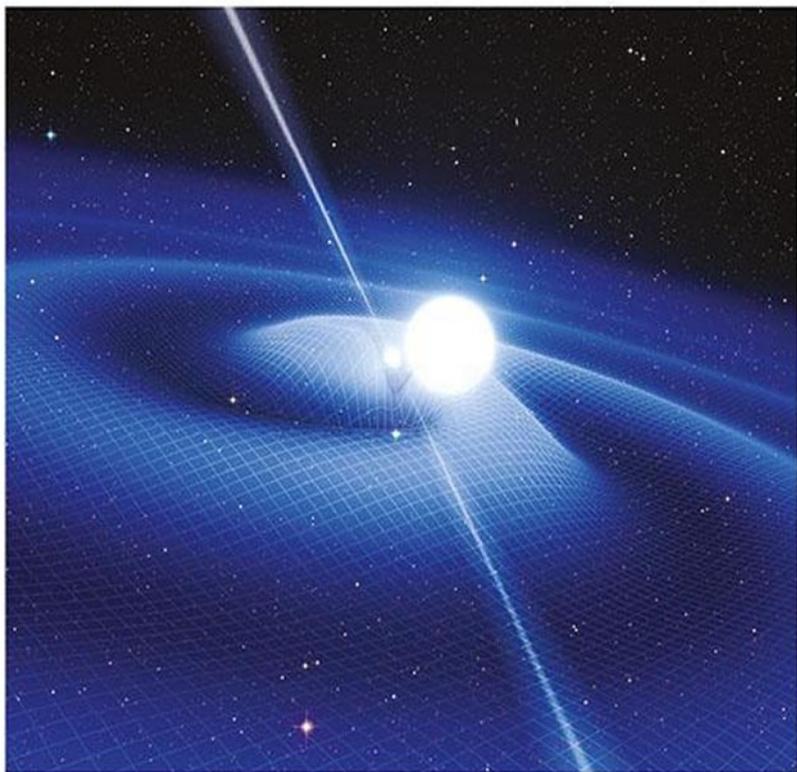


И.В. Фомин, С.В. Червон, А.Н. Морозов

ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ



УДК 524.8
ББК 22.313
Ф76

Рецензенты:

академик РАН, д-р физ.-мат. наук, профессор *В.И. Пустовойт*;
д-р физ.-мат. наук, профессор Московского педагогического
государственного университета *Б.Н. Фролов*

Фомин, И. В.

Ф76 Гравитационные волны ранней Вселенной / И. В. Фомин,
С. В. Червон, А. Н. Морозов. — Москва : Издательство МГТУ
им. Н. Э. Баумана, 2018. — 154, [2] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-5003-9

Рассмотрены применение скалярных полей в космологии и методы построения моделей ранней Вселенной на основе их динамики. Выполнен анализ динамики Вселенной на различных стадиях ее эволюции. Проведен расчет параметров космологических возмущений. Представлены методы верификации инфляционных моделей и новые методы детектирования гравитационных волн.

Для специалистов, интересующихся проблемами нелинейной теории поля, теории гравитации, космологии и гравитационно-волновыми исследованиями, а также студентов старших курсов, магистров и аспирантов.

УДК 524.8
ББК 22.313

ISBN 978-5-7038-5003-9

© Фомин И.В., Червон С.В.,
Морозов А.Н., 2018
© Оформление. Издательство
МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

Оглавление

Предисловие	3
1. Предпосылки и следствия теории космологической инфляции	4
1.1. Динамика скалярного поля	7
1.2. Плотность энергии и давление	8
1.3. Число e -фолдов	9
1.4. Наблюдательные данные	10
1.5. Анизотропия реликтового излучения	11
2. Скалярные поля в космологии	14
2.1. Ранние представления о скалярных полях в космологии	14
2.2. Нелинейные скалярные поля	25
2.3. Самогравитирующие скалярные поля	31
2.4. Скалярные поля в конформно-плоских пространствах ...	32
2.5. Массивное скалярное поле	35
2.6. Нелинейные поля в моделях инфляции	37
3. Анализ космологической динамики во Вселенной Фридмана ..	39
3.1. Параметры медленного скатывания	42
3.2. Приближение медленного скатывания	44
3.3. Кинетическое приближение	45
3.4. Точные решения уравнений космологической динамики	50
3.5. Точные решения на основе выбора параметра Хаббла	51
3.6. Генерирование новых точных решений из известных	60
3.7. Сопоставление точных и приближенных решений	65
3.8. Вселенная Фридмана с ненулевой кривизной или материей	69
3.9. Уравнения динамики в терминах числа e -фолдов	70
3.10. Точные решения из подстановки масштабного фактора	76

