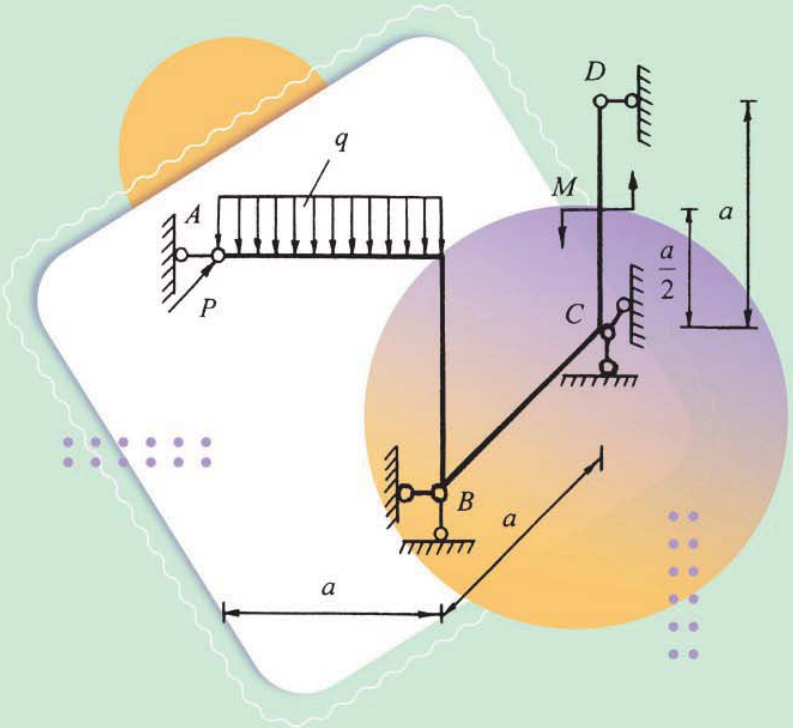
С. В. Савелькаев

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

ПРАКТИКУМ



«Инфра-Инженерия»

УДК 539.3
ББК 30.121
С12

Рецензенты:
доктор технических наук, профессор Новосибирского высшего военного командного ордена Жукова училища *Максим Евгеньевич Лапшаков*;
доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН *Павел Аркадьевич Фомин*;
кандидат технических наук, доцент кафедры физики СГУГиТ *Владимир Станиславович Корнеев*

Савелькаев, С. В.

С12 Сопротивление материалов. Практикум : учебное пособие / С. В. Савелькаев. – Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2025. – 140 с. : ил., табл.

ISBN 978-5-9729-2283-3

Включены 13 заданий в 30 вариантах по расчету стержней и балок различного профиля на прочность и жесткость при различных видах деформаций, таких как растяжение и сжатие, кручение, изгиб при одновременном построении эпюр внутренних силовых факторов. Также представлены задания по определению геометрических характеристик плоских сечений и задания на устойчивость стержней. Для всех заданий даны подробные примеры их решения.

Для обучающихся по дисциплине «Сопротивление материалов», специальность 17.05.01 «Боеприпасы и взрыватели» (уровень специалитета), может быть использован по направлениям подготовки 12.03.01 «Приборостроение», 12.03.02 «Оптотехника», 20.03.01 «Техносферная безопасность», 27.03.05 «Инноватика» (уровень бакалавриата).

УДК 539.3
ББК 30.121

ISBN 978-5-9729-2283-3

© Савелькаев С. В., 2025
© Издательство «Инфра-Инженерия», 2025
© Оформление. Издательство «Инфра-Инженерия», 2025

СОДЕРЖАНИЕ

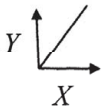
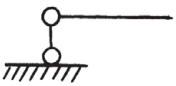
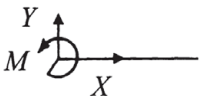
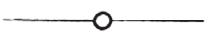
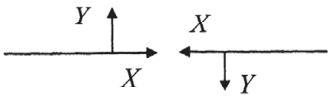
ВВЕДЕНИЕ ... 4
Задание 1. Определение реакций опор и реакции связи составной конструкции ... 5
Задание 2. Определение реакций опор пространственной конструкции ... 15
Задание 3. Определение продольных сил, нормальных напряжений и перемещений при осевом растяжении и сжатии стержня. Расчет стержня на прочность ... 24
Задание 4. Расчет стержня на прочность и жесткость при кручении ... 37
Задание 5. Определение геометрических характеристик поперечных сечений ... 44
Задание 6. Построение эпюр изгибающих моментов и поперечных сил в балке ... 50
Задание 7. Построение эпюр продольных и поперечных сил и изгибающих моментов в плоской составной конструкции ... 61
Задание 8. Построение эпюр внутренних силовых факторов пространственной конструкции ... 70
Задание 9. Определение нормальных и касательных напряжений при прямом поперечном изгибе ... 78
Задание 10. Расчет балки на прочность при прямом поперечном изгибе ... 83
Задание 11. Расчет балки на жесткость при прямом поперечном изгибе ... 98
Задание 12. Расчет вала при сложном нагружении ... 113
Задание 13. Расчет стержневой конструкции на устойчивость ... 119
ЗАКЛЮЧЕНИЕ ... 124
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК ... 125
ПРИЛОЖЕНИЕ ... 126

