

*Моим дорогим землякам
мурманским морякам
посвящается*

Е. К. Белый

Геометрия и морская навигация

Часть первая

Петрозаводск

КарНЦ РАН

2026

УДК 82-93+514

ББК 84-44+22.151

Б43

Рецензенты:

С. С. Платонов, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа ПетрГУ;

П. В. Дружинин, доктор экономических наук, ведущий научный сотрудник Отдела моделирования и прогнозирования регионального развития Института экономики КарНЦ РАН

Белый, Евгений Константинович.

Б43 Геометрия и морская навигация. Часть первая /

Е. К. Белый. – Петрозаводск : КарНЦ РАН,

2026. – 284 с. : ил.

ISBN 978-5-9274-1028-6

Книга содержит беседы о геометрии и вокруг геометрии. Познавательный материал вплетен в сюжет романа-сказки. Материал рассчитан на учащихся девятых и старше классов. Автор надеется, что книга даст читателю надежные опорные точки на тернистом пути познания.

УДК 82-93+514

ББК 84-44+22.151

12+

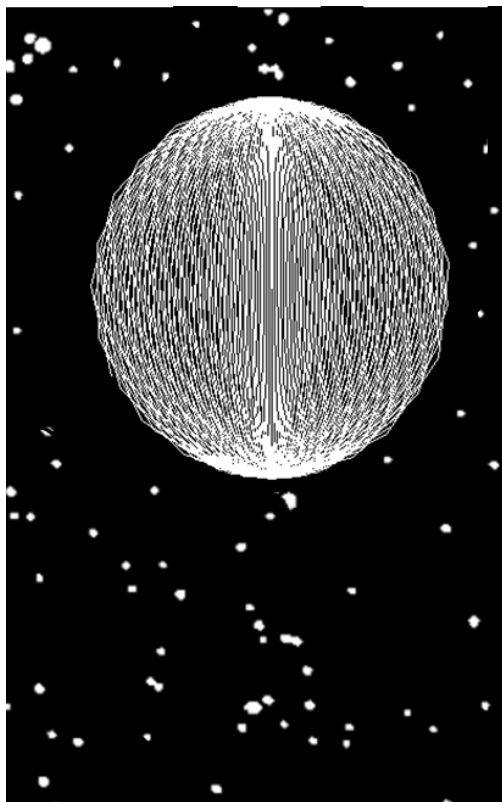
ISBN 978-5-9274-1028-6

© Белый Е. К., 2026

Содержание

Предисловие	8
Глава I. Понедельник	10
§ 1. С чего все началось	10
1.1. Васин совет	12
1.2. Ночной гость	18
§ 2. История футбольного мяча	26
§ 3. Размышления о столбах	34
§ 4. Радиус Земли	45
§ 5. Далеко ли до горизонта?	51
§ 6. Где наш корабль?	56
§ 7. Античная Александрия	66
Глава II. Вторник	77
§ 8. Соизмеримость	79
§ 9. Об измерении протяженностей	88
9.1. Большие протяженности	88
9.2. Небольшие протяженности	96
§ 10. Об измерении углов	100
10.1. Инструменты	100
10.2. Что такое угол?	109
10.3. Радианы и тысячные	117
§ 11. Об измерении времени	128

11.1. Лунный календарь	131
11.2. Солнечный календарь	141
11.3. Часы	148
Глава III. Среда	161
§ 12. Вредная геометрия	162
12.1. Васыны теоремы	162
12.2. Комментарии Боба	180
§ 13. Немного логики	192
13.1. Понятия	193
13.2. Термины	203
13.3. Суждения и умозаключения	211
13.4. Законы правильного мышления	218
13.5. Откуда пришла логика?	221
§ 14. Математическое доказательство	226
14.1. Методы	227
14.2. Принципы	242
§ 15. Размышления об установках	252
§ 16. Школа математических и навигацких наук	259
Греческий алфавит	273
Список литературы	274



*Блестящий, яркий он искрится,
Волшебный шар, кручу, верчу,
И чудо скоро здесь случится,
Но надо знать, чего хочу...*

Стелла Суворова

Предисловие

Представьте замкнутую линию w на плоскости. Линия делит плоскость на внутреннюю и внешнюю области. Внутренняя область – наши знания об окружающем мире. Граница w отделяет «известное» от «неизвестного».



Мы стремимся расширить область «известного». Процесс усвоения новых знаний предполагает опору на ранее приобретенные, и потому неплохо дело идет вблизи границы w . Ну а если мы вырвались далеко в область «неизвестного», – дело дрянь. Кругом дремучий лес, и помощи ждать неоткуда. Ситуация похожа на ту, в которую попадает школьник, начиная изучать геометрию. Ему не хватает «опорных» точек, которыми могут служить не только сведения о предмете познания, но и все, что более-менее близко к нему. Для решения задач нужны навыки математического моделирования, теории

измерений, наконец, логика нужна. А есть ли у учителя время на уроке для рассмотрения тем, лежащих за пределами программы? Конечно, эта книга не избавит читателя от «тягот пути познания». Автор только надеется, что она поможет найти верное направление. Познавательный материал вплетен в сюжет романа-сказки. Книга доступна ученикам девятых и старше классов. Часть материала может быть полезна учителю при подготовке факультативных занятий. В конце каждого параграфа даны ссылки на литературу по соответствующей тематике. Источники, рассчитанные на учителя, помечены звездочкой. Для иллюстрации книги в ряде случаев использованы рисунки из общедоступных источников Интернета.

