятельного решения 85
Библиографический список 93

1. ВВЕДЕНИЕ. ИЗМЕНЕНИЕ ИМПУЛЬСА ТЕЛА

В физике встречаются два типа физических величин: скалярные (температура, время, путь …) и векторные (скорость, импульс, сила …). Для векторных величин кроме численного значения (модуля вектора) всегда необходимо указывать направление. Действия с векторами отличаются от обычных алгебраических действий и проводятся по правилам векторной алгебры. *Поэтому при решении задач с векторными величинами всегда должен быть поясняющий рисунок*. Если искомый вектор не показан на рисунке, то решение задачи не имеет смысла.

Векторные величины обозначаются буквой со стрелкой вверху $\vec{a}$, а если мы говорим о модуле вектора, то можно записывать двумя способами: a или $|\vec{a}|$.

Если вектор $\vec{c}$ является суммой двух векторов $\vec{b}$ и $\vec{a}$, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, то длину вектора нельзя находить просто как сумму длин векторов $\vec{b}$ и $\vec{a}$ $c \neq a + b$.



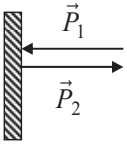
В этом случае длина вектора $|\vec{c}|$ находится по теореме косинусов:

$$|\vec{c}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha}.$$

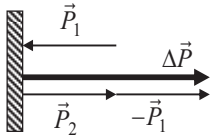
Обратите внимание, что в теореме косинусов нужно брать угол *напротив* искомой стороны.

Задача 1. Шарик массой $m = 100$ г летит перпендикулярно по направлению к неподвижной стене со скоростью $V = 5$ м/с и после столкновения упруго отскакивает от нее. Найти изменение импульса шарика за время удара о стенку.

Дано:	Если шарик упруго отскакивает от стенки, это означает, что его импульс после удара равен по модулю импульсу до удара, но имеет противоположное направление. Покажем на рисунке импульсы шарика до удара $\vec{P}_1$ и после удара $\vec{P}_2$.
$m = 100$ г $= 0{,}1$ кг, $V = 5$ м/с	
$\Delta\vec{P} = ?$	



По определению, изменение импульса $\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1$. Изобразим этот вектор, пользуясь правилом вычитания векторов: сначала надо нарисовать вектор $\left(-\vec{P}_1\right)$, который направлен в противоположную сторону $\vec{P}_1$ и равен ему по длине, а затем сложить два вектора $\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 + \left(-\vec{P}_1\right)$.



Из рисунка видно, что длина вектора

$$\left|\Delta\vec{P}\right| = \left|\vec{P}_2\right| + \left|\vec{P}_1\right|.$$

В условии задачи сказано, что шарик отскакивает от стены упруго, это означает, что его импульс по модулю не изменился, $\left|\vec{P}_2\right| = \left|\vec{P}_1\right|$, следовательно,

$$\left|\Delta\vec{P}\right| = 2\left|\vec{P}_1\right| = 2m\left|\vec{V}\right| = 2 \cdot 0{,}1 \cdot 5 = 1 \ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

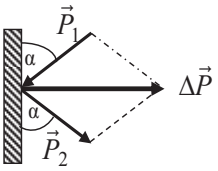
Ответ: $\left|\Delta\vec{P}\right| = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Задача 2. Шарик массой $m = 50$ г налетает на стенку под углом $\alpha = 30°$ к ней со скоростью $V = 2$ м/с и после столкновения упруго отскакивает от стенки. Найти изменение импульса шарика за время удара о стенку.

Дано:
$m = 50$ г $= 0,05$ кг,
$V = 2$ м/с,
$\alpha = 30°$.

$\Delta\vec{P} = ?$

Нарисуем импульсы шарика до удара $\left(\vec{P}_1\right)$ и после удара $\left(\vec{P}_2\right)$.