Задание 1. Определение реакций опор и реакции связи составной конструкции

Задана нагруженная плоская составная стержневая конструкция, состоящая из двух частей, связанных между собой шарнирной связью. Конструкция размещена на опорах. Условное обозначение опор, шарнирной связи и их реакции приведены в табл. 1. Варианты схем конструкции приведены на рис. 1–5, а исходные данные – в табл. 2. Оси координат x и y направлены соответственно горизонтально и вертикально в плоскости чертежа этой конструкции.

Требуется найти реакции опор и связи.

Таблица 1

Опора	Реакции
 Шарнир	
Опора	Реакции
 Каток	
Опора	Реакции
 Заделка	
Связь	Реакции
 Шарнир	

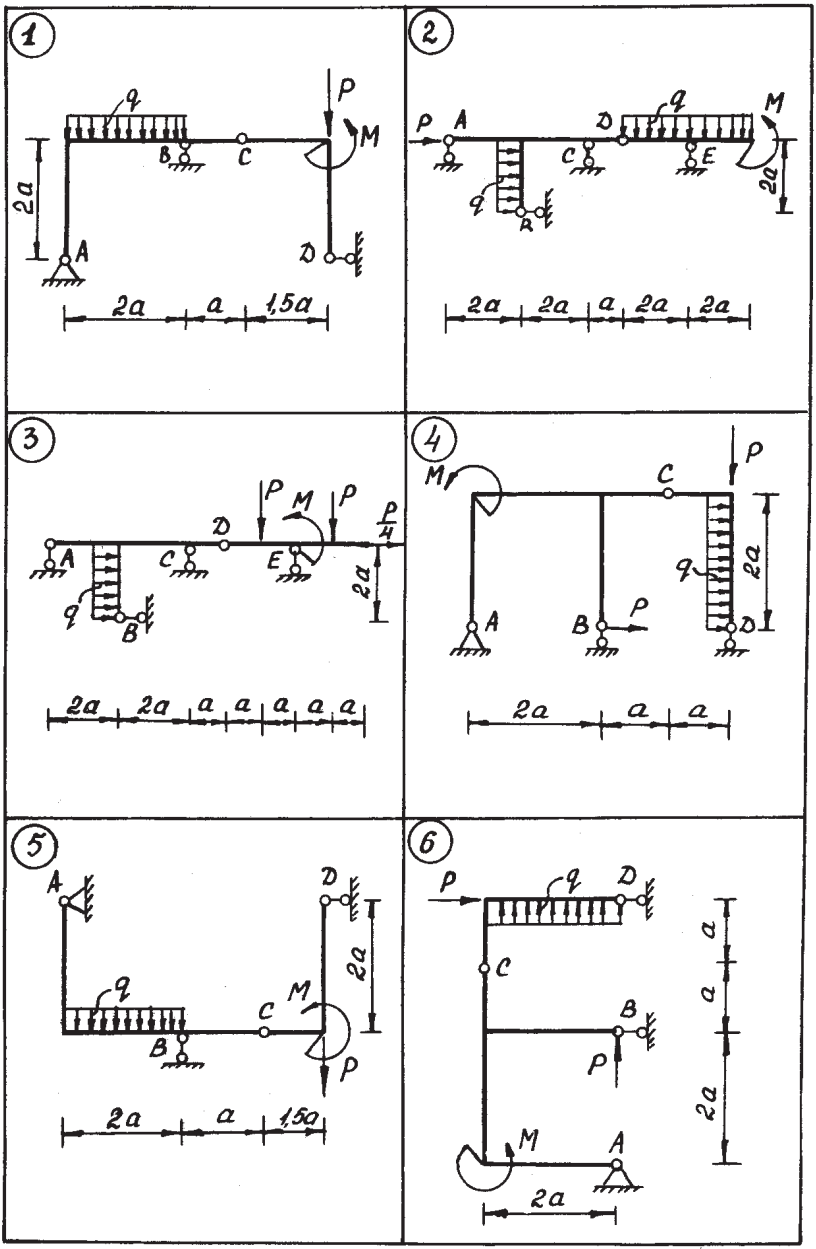

1
q
P
M
B
C
2a
A
D
2a
a
1,5a
2
P
A
D
q
M
C
E
2a
q
B
2a
2a
a
2a
2a
3
P
M
P
P/4
D
A
C
E
2a
q
B
2a
2a
a
a
a
a
a
4
M
C
P
A
B
P
q
2a
D
2a
a
a
5
A
D
2a
q
C
M
B
P
2a
a
1,5a
6
P
q
D
C
B
P
M
A
2a
a
a
2a

Рис. 1

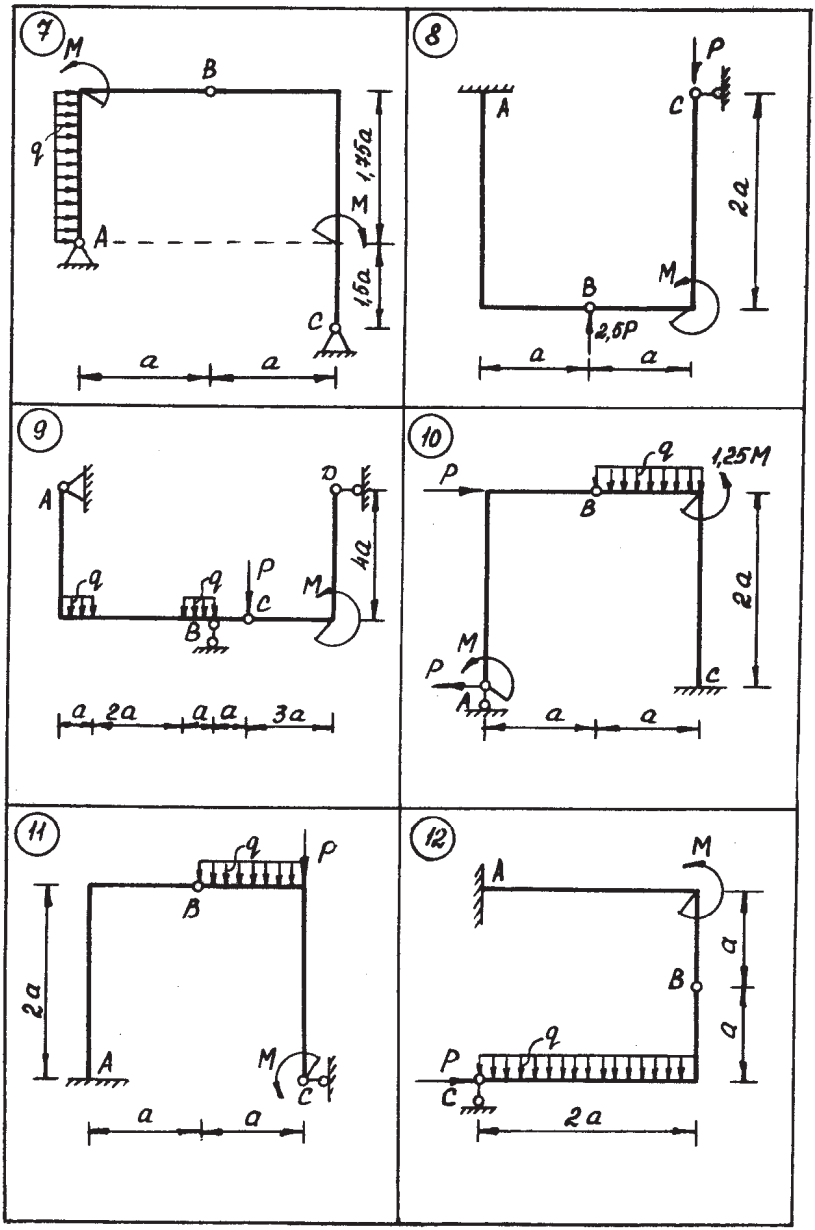

7
M
B
q
A
1,75a
1,5a
C
a
a
8
P
A
C
2a
B
M
2,5P
a
a
9
A
D
4a
q
q
P
C
M
B
a
2a
a
a
3a
10
q
1,25M
P
B
2a
M
P
A
C
a
a
11
q
P
B
2a
A
M
C
a
a
12
M
A
a
B
a
q
P
C
2a