Будем рады любым вашим замечаниям и предложениям, которые вы можете отправить по адресу:

`kurs_belyi1@mail.ru`

Ваши замечания и предложения очень помогут автору при подготовке к изданию второй части книги.

Евгений Белый, декабрь 2025



Глава I. Понедельник

Начало недели не предвещало ничего хорошего.

§ 1. С чего все началось

Юра сидел на задней парте и размышлял о превратностях судьбы, покручивая в руке массивный стальной шар – брелок для ключей в виде футбольного мяча. Говорят: «Получил двойку за Евгения Онегина». Будто двойка предназначалась Онегину, но, как стрела, выпущенная плохим лучником, попала не по адресу. Надо отдать должное Юре, он не винил в случившемся героя романа. Онегин жил в другую эпоху. Сейчас бы они с Татьяной не стали заморачиваться письмами, а обменялись «смайликами». Впрочем, не литература была причиной Юриных тяжких дум. Все гораздо серьезнее. Безжалостно рушилось давно построенное в мечтах великолепное здание будущего. Будущего, в котором он, бравый моряк Юра Чайкин, в черном бушлате бодро шагает по набережной к пирсу, где его ждет большой корабль, на котором он

отправится в дальний поход навстречу ветрам, штормам и самым невероятным приключениям. Теперь это только мечты. И виной тому не Онегин и не Римма Сергеевна. Сразу после девятого класса Юра собирался в Нахимовское училище, чтобы стать настоящим моряком, как отец. Для поступления нужны баллы. А они теперь вместе с Юриными мечтами уходят в голубую даль. Из-за геометрии! Той самой, которую более двух тысяч лет назад сочинил античный злодей Евклид, чтобы до скончания веков мучить новые и новые поколения школьников. И придется несостоявшемуся моряку сидеть на берегу на «главном месте». Думаешь, это кресло начальника? Ничего подобного! Скажи на перемене любому школьнику: «У тебя главное место в мелу» и смотри, что он начнет отряхивать.

Через неделю опять контрольная... Юра попробовал направить мысли в конструктивное русло. Для моряка безвыходных ситуаций не бывает. Он бросил взгляд на брелок, провел рукой по шву, отделяющему пятиугольник от шестиугольника. Красота футбольного мяча завораживала. «Эх. Если б он был волшебным», — подумал Юра, и его губы сами прошептали:

— Как мне быть, чудесный шар?

— Поговори с Васей, — тихо прошептал то ли шар, то ли внутренний голос.

Юра подпрыгнул от восторга. Как он сразу не догадался. Тут нужен Вася Кошкин из 9-го «А», друг по школьной футбольной команде и по совместительству великий геометр.

1.1. Васин совет

На перемене Юра отправился в конец коридора, где располагался 9-й «А». Но Вася уже сам мчался навстречу. За ним еле успевал грузный 11-классник Лева Некрасов. — Вася! — окликнул друга Юра. — Можешь помочь? — И, не дожидаясь ответа, выпалил: — Мне надо срочно геометрию подтянуть.

Вася остановился, и Юра по возможности кратко изложил суть дела.

— Тяжелый случай. Придется с тобой поработать, — невозможно заключил Вася, как будто его попросили прогуляться до ближайшего киоска за минеральной водой.

— Легко сказать, поработать. Времени мало осталось, — грустно изрек будущий моряк. — А можно как-нибудь побыстрее?

— Нельзя.

— А если подумать?

Вася сделал вид, что глубоко задумался, а потом с загадочной улыбкой как бы по секрету прошептал:

— Мой двоюродный брат говорил, есть у них, у студентов, метод... Если не успел подготовиться к экзамену, надо на ночь учебник под подушку положить.

— И помогает? — с сомнением в голосе спросил Юра.

— Сам не пробовал. Говорят, иногда помогает.

— А учебник точно под подушку ложить, или прямо под голову? — на всякий случай уточнил Юра.

— Полагаю, — рассудительно протянул до сих пор молчавший Лева, — подушка, ввиду известных свойств материала, которым она набита, будет препятствовать переносу знаний из учебника в голову. И еще, я читал, Маяковский ложил под голову полено. Потому и стихи писал, как дрова рубил...

— А Пушкин спал на подушке, — отрубил Вася и, обращаясь к Юре, добавил: — Если метод не поможет, обращайся. Юра попытался что-то ответить, но его заглушил голос некстати подошедшего Гриши Тарасенко, президента Школьной академии наук:

— Кошкин! Вот ты мне и нужен!

— Принесла нелегкая, — еле слышно прошептал Вася.

Встреча с президентом обычно предвещала очередное «ответственное» поручение. И если Гриша выбрал тебя,

вцепится, как клещ. Лучше сразу оставь надежду и делай, что велит. Но тут раздался спасительный звонок. Друзья поспешно разбежались, и президент остался в одиночестве. В его классе отменили последний урок.

Теперь самое время представить читателю Гришу. Ученик 10-го «А» Гриша Тарасенко был невероятно целеустремленным человеком. Точнее, стал таким после того, как появилась достойная цель. В раннем детстве он представлял себя директором шоколадной фабрики, олигархом, сантехником, ревизором... Затем мечты стали мелькать совсем быстро, сменяя одна другую, как узоры в детском kaleidoscope. Однажды даже мечтал о карьере Фредди Крюгера. Это было в пионерском лагере, летом, после того как товарищи по отряду устроили ему «темную». Тогда же он задумался о депутатской неприкосновенности. К осени идея созрела, как положенный в валенок помидор, и Гриша часами сидел у зеркала, тренируя глубокомысленное выражение лица мудрого политика. Но пока это были лишь фантазии. Мечта становится целью только тогда, когда человек начинает что-то делать для ее осуществления.