По условию задачи шарик отскакивает от стенки упруго, т. е. под тем же углом α и с таким же по модулю импульсом:

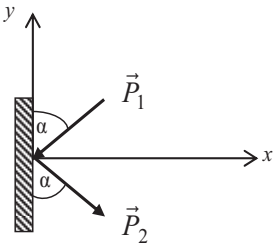
$$\left|\vec{P}_2\right| = \left|\vec{P}_1\right|.$$

Вектор изменения импульса $\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1$ построен по правилам векторной алгебры и показан на рисунке. Его длина (модуль)

$$\left|\Delta\vec{P}\right| = 2\left|\vec{P}_1\right|\cos(90° - \alpha) = 2\left|\vec{P}_1\right|\sin\alpha =$$

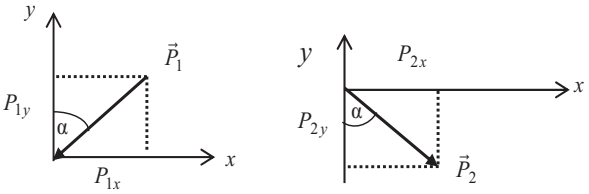
$$= 2m\left|\vec{V}\right|\sin 30° = 2 \cdot 0,05 \cdot 2 \cdot 0,5 = 0,1 \ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Задачу можно решить и координатным способом, разложив векторы на проекции на оси координат.



Векторные величины можно записывать через их проекции на оси координат и единичные орты осей $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$:

$$\vec{P}_1 = p_{1x}\vec{i} + p_{1y}\vec{j}, \quad \vec{P}_2 = P_{2x}\vec{i} + P_{2y}\vec{j},$$



$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \left(P_{2x}\vec{i} + P_{2y}\vec{j}\right) - \left(P_{1x}\vec{i} + P_{1y}\vec{j}\right) =$$
$$= (P_{2x} - P_{1x})\vec{i} + (P_{2y} - P_{1y})\vec{j}.$$

Проекция вектора $\vec{P}_1$ на ось x $P_{1x} = -P_1 \sin 30°$, знак «минус» появляется из-за того, что вектор и ось x направлены в противоположные стороны. Проекция вектора $\vec{P}_1$ на ось y $P_{1y} = -P_1 \cos 30°$.

Аналогично $P_{2x} = P_2 \sin 30°$ и $P_{2y} = -P_2 \cos 30°$. Тогда

$$\vec{P} = (P_{2x} - P_{1x})\vec{i} + (P_{2y} - P_{1y})\vec{j} =$$
$$= \left(P_2 \sin 30° - (-P_1 \sin 30°)\right)\vec{i} + \left(-P_2 \cos 30° - (-P_1 \cos 30°)\right)\vec{j} =$$
$$= \left(P_1 \sin 30° + P_1 \sin 30°\right) + \left(-P_1 \cos 30° + P_1 \cos 30°\right)\vec{j} =$$
$$= 2P_1 \sin 30°\vec{i} = 0{,}1\vec{i}.$$

Таким образом, искомый вектор направлен вдоль оси *x* и его длина $0{,}1\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Ответ: $\left|\Delta\vec{P}\right| = 0{,}1\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

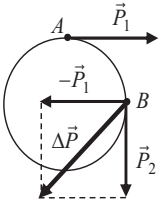
Задача 3. Материальная точка массой $m = 50$ г равномерно движется по окружности со скоростью $V = 2$ м/с. Найти изменение импульса материальной точки после того, как она пройдет четверть окружности.

Дано:
$m = 50$ г $= 0,05$ кг,
$V = 2$ м/с.

$\Delta\vec{P} = ?$

Нарисуем импульсы точки $\vec{P}_1$ в начальном положении (точка A) и через четверть окружности $\vec{P}_2$ (точка B). Импульс в каждой точке направлен по касательной к окружности.

Изменение импульса $\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1$. Точка движется равномерно, поэтому по модулю импульсы не меняются $\left|\vec{P}_2\right| = \left|\vec{P}_1\right|$. Длину вектора $\Delta\vec{P}$ можно найти из теоремы Пифагора.



$$\left|\Delta\vec{P}\right| = \sqrt{\left|\vec{P}_2\right|^2 + \left|\vec{P}_1\right|^2} = \sqrt{\left|\vec{P}_1\right|^2 + \left|\vec{P}_1\right|^2} =$$

$$= \sqrt{2}\left|\vec{P}_1\right| = \sqrt{2}m\left|\vec{V}\right| = \sqrt{2}\cdot 0,05\cdot 2 = 0,14\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}.$$

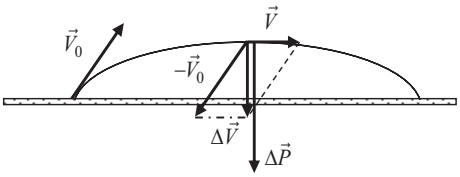
Ответ: $\left|\Delta\vec{P}\right| = 0,14\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 4. Тело массой $m = 300$ г брошено под углом $\alpha = 45°$ к горизонту с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с. Найти изменение импульса тела в верхней точке траектории.