Рис. 2

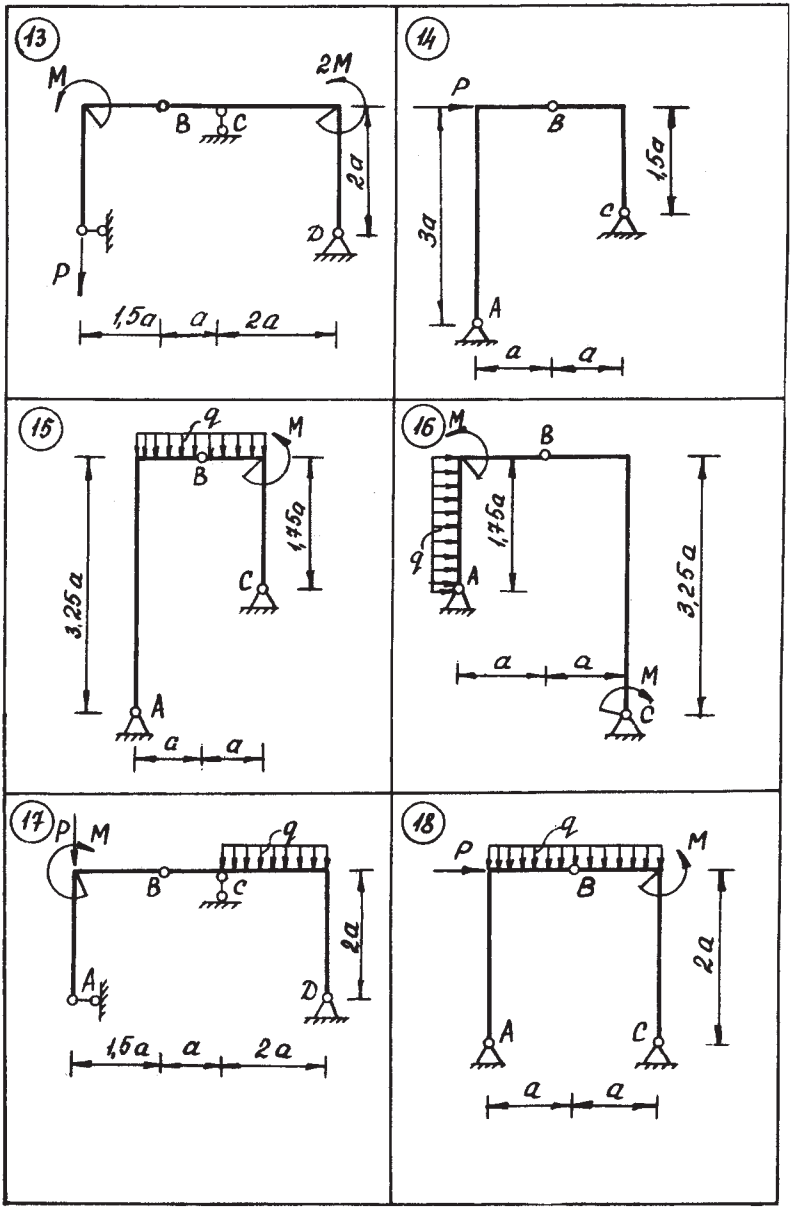

13
M
2M
B
C
2a
D
P
1,5a
a
2a
14
P
B
1,5a
C
3a
A
a
a
15
q
M
B
1,75a
3,25a
C
A
a
a
16
M
B
1,75a
q
A
3,25a
a
a
M
C
17
P
M
q
B
C
2a
A
D
1,5a
a
2a
18
P
q
M
B
2a
A
C
a
a