И вот однажды на школьный вечер был приглашен старенький академик, окончивший эту школу еще до Всемирного потопа. Никто уже не помнит, о чем он говорил, но сказанное пробудило в Грише новую,

настоящую мечту: стать академиком. Уважение, почет, хорошая зарплата, полжизни проходит на конференциях и симпозиумах в самых экзотических частях света. К тому же депутатов не всегда выбирают, директоров иногда снимают и даже сажают, а академик – это навсегда! Осталось только решить, каким академиком стать лучше. Пожалуй, таким, который руководит другими, т. е. указывает им, когда и какие открытия надо делать. Идея так увлекла Гришу, что он в кратчайшие сроки заметно подтянулся в учебе. А насчет формулировки проблем теперь ему не стало равных. Так, все старшеклассники знают, что «половина произведения массы на квадрат скорости – это кинетическая энергия», но только у Гриши возник вопрос «куда девается другая половина».

Очень кстати РОНО спустило в школу депешу Минобразования о необходимости приобщения учащихся к научно-исследовательской работе. Поскольку, как это делать, никто не знал, в кабинете директора собрали совещание с участием администрации и старост старших классов. Хотя Гриша тогда был старостой не старшего класса, он тоже каким-то образом просочился на собрание. Гриша взял слово и предложил первым делом создать научное общество и самым фактом его существования обозначить наличие науки в школе, а общество назвать Высшей

школьной академией. Собрание идею поддержало, но с негодованием отвергло название из-за его аббревиатуры. И называли общество просто Школьной академией (ША). Говорят, «как корабль назовешь, так он и поплывет». Но разве это главное? Главное, «кто будет капитаном». И тут Грише снова повезло, его избрали президентом ША за инициативность и еще потому, что другие не хотели. Что делать. Это во взрослых играх должность президента академии желанна, а в детских гораздо престижней быть капитаном «Калоши дьявола». Впрочем, у Гриши на этот счет было особое мнение. Теперь он отвечал за оформление презентаций, проведение тематических вечеров, «охват поручениями» и тьму других мероприятий. Каждую перемену президент выходил в школьный коридор на охоту за «неохваченными душами». Один раз даже «охватил» знаменитого школьного художника Веню Бучикова. Но это отдельная история, вспоминать которую Гриша не любил. Дело в том, что рисовал Бучиков мастерски, но исключительно на партах. И ни за какие коврижки не готов был отступить от раз и навсегда выбранного жанра.

Наконец, раздался звонок с урока. Вася уже выскочил в коридор, когда его поймал за рукав пиджака Гриша, все это время карауливший у двери. Не ослабляя захвата, Гриша подвел своего пленника к окну, дабы

уклониться от полного жизненной энергии сметающего все на своем пути школярского потока, в полном соответствии с основным законом гидродинамики стремительно мчащегося вниз к выходу.

— Сегодня понедельник... — начал Гриша. — Эта... Воробьева заболела, Зина. У нее доклад в среду. По этой... геометрии. На математическом вечере. Соображаешь?

Вася бросил грустный взгляд в окно на сверкавший в лучах солнца свежевypавший снег и машинально ответил:

— Не очень.

— Честь спасать надо!

— Чью? — простодушно спросил Вася.

— Вашего класса! 9-го «А». Ответственное мероприятие срывается, — теряя терпение, выпалил Гриша.

— А я тут при чем?

За окном, радостно вертя хвостом, носился любимец детворы дворовый пес Макарий, черный от кончиков ушей до пят, но со светлой душой, всегда счастливый и беззаботный. Пятиклассники играли в футбол. На крыльцо вышла Лена Синичкина...

— Ты, говорят, в этом деле мэтр, — не отставал Гриша.

— Киломэтр, — отшутился Вася.

— Так вот, киломэтр, доклад сделаешь ты!

— Говоришь, по геометрии. А на какую тему? — спросил, еще не расставшийся с надеждой улизнуть, Вася.

Доклады он не любил даже слушать, не то что делать самому.

— Все равно!

— Все равно, — задумчиво повторил Вася и впервые с интересом посмотрел на Гришу. — А что, неплохая идея. Похоже, я тебя недооценивал.

И уже совсем миролюбиво закончил:

— Заметано, сделаю. Когда, говоришь, доклад?

— В среду, в 19:00.

Гриша ослабил захват, и Васю унес поток. Президенту показалось подозрительным то, как быстро обычно упрямый Вася сдался, но он отнес этот феномен на счет своего организаторского таланта.

1.2. Ночной гость

При других обстоятельствах Юра ни за что не клюнул бы на Васину «удочку». А сейчас задумался. Почему не попробовать? Если даже ничего не получится, то хуже точно не будет. После школы Юра, забыв все беды, весь вечер во дворе гонял с друзьями мяч. Футбол — лучшее в мире средство от стрессов. Пришел домой затемно,

перекусил котлетой с макаронами и под добродушное ворчание мамы направился в спальню, дабы подготовить постель в соответствии с Васиными рекомендациями. Первым делом решительно выбросил подушку на стоявшее в углу кресло. Плюхнувшаяся подушка потревожила мирно дремавшего на спинке кресла кота Тимофея. Кот открыл один глаз, неодобрительно посмотрел на Юру и снова перешел в энергосберегающий режим. Место подушки занял учебник геометрии. Юра попробовал прилечь. Низковато. Тогда снял с полки старый толстый отцовский учебник морской навигации и положил на геометрию. Уже лучше. Затем, немного подумав, переложил «источник» наверх, поближе к «приемнику».