4. Космологические возмущения	80
4.1. Возмущения поля и метрики	82
4.2. Квантование возмущений	85
4.3. Параметры космологических возмущений	90
4.4. Диаграмма «Тензорно-скалярное отношение — спектральный индекс скалярных возмущений»	97
4.5. Постинфляционная эволюция космологических возмущений	100
4.6. Плотность энергии реликтовых гравитационных волн	102
5. Детектирование высокочастотных гравитационных волн	106
5.1. Высокочастотные флуктуации метрики пространства-времени	106
5.2. Описание интерферометра Фабри—Перо	109
5.3. Математическое моделирование отклика интерферометра Фабри—Перо	112
6. Регистрация высокочастотных гравитационных волн с помощью низкочастотного оптического резонанса	117
6.1. Расчет чувствительности интерферометра Фабри—Перо при регистрации высокочастотных гравитационных волн	118
6.2. Регистрация высокочастотных гравитационных волн	121
6.3. Оценка возможности регистрации реликтовых гравитационных волн	124
7. Регистрация флуктуаций метрического тензора пространства-времени	126
7.1. Модель флуктуирующего физического времени	126
7.2. Пространство-время с флуктуирующим метрическим тензором	128
7.3. Распространение света в пространстве-времени с флуктуирующим метрическим тензором	129
7.4. Расчет уширения спектральных линий света при воздействии гравитационных волн	133
Заключение	135
Литература	136

1. ПРЕДПОСЫЛКИ И СЛЕДСТВИЯ ТЕОРИИ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФЛЯЦИИ

Стандартная теория Большого взрыва утверждает, что Вселенная была рождена приблизительно 13,7 млрд лет назад в состоянии бесконечно больших плотности и температуры. С быстрым расширением Вселенной средняя энергия частиц значительно уменьшилась, и Вселенная стала холодной. Эта теория была особенно популярной после открытия реликтового излучения.

Однако к концу 1970-х годов выяснилось, что данная теория несовместима с существующей теорией элементарных частиц, что обуславливает множество внутренних проблем (проблемы горизонта, однородности и изотропности и др.), решение которых возможно в контексте относительно простого инфляционного сценария развития Вселенной [2–7].

Главная идея этого сценария состоит в том, что Вселенная на ранней стадии своего развития расширилась экспоненциально (стадия инфляции) до состояния с преобладанием потенциальной энергии $V(\phi)$ некоторого скалярного поля ϕ . Такое быстрое расширение привело к формированию плоской, однородной и изотропной Вселенной. Впоследствии энергия скалярного поля преобразовалась в тепловую энергию. В более поздний период развития Вселенная описывается стандартной теорией горячей Вселенной, предсказывающей существование реликтового излучения.

Рассмотрение эволюции Вселенной начинается с точного энергетического масштаба, равного массе Планка:

$$M_P = \sqrt{\frac{c}{8\pi G}}, \quad (1.1)$$

где c — скорость света в вакууме; G — постоянная Ньютона. Массу Планка $M_P = 4,342 \cdot 10^{-6}$ г можно представить в энергетических единицах $2,435 \cdot 10^{20}$ ЭВ. В рамках теории Эйнштейна невозможно превысить этот масштаб. С учетом постоянной План-

ка \hbar , скорости света c и массы Планка M_P можно получить время Планка $T_P \equiv \hbar / (c^2 \cdot M_P) = 2,70 \cdot 10^{-43}$ с и длину Планка $L_P \equiv \hbar / (c \cdot M_P) = 8,10 \cdot 10^{-33}$ см, которые являются важными параметрами теории ранней Вселенной. При анализе космологических моделей часто применяется система единиц, в которой $M_P = \hbar = c = 1$, также используемая в данной книге.