Рис. 3

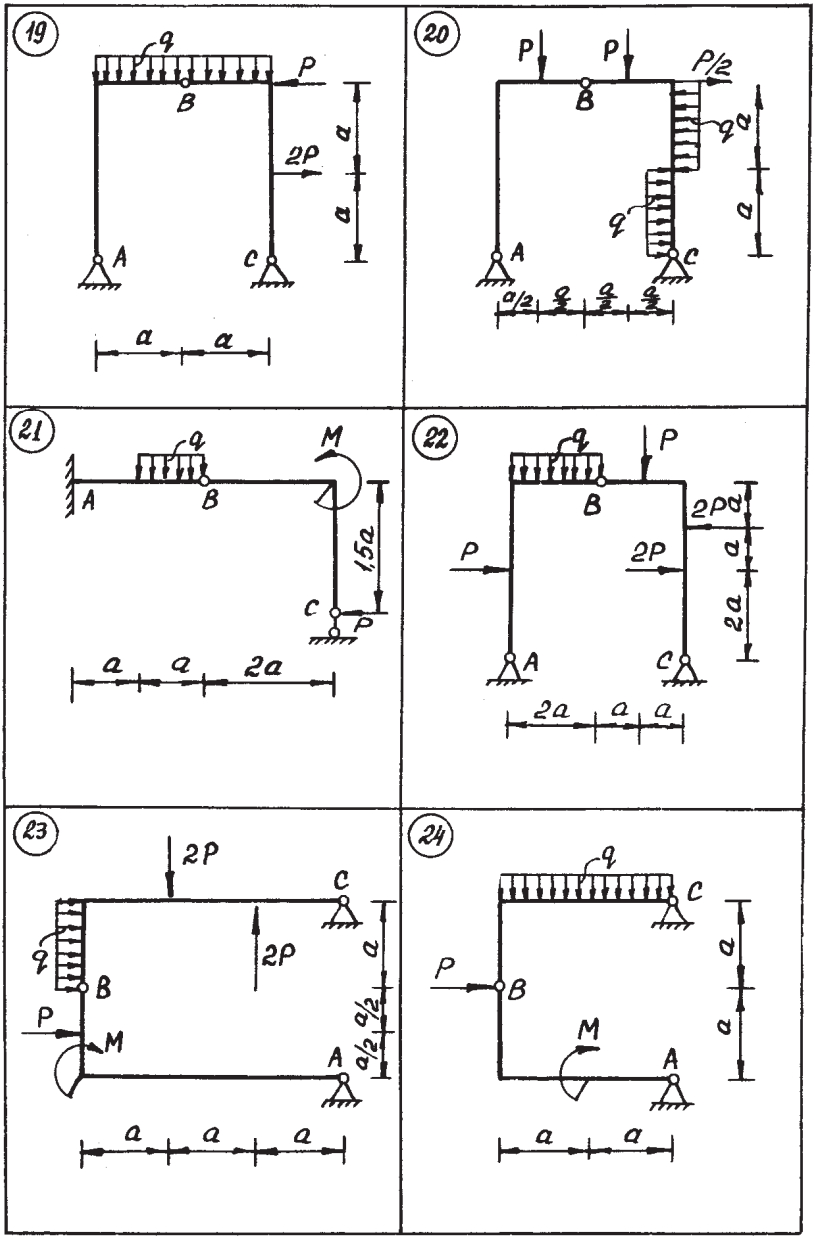

19
q
P
B
2P
a
a
A
C
a
a
20
P
P
P/2
B
q
a
a
q
A
C
a/2
a/2
a/2
a/2
21
q
M
A
B
1,5a
C
P
a
a
2a
22
q
P
B
2P
a
P
2P
a
2a
A
C
2a
a
a
23
2P
C
2P
a
q
B
a/2
a/2
P
M
A
a
a
a
24
q
C
a
P
B
a
M
A
a
a