Другой бы на таком ложе не заснул, но усталость оказалась сильнее дискомфорта. Вскоре Юра задремал... Неизвестно, как долго он проспал, но среди ночи вдруг почувствовал, как кто-то толкает его в плечо.

— Локоть убери... Слышь, убери локоть, — доносился откуда-то снизу негромкий хриплый голос.

Юра повернулся, слегка приподнял голову и в пробивающемся сквозь окно свете уличного фонаря увидел вылезающего из «геометрии» маленького человечка. Человечек уже наполовину выбрался, но, видимо, Юра во сне прижал обложку учебника локтем...

— И кота придержи. Что-то не нравится мне его взгляд, — продолжал канючить человек.

Юра подумал, что ему следовало бы испугаться, но уж больно жалкий вид был у ночного гостя. Убрав локоть, он присел на кровать и, наконец, рассмотрел человека. Был он плотного сложения, немолодой. Одет в потертый темно-синий китель, из-под которого выглядывала тельняшка. Голову венчали беспорядочно разбросанные редкие клочья волос. Кот был рядом и готов к действию. Но еще не решил, к какому: догонять или удирать. На всякий случай Юра взял Тимофея на руки.

— Ты откуда? — спросил он человека.

— Оттуда, — ответил гость, ткнув пальцем в картонную обложку, и, увидев, что Юра хочет открыть книгу, добавил. — Я здесь мимоходом.

— Мимо чего ходом?

Человек вздохнул.

— Ты замечал в конце книг ссылки на литературные источники? Для многих это нечто лишнее, а для нас, книжных... — человек замялся.

— Героев, — помог ему закончить фразу Юра.

— Герои, пожалуй, будет нескромно. Скажем «книжные люди». Так вот, для нас, книжных людей, эти ссылки типа тоннелей по которым можно перемещаться

из книги в книгу, путешествуя по всем континентам и эпохам в пространстве-времени.

— Интересно! Как по морям.

— Еще бы, — подхватил гость, — только ссылки нужны. Поэтому мы очень не любим авторов, которые ни на кого не ссылаются. Как будто до них никого и не было. На этом свете, видишь ли, жили миллиарды людей. Дружили и враждовали, страдали и радовались. Сколько бед они пережили! Войны, эпидемии, голод. А то тебя ни за что ни про что поймают и в рабство продадут... Так вот, среди этих миллиардов встречались и гении. Они много думали о жизни, об устройстве мира. Нам трудно подумать о чем-то таком, о чем не думали тысячи наших предшественников. И некоторые из них изложили свои мысли в книгах. Открыв книгу в сложной жизненной ситуации, можно получить совет великого предка. Скажу больше — книги позволяют человеку прожить множество жизней. Кстати, забыл представиться, меня зовут Боб. Можешь обращаться на «ты».

— А я Юра, — в свою очередь представился хозяин спальни, — из девятого «Б». Откуда у тебя такое странное имя?

— Чем же оно странное?

— Ну, — задумчиво протянул Юра, — редкое... У нас в школе тысяча учеников и ни одного Боба.

— А Роберты есть?

— Одного знаю.

— Значит, все в порядке. Боб и есть Роберт. Роберта еще Робом или Робинком зовут. Дразнилку слышал: «Бобин, Робин, Барабек скушал сорок человек...»? А мои друзья предпочитают короткие имена.

Слово за слово. Новый знакомый как-то быстро завоевал доверие, и Юра поведал ему о своих бедах.

— Всего делов? — небрежно осведомился Боб. — В таком случае тебе крупно повезло. Встретил человека, способного дать хороший совет. Первое правило: **если проблема кажется большой, поднимись выше**. Чем выше поднимешься, тем меньшей она будет казаться.

— Если слон кому-то покажется маленьким, он от этого не перестанет быть слоном, — резонно заметил Юра.

— Верно. Но, поднявшись выше, ты увидишь то, чего раньше не замечал. Любая вещь пребывает во взаимодействии со своим окружением, без которого нельзя ее понять. Как поймешь суть гвоздя, если никогда не видел молоток? Можно описать его форму, рассказать, из какого материала сделан. Но для настоящего понимания недостатает еще доски и молотка. Отсюда второе правило: **исследуй все, что окружает интересующий тебя предмет**. Расширяй горизонт. Сидя в лодке, ты видишь

не дальше, чем на 4 км. С палубы фрегата при высоте 10 м над уровнем моря увидишь предметы, удаленные на расстояние до 12 км. А, если заберешься на мачту этак на 30 м выше, твой горизонт расширится еще на 11 км. Итого 23. Поэтому в старину к передней мачте привязывали бочку. Называли ее «вороньим гнездом». Только сидела в нем не ворона. Сидел матрос – впередсмотрящий. Гнездо не очень уютное. Зато из него самый свирепый боцман казался мелкой букашкой. Но сажали туда матроса не затем, чтобы он ощутил свое величие, а дабы мог заблаговременно предупредить команду о приближении вражеского судна или появлении на горизонте долгожданной земли... — А почему гнездо воронье? Птица не морская.