Дано:
$m = 300$ г $= 0,3$ кг,
$V_0 = 10$ м/с,
$\alpha = 45°$.

$\Delta\vec{P} = ?$

Нарисуем траекторию движения тела.



Скорость тела направлена по касательной к траектории, в нижней точке под углом $\alpha = 45°$ к горизонту, как сказано в условии задачи,

а в верхней точке траектории скорость направлена горизонтально. Кроме того, на тело вдоль горизонтальной оси не действуют никакие силы (сопротивлением воздуха пренебрегаем), поэтому горизонтальная проекция скорости не изменится в процессе движения и скорость тела в верхней точки траектории

$$V = V_0 \cos\alpha .$$

Чтобы найти вектор изменения импульса $\Delta\vec{P}$, достаточно найти вектор изменения скорости, а затем умножить полученное значение на массу:

$$\Delta\vec{V} = \vec{V} - \vec{V}_0 .$$

Вектор изменения скорости $\Delta\vec{V}$, построенный по правилам вычитания векторов, направлен вертикально вниз, поскольку горизонтальная проекция скорости не меняется (длина горизонтальной пунктирной линии равна длине вектора $\vec{V}$) и его длина

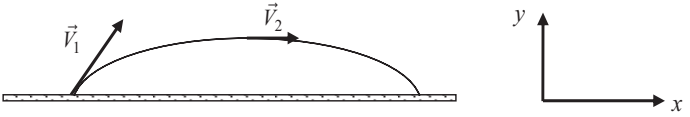
$$\left|\Delta\vec{V}\right| = \Delta V = V_0 \sin\alpha = 10\frac{\sqrt{2}}{2} = 7 \text{ м/с}.$$

Осталось найти вектор изменения импульса ΔP:

$$\Delta P = m\Delta V = 7 \cdot 0{,}3 = 2{,}1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Направление вектора $\Delta\vec{P}$ совпадает с направлением вектора $\Delta\vec{V}$ и показано на рисунке.

Если решать эту задачу координатным способом, то сначала надо записать проекции скоростей (или импульсов) на оси *x* и *y*.



$$V_{1x} = V_0 \cos 45°,\ V_{1y} = V_0 \sin 45°, \quad V_{2x} = V_0 \cos 45°,\ V_{2y} = 0.$$

$$\vec{V} = (V_{2x} - V_{1x})\vec{i} + (V_{2y} - V_{1y})\vec{j} =$$

$$= \left(V_0 \cos 45° - V_0 \cos 45°\right)\vec{i} + \left(0 - V_0 \sin 45°\right)\vec{j} =$$

$$= -V_0 \sin 45° \vec{j} = -10\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} = -7\vec{j} \text{ м/с}.$$

Мы получили такое же значение скорости, как и при решении геометрическим способом. Знак «минус» в ответе указывает, что изменение скорости направлено в противоположную сторону от положительного направления оси *y*, т. е. вниз (как и при решении геометрическим способом).

Ответ: $\left|\Delta\vec{P}\right| = 2{,}1\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Шарик массой $m = 200$ г летит перпендикулярно по направлению к неподвижной стене со скоростью $V = 2$ м/с и после столкновения упруго отскакивает от нее. Найти изменение импульса шарика.

2. Шарик массой $m = 100$ г налетает на стенку под углом $\alpha = 45°$ к ней со скоростью $V = 8$ м/с и после столкновения упруго отскакивает от нее. Найти изменение импульса шарика.

3. Молекула массой $m = 4{,}65 \cdot 10^{-26}$ кг, летящая по нормали к стенке сосуда со скоростью $V = 800$ м/с, упруго ударяется о стенку сосуда. Найти изменение импульса молекулы за время удара о стенку.

4. Молекула массой $m = 4{,}65 \cdot 10^{-26}$ кг, летящая под углом $\alpha = 60°$ к нормали к стенке сосуда со скоростью $V = 800$ м/с, упруго ударяется о стенку сосуда. Найти изменение импульса молекулы за время удара о стенку.

5. Шарик массой $m = 200$ г летит перпендикулярно по направлению к неподвижной стене со скоростью $V_1 = 5$ м/с и после столкновения отскакивает от нее со скоростью $V_2 = 4$ м/с. Найти изменение импульса шарика.