Рис. 4

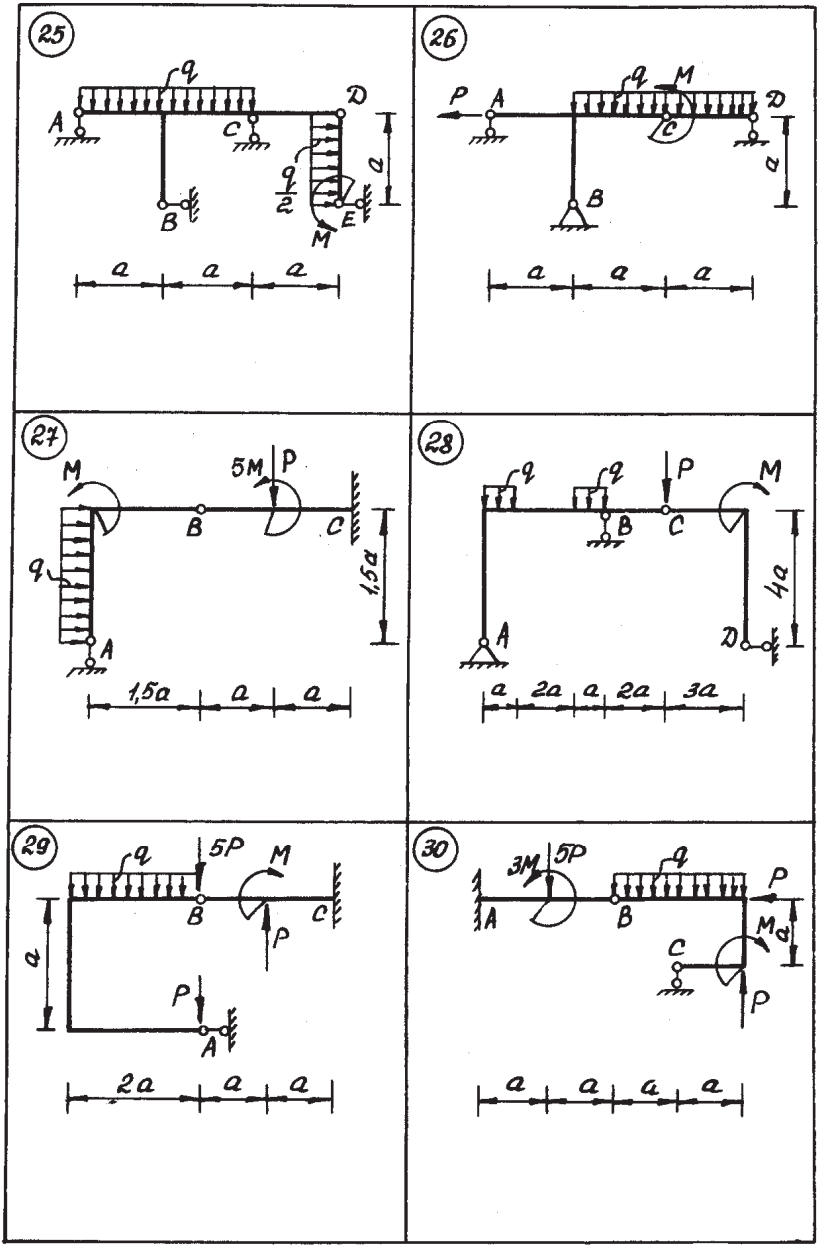

25
q
A
C
D
B
E
M
a
a
a
a
26
P
q
M
A
C
D
B
a
a
a
a
27
M
5M
P
B
C
q
A
1,5a
1,5a
a
a
28
q
q
P
M
B
C
A
D
4a
a
2a
a
2a
3a
29
q
5P
M
B
C
P
a
P
A
2a
a
a
30
3M
5P
q
P
A
B
M
a
C
P
a
a
a
a

Рис. 5

Таблица 2

№ варианта	P	q	M	a	№ варианта	P	q	M	a
	кН	кН/м	кН·м	м		кН	кН/м	кН·м	м
1	4	4	8	2	16	–	8	49	2
2	2	2	4	2	17	4	6	8	2
3	8	2	4	2	18	2	2	8	2
4	2	2	8	2	19	2	2	–	2
5	4	4	8	2	20	4	2	–	2
6	2	2	8	2	21	4	2	8	2
7	–	8	49	2	22	4	2	–	1
8	4	–	8	2	23	4	2	16	2
9	2	8	8	1	24	4	2	16	2
10	2	4	8	2	25	–	4	2	2
11	4	2	8	2	26	3	2	9	3
12	4	2	10	2	27	4	2	3	2
13	4	–	4	2	28	4	8	4	1
14	8	–	–	2	29	2	2	40	2
15	–	2	4	2	30	2	2	4	2

Пример выполнения задания 1

Задана плоская составная стержневая конструкция, состоящая из двух частей AB и BD, связанных между собой шарнирной связью B, показанная на рис. 6. Конструкция размещена на опорах A и C. К ней приложены внешние сосредоточенные силы $P = 2$ кН, распределенная внешняя нагрузка с интенсивностью $q = 2$ кН/м и сосредоточенные внешние моменты $M = 4$ кН · м. Размер $a = 1$ м.

Требуется найти реакции опор A, C и связи B.

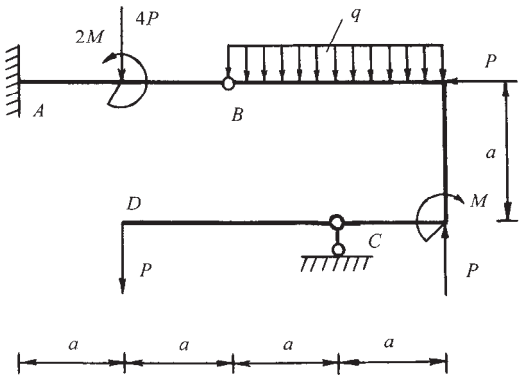


Рис. 6

Решение

В общем случае систему уравнений равновесия плоской конструкции, состоящую из двух уравнений проекций и одного уравнения моментов, можно записать в виде:

$$\sum_i F_{xi} = 0\,;\ \sum_i F_{yi} = 0\,;\ \sum_i M_O(\vec{F}_i) + \sum_m M_m = 0\,, \qquad (1)$$

где F_{xi} и F_{yi} – проекции внешних сил, действующих на конструкцию, и реакций ее опор на оси координат x и y;

$M_O(\vec{F}_i) = F_i h_i$ и h_i – моменты и плечи этих сил и реакций относительно какой-либо точки O;

M_m – внешние сосредоточенные моменты, приложенные к конструкции.