— Именно потому, что не морская. На заре мореплавания, когда и суда были поменьше, и мачты покороче, моряки вешали на мачту клетку с вороной. Если возникала необходимость «найти землю», ворону выпускали, и она, не прощаясь, кратчайшим путем устремлялась к берегу. Таким образом ворона – древнейший навигационный прибор. И мы, хоть не вороны, попробуем взлететь и посмотреть на проблему с высоты птичьего полета. Только первые два правила не помогут тебе, если не усвоишь третье: **всегда знай, чего ты хочешь**. Это самое трудное.

Юра знал, чего хочет. Поступить в мореходку. Однако не стал спорить об очевидном.

— Теперь о сути проблемы, — продолжал Боб. — Ты, надеюсь, не против геометрии как таковой? Тебя не устраивает формат отношений с предметом. Это бывает. Геометрия — дама строгая. Но попробую вас подружить. Если сработаемся, до воскресенья буду в твоём распоряжении. Только не спрашивай, зачем мне это надо. Как мое предложение? — Я не против, — без особого энтузиазма отозвался Юра. — Тогда помоги перебраться на стол. И дай чистый лист. Лучше три.

Юра выполнил просьбу гостя, включил настольную лампу и расположился на стуле возле места, куда поставил Боба. Боб не спеша прошагал по столу, аккуратно разложил перед Юрой три чистых листа формата А4, сел на краю и, покачивая ногами, начал:

— Как известно, геометры абстрагировались от всех свойств предметов, кроме форм и размеров. Возьмем, например, шар. Для геометра неважно, из какого материала он сделан и в какой цвет окрашен. Зато такой абстрактный шар несет в себе общие признаки большого класса предметов: апельсина, планеты Земля, футбольного мяча... Он их модель. Хотя идеальный шар существует только в воображении человека, на заре первых цивилизаций это был знак

совершенства и в мифологии символизировал связь с высшим миром. Последнее относится и к кругу, как плоскому образу шара. Все шарообразное, казалось, заключает в себе некую тайную силу. Золотой шар в руке царя – атрибут власти. Прозрачный хрустальный шар в руке гадалки – магический инструмент. Но шар занимает особое место и в геометрии. Среди всех тел равной площади поверхности он имеет наибольший объем. По установленным для абстрактного шара формулам

$$S = 4\pi R^2 \quad \text{и} \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

можно найти площадь поверхности и объем Земли, апельсина, мяча... До 9-го класса ты изучал геометрию на плоскости, планиметрию. Однако греческие математики также создали геометрию на поверхности шара, сферическую геометрию, которая и сейчас помогает астрономам ориентироваться на небесной сфере, а мореходам – в просторах Мирового океана. И даже проектирование классического футбольного мяча не обошлось без нее.

— А зачем мяч проектировать? — поинтересовался Юра.

§ 2. История футбольного мяча

— Ну что ж, — задумчиво произнес Боб. — Придется немного отклониться от курса. Итак. Поначалу и правда проектировать было нечего и незачем. Древние народы знали игры, напоминающие наш футбол. Но мячом тогда служил кожаный мешок, набитый травой, перьями или шерстью. В России одна из таких игр называлась **шалыгой**. Игроки пинали ногами мешок, чтобы загнать его на территорию противника. Само русское слово «мяч» означало нечто мягкое, например мякиш хлеба. Кстати, когда твой дедушка ходил в школу, обычным зимним головным убором ученика была кожаная шапка-ушанка. На переменах такая шапка иногда становилась отличным футбольным мячом. У лучшего футболиста всех времен — бразильца Пеле — в детстве не было мяча, денег не хватало. И он играл набитым бумагой носком. Впрочем, не везде и не всегда мяч был мягким. У ацтеков Центральной Мексики мячом был камень в каучуковой оболочке. И игра была нешуточная, поскольку капитана проигравшей команды приносили в жертву богам. В средневековой Англии играли мячом из мочевого пузыря свиньи или иного крупного животного. Современный каучуковый мяч создал в 1855 г. американский изобретатель Чарльз Гудлер, а в 1862 г.

английский кожевник Ричард Линдон использовал надувную резиновую камеру, помещенную в кожаную оболочку – покрышку. Серийное производство таких футбольных мячей началось в 1888 г. после основания английской футбольной лиги. Россияне переняли футбол в середине XIX в. от английских моряков. Игра быстро набрала популярность, и уже в 1897 г. в Санкт-Петербурге состоялся первый футбольный матч между командами «Спорт» и «Василеостровское сообщество футболистов». Победили василеостровцы со счетом 6:0. Правил тогда толком еще никто не знал, но энтузиазму игроков позавидовали бы и современные футбольные фанаты.

Боб сделал паузу.

— С появлением спортивных обществ начался процесс стандартизации. От мяча стали требовать «шарообразность», упругость и аэродинамические качества. Последнее означало, что мяч должен хорошо вести себя в полете. Возникла проблема выкройки покрышки. Из плоских кусков кожи сферу не сошьешь. Можно из большого числа плоских «панелей» сшить нечто похожее на сферу. Но тогда и швов будет много, а швы портят аэродинамику. Решение искали на пути компромиссов. За несколько десятилетий было создано множество более или менее удачных моделей, пока к делу не подключилась математика. В 1970 г. компания

Adidas выпустила мяч из 32 панелей: 20 шестиугольных и 12 пятиугольных. Эту модель предложил американский архитектор и математик Ричард Фуллер Бакминстер. Боб, как фокусник, взмахнул рукой над чистым листом, и на нем возник чертеж (рис. 1).