Первые модели инфляции были сформулированы в контексте теории Большого взрыва. Они позволили успешно решить внутренние проблемы (проблемы плоскостности, горизонта и т. д.), что исключило последние сомнения относительно этой теории. Несмотря на это, инфляционная теория продолжает претерпевать значительные изменения, отдаляясь от старой теории Большого взрыва. Для описания наблюдаемой части нашей Вселенной все еще можно говорить о Большом взрыве, также как можно использовать теорию гравитации Ньютона, чтобы описать динамику в Солнечной системе с достаточно высокой точностью. Однако описание ранней Вселенной или ее глобальной структуры с помощью некоторых понятий теории Большого взрыва приводит к противоречиям.

Например, одним из главных принципов теории Большого взрыва является однородность Вселенной. Утверждение однородности, казалось, было настолько важным, что его называли «космологическим принципом». Действительно, без использования этого принципа нельзя было доказать, что целая Вселенная появилась в единственный момент времени, который ассоциировался с Большим взрывом. Теория космологической инфляции остается единственной теорией, которая объясняет, почему заметная часть Вселенной практически однородна. Однако почти все версии инфляционной космологии предсказывают, что в намного большем масштабе Вселенная должна быть чрезвычайно неоднородна, с изменяющейся плотностью энергии от планковской до почти нулевой. Таким образом, развитие инфляционной теории значительно изменило традиционную космологическую парадигму.

Первая версия инфляционной космологии была предложена А.А. Старобинским в работе [2] в 1978 г. Однако в данной теории было не совсем ясно, в каком начальном состоянии находилась Вселенная.

Одна из наиболее важных стадий развития инфляционной космологии была связана с инфляционным сценарием Вселенной А. Гуса [3]. Главная идея этого сценария Вселенной проста и при-

влекательна, и ей принадлежит очень важная роль в развитии современной космологии.

Согласно инфляционному сценарию, инфляция является эпохой, в течение которой масштабный фактор $a(t)$ Вселенной соответствует ускоренному расширению: $\ddot{a}(t) > 0$.

Эквивалентным путем определения инфляции является рассмотрение инфляционной стадии как эпохи, в течение которой сопутствующее расстояние Хаббла $(aH)^{-1}$ убывает со временем (a — масштабный фактор):

$$\frac{d}{dt} \frac{1}{aH} < 0,$$

что помогает решить проблему плоскостности.

Модели инфляции задают видом эффективного потенциала $V(\phi)$ некоторого скалярного поля ϕ (инфлатона), которое в процессе инфляции снижается до минимума $V(\phi)$. Конец инфляции приводит к нарушению условий медленного скатывания, поле осциллирует вблизи минимума потенциала и начинается процесс постинфляционного нагревания. Этот процесс связан с несколькими различными стадиями, такими как распад инфлатонного конденсата, рождение частиц стандартной модели, их нагревание и последующая рекомбинация [8, 9].

Наблюдаемое космологическое ускорение указывает на то, что в настоящее время во Вселенной доминирует равномерно распределенная так называемая темная энергия [10–11], для описания которой используется модель идеальной жидкости с феноменологическим соотношением между давлением p и плотностью энергии ρ каждого из компонентов жидкости $p = w\rho$, где w является параметром состояния [12–18]. Современные эксперименты [19–20] свидетельствуют о том, что Вселенная является пространственно-плоской и в настоящее время параметр состояния темной энергии $w = -1 \pm 0,1$.

Стандартным способом определения, зависящего от времени параметра состояния, является включение скалярных полей в космологическую модель. При достаточно общих предположениях в рамках четырехмерной модели с одним скалярным полем могут быть реализованы модели с квинтэссенцией $-1 < w < 1/3$ и фантомные модели $w < -1$ [12–18].