Если F_{xi} и F_{yi} направлены в сторону увеличения положительных значений осей x и y, а $M_O(\vec{F}_i)$ и M_m при взгляде с конца к началу этих осей – против хода часовой стрелки, то они в (1) выбираются положительными, а если они направлены наоборот – отрицательными.

Согласно (1) уравнений равновесия плоской конструкции можно составить только три, тогда как согласно табл. 1 число неизвестных реакций опор A (заделки) и C (катка) рассматриваемой плоской составной конструкции составляет четыре. Для снятия статической неопределенности решаемой задачи разделим рассматриваемую конструкцию относительно связи B на две части AB и BD и, используя табл. 1, заменим действие опор A и C этой конструкции и ее связи B их реакциями X_A, Y_A, M_A, Y_C, X_B и Y_B. В результате получим расчетную схему, показанную на рис. 7, *а* и *б*, где первоначально направления реакций X_A, Y_A, M_A и Y_C опор A и C выбраны положительными, реакции X_B и Y_B связи B части AB – также положительными, и они же – части BD – отрицательными.

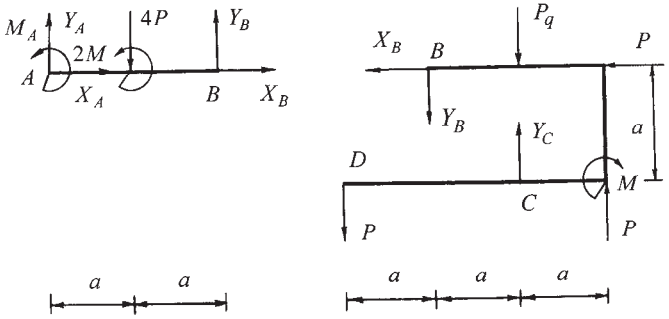


Рис. 7

Запишем систему уравнений равновесия (1) для каждой из частей *AB* и *BD*.

Часть *AB*:

$$1.\ \sum X = X_A + X_B = 0; \tag{2}$$

$$2.\ \sum Y = Y_A - 4P + Y_B = 0;$$

$$3.\ \sum M_B = -2Y_A a + 4Pa + M_A + 2M = 0.$$

Часть *BD*:

$$4.\ \sum X = -X_B - P = 0;$$

$$5.\ \sum Y = -Y_B - P_q + P + Y_C - P = 0; \tag{3}$$

$$6.\ \sum M_B = -P_q a + 2Pa + Y_C a + Pa - M = 0,$$

где уравнения моментов записаны относительно связи *B*; P_q – внешняя сосредоточенная сила

$$P_q = 2qa = 4 \text{ кН}, \tag{4}$$

приложенная посередине участка $2a$, заменяющая внешнюю распределенную нагрузку с интенсивностью q.

Из систем уравнений равновесия (2) и (3) в порядке определения реакций получим:

- из 4-го уравнения $X_B = -P = -2$ кН;
- из 1-го уравнения $X_A = -X_B = 2$ кН;
- из 6-го уравнения $Y_C = P_q - 2P - P + M/a = 2$ кН; (5)
- из 5-го уравнения $Y_B = -P_q + P + Y_C - P = -2$ кН;
- из 2-го уравнения $Y_A = -Y_B + 4P = 10$ кН;
- из 3-го уравнения $M_A = Y_A 2a - 4Pa - 2M = 4$ кН · м.

Если при расчете какая-либо из реакций X_A, Y_A, M_A и Y_C (5) имела бы отрицательное значение, ее направление на расчетной схеме, показанной на рис. 7, необходимо было бы заменить на обратное и выполнить повторный расчет. Реакции X_B и Y_B связи *B* могут иметь как положительные, так и отрицательные значения.

Модули реакций R_A и R_B опор *A* и *B* определим из формул:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 10{,}198 \text{ кН};$$

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = 2{,}828 \text{ кН}.$$

Результаты расчета сведены в табл. 3.

Таблица 3

X_B	X_A	Y_C	Y_B	Y_A	M_A	R_A	R_B
кН					кН·м	кН	
–2	2	2	–2	10	4	10,2	2,8

Проверка

Для проверки правильности решения объединим части *AB* и *BD* расчетной схемы, показанной на рис. 7, *а* и *б* относительно связи *B* вместе. В результате получим расчетную схему, показанную на рис. 8.