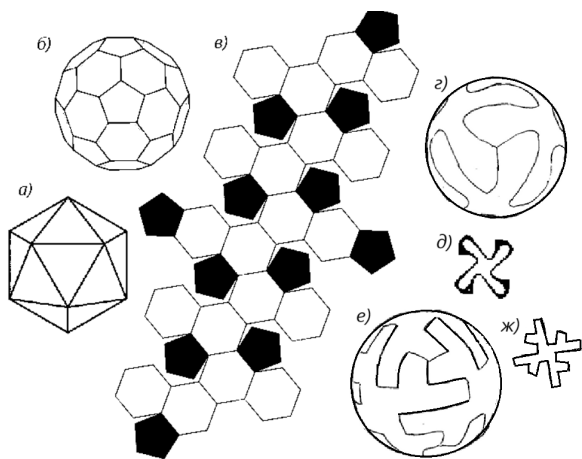


Рис. 1. Икосаэдр (а), усеченный икосаэдр (б) и его развертка (в), модель Brazuca (г) и ее панель (д), модель Adidas Telstar 18 (е) и ее панель (ж)

Конечно, у Ольги Владимировны на уроках это получается не хуже. Но там была интерактивная доска. А тут обычный лист бумаги.

— Ловко! — удивленно воскликнул Юра и на всякий случай тоже провел рукой над листом.

— Не отвлекайся, — пробурчал Боб. — Разберем математическую суть мяча. Выпуклый многогранник называется **правильным**, если все его грани — равные правильные многоугольники, и углы между смежными гранями равны. Всего существует 5 правильных многогранников. Один из них — **икосаэдр** (рис. 1а). Грани икосаэдра — правильные 3-угольники. Их 20. В переводе с греческого *εικοσι* и означает 20. В каждой из 12 вершин сходится 5 ребер. Икосаэдр вписывается в шар, но не является хорошим его приближением. Чтобы приблизить многогранник к шару, отсечем от него все 12 вершин так, чтобы от каждого из 30 ребер отсекалась треть с каждого конца. Получится **усеченный икосаэдр** (рис. 1б) — многогранник, имеющий 12 пятиугольных и 20 шестиугольных граней, 60 вершин и 90 ребер. Треугольники стали шестиугольниками, а на месте вершин появились пятиугольники. Выверка усеченного икосаэдра представлена правее (рис. 1в). Выпуклый многогранник, поверхность которого состоит из разных правильных многоугольников, называют **полуправильным**. Таким образом, усеченный икосаэдр — полуправильный многогранник. Эту модель мяча называют классической. При небольшом количестве швов достигается приемлемая шарообразность.

Юра заметил, что все, о чем говорит Боб, дублируется на листе справа. Лист методично заполняется печатным текстом и, как только оказывается заполнен, движется вверх. Исчезнувшая верхняя строка появляется внизу того листа, что слева, и по ходу поступления новых строк также движется вверх. Это очень удобно. Если слово «проскочило между ушей», его можно прочесть.

— В 2014 г., — продолжал Боб, — на чемпионате мира в Бразилии появилась новая модель (рис. 1г), также рожденная в лаборатории Adidas, – Brazuca. Покрышку склеили из шести одинаковых крестообразных панелей (рис. 1д). Мяч оказался более «сфероподобен», чем классический. Такую модель называют «кубической». Действительно, у нее, как у куба, 6 граней-панелей и 8 вершин, в каждой из которых сходится 3 панели.

Официальным мячом проходившего в России в 2018 г. чемпионата мира по футболу стала улучшенная кубическая модель Adidas Telstar 18 (рис. 1е). Покрышка Telstar 18 по-прежнему состоит из 6 плоских панелей, и в каждой из 8 вершин сходятся 3 панели. Но панели теперь имеют форму 8-конечных звезд (рис. 1ж). При сворачивании граней звезды входят друг в друга. Вот такой путь от мешка с перьями до модели Telstar 18 проделал футбольный мяч. На чемпионате 2018 г. португальский футболист

Криштиану Роналду выполнил новым мячом штрафной удар в ворота Испании, который навсегда вошел в историю футбола. Великолепно выполненный удар с полетом мяча по круто изогнутой траектории обманул и стоящих в стенке защитников, и испанского вратаря. Знаешь, как заставить мяч лететь по дуге?

— Смутно.

Боб сменил иллюстрацию (рис. 2).

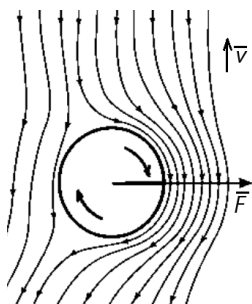


Рис. 2. Эффект Магнуса (б)

— Представь, что смотришь на футбольное поле сверху. Если направление удара ноги футболиста проходит через центр мяча, мяч летит вперед в направлении удара. На рисунке это направление отмечено вектором $\vec{v}$. На самом деле, конечно, мяч летит по параболической траектории, несколько испорченной сопротивлением воздуха.

Но сверху ты видишь прямую линию. А если направление удара пройдет мимо центра мяча? Шар закрутится и полетит вперед вращаясь. Стрелки на рисунке показывают направление вращения. Если мяч вращается по часовой стрелке, точки его поверхности справа движутся в том же направлении, что и обдувающий мяч поток воздуха, а слева – в противоположном. Слева скорость потока у поверхности мяча меньше, чем справа. В соответствии с законом Бернулли там, где скорость меньше, давление больше. Раз слева воздух давит на мяч сильнее, чем справа, мяч будет отклоняться вправо. На вращающийся мяч действует сила $\vec{F}$, перпендикулярная направлению его движения, которая искривляет траекторию полета. Это явление назвали **эффектом Магнуса** по имени исследовавшего его немецкого физика XIX в. Генриха Густава Магнуса.