В традиционной космологии геометрическое описание Вселенной основано на пространстве-времени Фридмана—Робертсона—

Уокера (ФРУ), что в значительной мере связано с высокой степенью изотропности пространства, измеренной на космическом микроволновом фоне [19, 20]. Эта идентификация базируется на формальном результате, известном как теорема Элерса—Герена—Сакса [21], что относится к модели Вселенной, заполненной любой идеальной баротропной жидкостью [22]. Отметим, что верхняя граница локальной анизотропии пространства-времени по зависимости скорости света от направления наблюдения, согласно современным экспериментам, составляет $\delta c(\theta)/c < 10^{-10} - 10^{-14}$ [23–25].

Метрика пространства-времени Фридмана—Робертсона—Уокера имеет следующий вид:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right), \quad (1.2)$$

где значения $k = 0$, $k = 1$, $k = -1$ соответствуют пространственно плоской, замкнутой и открытой моделям Вселенной соответственно.

1.1. Динамика скалярного поля

Рассмотрим действие для скалярного поля ϕ , которое определяет плотность энергии и давление во Вселенной на инфляционной стадии:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} L = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} R - g^{\mu\nu} \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right]. \quad (1.3)$$

Из вариации действия (1.3) по полю с учетом метрики (1.2) получим уравнение, определяющее динамику инфлатона:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'_\phi(\phi) = 0, \quad V'_\phi = \frac{dV(\phi)}{d\phi}. \quad (1.4)$$

Поскольку скалярное поле вследствие равенства нулю недиагональных компонент тензора Эйнштейна зависит только от времени [1], отбросим третье слагаемое в уравнении (1.4), в результате получим

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'_\phi(\phi) = 0. \quad (1.5)$$

Также вариация действия (1.3) по метрике $g^{\mu\nu}$ дает два уравнения, которые в пространственно-плоском случае ($k = 0$) имеют следующий вид:

$$3H^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi); \quad (1.6)$$

$$-2\dot{H} - 3H^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (1.7)$$

Из трех уравнений (1.5)–(1.7) только два являются независимыми.

Запишем уравнения динамики скалярного поля, сложив уравнения (1.6) и (1.7):

$$V(\phi) = 3H^2 + \dot{H}; \quad (1.8)$$

$$\dot{\phi}^2 = -2\dot{H}. \quad (1.9)$$

Другую форму записи получим, продифференцировав уравнение (1.6) по полю и приравняв к уравнению (1.5), с учетом соотношения $\frac{d}{d\phi}\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2\right) = \ddot{\phi}$:

$$V(\phi) = 3H^2 - 2H'_\phi{}^2; \quad (1.10)$$

$$\dot{\phi} = -2H'_\phi. \quad (1.11)$$

Таким образом, уравнения (1.8), (1.9) или (1.10), (1.11) определяют динамику на инфляционной стадии эволюции Вселенной.

1.2. Плотность энергии и давление

Варьируя действие (1.2) по метрике $g^{\mu\nu}$, получаем следующее выражение для тензора энергии-импульса:

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - g_{\mu\nu}L. \quad (1.12)$$

Сравнив с релятивистским тензором энергии-импульса идеальной жидкости

$$T_{\mu\nu} = (p + \rho)u^\mu u^\nu + g^{\mu\nu}p, \quad (1.13)$$

получим уравнения для плотности энергии ρ и давления p :

$$T_0^0 = \rho = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi); \quad (1.14)$$

$$T_i^i = p = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi). \quad (1.15)$$

При выполнении условия $V(\phi) \gg \dot{\phi}^2$ уравнение состояния принимает вид

$$\rho \simeq -p, \quad (1.16)$$

что является условием инфляционной стадии. Инфляция управляется вакуумной энергией инфляционного поля, которая приводит к быстрому расширению на ранней стадии эволюции Вселенной.