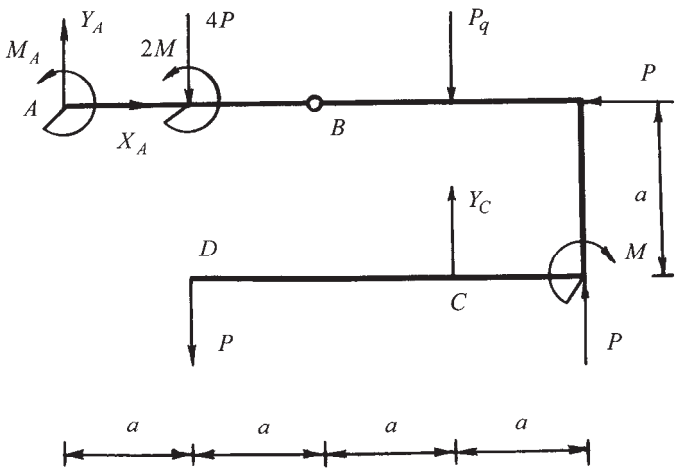


Рис. 8

Составим систему уравнений равновесия (1) для полученной расчетной схемы:

$$\sum X = X_A - P = 2 - 2 = 0;$$
$$\sum Y = Y_A - 4P - P - P_q + Y_C + P = 10 - 8 - 2 - 4 + 2 + 2 = 0; \qquad (6)$$
$$\sum M_A = M_A + 2M - M - 4Pa - Pa - 3P_q a + 3Y_C a + 4Pa = 4 + 8 - 4 - 8 - 2 - 12 + +6 + 8 = 0,$$

где уравнение моментов записано относительно опоры *A*.

Тождество уравнений (6) нулю при подстановке в них расчетных данных из табл. 3 свидетельствует о правильности решения.

Задание 2. Определение реакций опор пространственной конструкции

Задана нагруженная пространственная стержневая конструкция, размещенная на опорах. Условные обозначения опор, которые используются в различных вариантах конструкции, и их реакции приведены в табл. 1. Варианты схем конструкции приведены на рис. 9–13, а исходные данные – в табл. 4. Оси координат x и y направлены соответственно горизонтально и вертикально в плоскости чертежа этой конструкции, а ось z – перпендикулярно к плоскости чертежа.

Требуется найти реакции ее опор.

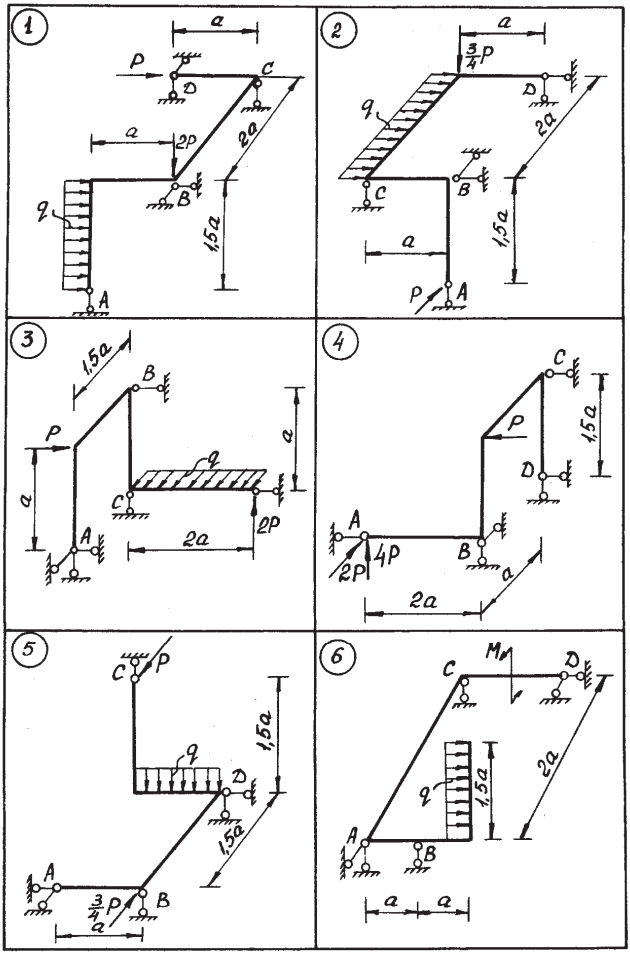


Рис. 9