На этом эффекте основан и полет «летающей тарелки». Не той, конечно, что НЛЮ, а пластмассовой, которую можно купить в игрушечном или спортивном магазине. Запущенная с раскруткой тарелка описывает в воздухе дугу и даже может вернуться к тебе. Однако отложим тарелки до обеда. В чем причина успеха удара Роналду? В эффекте Магнуса и таланте футболиста? Несомненно. Но в значительной мере она и в уникальных свойствах нового мяча. Боб выдержал паузу.

— Оптимальная выкройка футбольного мяча – довольно сложная математическая задача, над которой работают лаборатории производителей спортивного инвентаря. Модели мяча испытывают в аэродинамической трубе, просчитывают траектории их полета на компьютере...

— Боб, я не врубаюсь: сначала ты говорил, что шар – модель мячей и апельсинов, теперь говоришь, что модель – нечто, сшитое из плоских панелей. Что здесь модель?

— Хорошей вопрос, – охотно откликнулся Боб. – Для начала разберемся, что такое модель. В переводе с латыни *modulus* – аналог, образец. Когда говорят о новых «моделях» обуви или мяча, подразумевают образцы. Но этим же словом обозначают и очень важный инструмент познания. Тогда **модель** – аналог, система, которая в определенных обстоятельствах может заменить другую, собственно интересующую нас, – **оригинал**. Если ты рассчитываешь параметры мяча по формулам, полученным для идеального шара, шар – модель мяча, а если другу объясняешь свойства шара, демонстрируя мяч, то мяч – модель шара. Где модель, где оригинал, диктует ситуация. Это стоит обсудить. Слово «модель» сейчас модное, и его часто употребляют не по делу.



[3], [5], [33, с. 142–145], [60], [66]

§ 3. Размышления о столбах

— Процесс построения или поиска модели есть моделирование. Где нужны модели? Везде, где надо решить задачу, но работать с оригиналом трудно, дорого или невозможно. Глобус, модель Земли, позволяет наблюдать взаимное расположение морей и рек, стран и континентов. Много бы ты увидел на оригинале? В Древнем Китае полководцы обдумывали план сражения за доской игры го. Доска – поле боя, камни на ней – войска. Расставляй как хочешь! Ребенок изучает мир взрослых вещей на их моделях – игрушках. Или вот, «Евгений Онегин», роман в стихах. В нем Пушкин отразил типичные для современного ему общества отношения между людьми, интересы, характеры, бытовые моменты. Значит, построил модель общества. Продолжать можно без конца... Полезность модели определяется ее **адекватностью** – наличием наиболее важных с точки зрения цели моделирования свойств оригинала. *Adaequatus* (лат.) – приравненный. Если модель самолета предназначена для испытаний в аэродинамической трубе, важно правильно воспроизвести в ней все формы корпуса, а про то, что внутри, можно забыть. Если же модель служит тренажером для подготовки пилотов, нужна только кабина и точная копия панели управления.

Модели бывают **материальные и идеальные**. Так, глобус – материальная модель Земли, его можно потрогать, покрутить. Идеальные модели – это графические представления, словесные описания, информационно-логические построения, включая математические модели и т. д. Авторы учебников информатики предпочитают называть идеальные модели информационными. Ничего плохого в этом не вижу. Однако есть мнение, что сущность любой модели информационная. Модель несет информацию об оригинале. Даже деревянная болванка, по которой шляпных дел мастер валяет войлочную шляпу, несет информацию о форме и размере головы потенциального покупателя. Иногда в процессе решения задачи приходится строить цепочку моделей. Так для построения математической модели обычно требуется **концептуальная модель** – приближенное описание оригинала. *Conceptio* (лат.) – соединение, совокупность. Концептуальная модель представляется множеством понятий и связей между ними, определяющих смысловую структуру объекта моделирования. Задачи на составление уравнений приходилось решать? Что представляют собой условия такой задачи? Не что иное, как концептуальную модель, словесное описание типа «из пункта *A* в пункт *B* выехал велосипедист...». Ну а от тебя требуется сначала построить

математическую модель – систему уравнений, а затем решить ее. Как в реальной прикладной задаче. Только в жизни еще исходные данные надо добыть путем измерений или наблюдений. Вот пример.

Ловким движением руки Боб сменил иллюстрацию (рис. 3).

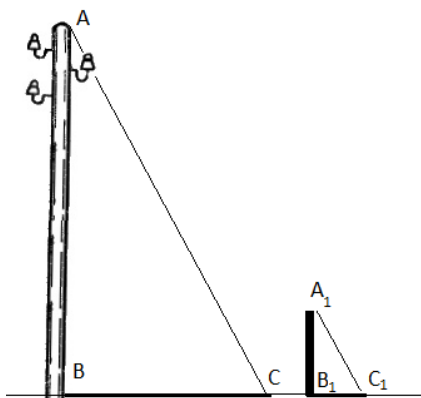


Рис. 3. Определение высоты столба

— Пусть требуется определить высоту столба. Карбкаться вверх не хочется. Значит, надо приложить мозги.

— Мы уже передумали летать? — с притворным огорчением спросил Юра.

— Всеу свое время, — недовольно пробурчал Боб. — Так как определить?

— Это мы проходили! — без колебаний ответил Юра. — Надо воткнуть в землю палку, измерить ее высоту A_1B_1 , а потом — длины теней палки B_1C_1 и столба BC . Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны по двум углам: $\angle ABC$ и $\angle A_1B_1C_1$ — прямые, поскольку столб и палка перпендикулярны плоскости земли, а тени лежат на этой плоскости, $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$, т. к. солнечные лучи падают на землю под одним углом. Значит, во сколько раз тень столба длиннее тени палки, во столько раз столб выше палки. Юра взял карандаш и написал под чертежом:

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} \Rightarrow AB = A_1B_1 \cdot \frac{BC}{B_1C_1}.$$

Например, если $A_1B_1 = 0,72$; $B_1C_1 = 0,63$ и $BC = 7$ (м), то

$$\frac{AB}{0,72} = \frac{7}{0,63} \Rightarrow AB = 0,72 \cdot \frac{7}{0,63} = 8.$$

— Высота столба 8 метров, — подвел итог Юра и торжественно водрузил карандаш в пластмассовый стаканчик-органайзер. — Задача решена. Математическая модель построена. А концептуальная не потребовалась.

— Думаешь?

Небрежным движением руки Боб смахнул с листа чертеж с расчетами. На листе появился новый рисунок (рис. 4).

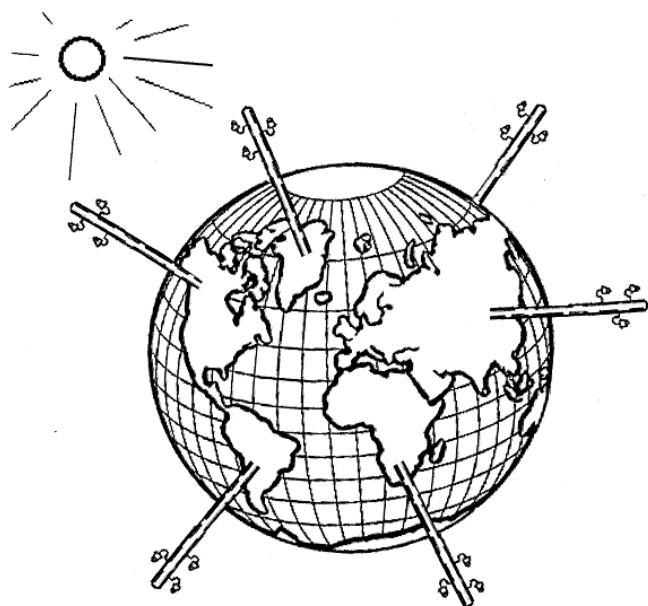


Рис. 4. Когда столбы параллельны?

— Смотри. Где здесь параллельные столбы? На всей Земле для нашего столба найдется только один, параллельный ему, и то, если он стоит диаметрально противоположно. Правильную установку столба проверяют отвесом — грузом на веревочке. Он всегда показывает направление к центру Земли. Далее. Кто сказал, что солнечные лучи параллельны? Обычно их рисуют расходящимися в разные стороны от солнца. Да и вообще нет

никаких солнечных лучей. Тебя учили на уроках физики, что свет распространяется, как волна? Ах да, волновые явления проходят в старших классах. Волны на море видел? У волны есть фронт, а лучи – перпендикулярные ему воображаемые линии, показывающие направление движения фронта. На плоскости фронт волны – линия, а в пространстве – поверхность.

— Значит, решение никуда не годится? – грустно спросил Юра.

— А вот этого я не говорил, — уже совсем добродушно ответил Боб. — Решение верное. Но прежде чем перевести задачу на язык математики, ты построил концептуальную модель. Согласно этой модели Земля плоская, а Солнце бесконечно далеко. Ты представил мир не совсем таким, какой он есть. Мир настолько сложен, что правильное решение можно получить только на упрощенной его модели. Да мы и не знаем до конца устройство мира.

— То есть для решения задачи надо исказить действительность? — уточнил Юра.

— Действительность ты исказить не можешь при всем желании. Как бы ни старался. Она останется такой, какая есть. Но ты свободен в выборе модели. В лес по грибы ходишь? Как находишь обратную дорогу?

— По солнцу.

— Выходит, опираешься на модель, согласно которой Земля плоская, а Солнце движется по дуге на небосводе. Первобытные охотники тоже пользовались этой моделью, но они другой не знали. Ты знаешь более точную, но все равно предпочитаешь старую. Эта модель адекватна стоящей перед тобой задаче. А если бы ты взял «более правильную» и представил себе, что Земля движется вокруг Солнца да еще вертится вокруг своей оси? Это ж с ума сойти можно! А уж дорогу домой точно не нашел бы. Простая же модель даст простое решение: «сейчас около 12 часов и солнце примерно на юге».

Боб сменил иллюстрацию (рис. 5).

— Если при тебе часы с круглым циферблатом, можно на базе концептуальной модели построить и математическую: «В 12 часов солнце на юге; когда часовая стрелка совершает полный оборот, солнце проходит половину круга; значит, угловая скорость часовой стрелки в два раза больше, чем у солнца». Пока солнце сместится на 1° , стрелка успевает отклониться на 2° . Поэтому, если повернуть часы циферблатом вверх так, чтобы часовая стрелка указывала на солнце, биссектриса угла между направлением на солнце и направлением на «12 часов» укажет юг. Если часовая стрелка на «10»,