Для фантомных полей с отрицательной кинетической энергией, $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 < 0$, получим

$$\rho_{ph} = -\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi); \quad (1.17)$$

$$p_{ph} = -\frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi). \quad (1.18)$$

Также определим параметр состояния для канонических и фантомных полей:

$$w = \frac{p}{\rho} = \frac{\dot{\phi}^2 - 2V}{\dot{\phi}^2 + 2V} = -1 - \frac{2}{3} \frac{\dot{H}}{H^2}; \quad w_{ph} = -1 + \frac{2}{3} \frac{\dot{H}}{H^2}. \quad (1.19)$$

Для стадии де Ситтера с постоянным параметром Хаббла $H = \text{const}$ параметр состояния $w = -1$, стадии инфляции с каноническим скалярным полем параметр состояния соответствует $-1 < w < -1/3$.

1.3. Число e -фолдов

Число возрастных масштабного фактора в e раз, или *число e -фолдов*, характеризующее стадию ускоренного расширения, обычно записывают как логарифм отношения масштабного фактора в конце инфляции к масштабному фактору в ее начале:

$$N(t) = \ln \frac{a(t_{\text{end}})}{a(t)} = \int_{t_i}^{t_{\text{end}}} H dt, \quad (1.20)$$

где t_i , t_{end} — время начала и завершения инфляционной стадии.

Важной характеристикой при описании динамики ранней Вселенной является *пересечение радиуса Хаббла* $k = aH$, где k — сопутствующее волновое число. Сопутствующий масштаб k^{-1} меньше радиуса Хаббла в течение инфляции. В некоторое время $t_H < t_e$ он будет пересекать радиус Хаббла, т. е. $k^{-1} = (aH)^{-1}$. После завершения стадии инфляции сопутствующий масштаб k^{-1} пересекает горизонт событий повторно [16, 17].

Разобьем эволюцию Вселенной на следующие стадии:

- от $k^{-1} = (aH)^{-1}$ к завершению инфляции;
- повторного нагревания;
- преобладания излучения;
- преобладания вещества.

Соответствующие масштабы связаны [17] соотношением

$$\frac{k}{a_0 H_0} = \frac{a_k H_k}{a_0 H_0} \frac{a_k}{a_{\text{end}}} \frac{a_{\text{end}}}{a_{\text{reh}}} \frac{a_{\text{reh}}}{a_{\text{eq}}} \frac{a_{\text{eq}}}{a_0} \frac{H_k}{H_0}.$$

Далее в соответствии с работой [17] запишем выражение:

$$N(k) = 62 - \ln \frac{k}{a_0 H_0} - \ln \frac{10^{16} \text{ ГэВ}}{V_k^{1/4}} + \ln \frac{V_k^{1/4}}{V_{\text{end}}^{1/4}} - \ln \frac{V_k^{1/4}}{\rho_{\text{reh}}^{1/4}}.$$

Последние три слагаемых введены вследствие неопределенности в различных энергетических масштабах, связанных с инфляцией. Таким образом, устанавливается связь между значениями e -фолдов в различные эпохи эволюции Вселенной.

Также в настоящее время Вселенная ускоренно расширяется повторно, но темп расширения гораздо ниже, чем на стадии космологической инфляции [10, 11].

1.4. Наблюдательные данные

При исследовании ранней Вселенной достижением инфляционной космологии является возможность сопоставления наблюдательных данных с предсказаниями теории.

Также в рамках теории космологических возмущений можно рассчитать спектры начальных возмущений плотности вещества и первичных гравитационных волн в зависимости от значений космологических параметров [26–30].

В нулевом порядке теории космологических возмущений Вселенная описывается единственной функцией времени — масштабным фактором $a(t)$. В первом (линейном) порядке возмущения метрики являются суммой трех независимых мод — скалярной, векторной и тензорной (реликтовые гравитационные волны), каждая из которых характеризуется спектральной функцией волнового числа k [16].

Данные о влиянии скалярных и тензорных мод можно получить из наблюдений анизотропии и поляризации реликтового излучения, которые возникли в результате совместного воздействия на распределение фотонов всех трех мод возмущений.

Сопоставление предсказаний теории с результатами наблюдений проводится по некоторым спектральным характеристикам космологических возмущений, определяемым по измерениям анизотропии реликтового излучения спутниками PLANCK [19], WMAP [20], также в ряде других экспериментов [31–33].

Совместный анализ данных о распределении галактик [10, 11] и анизотропии реликтового излучения [19, 20, 31–33] позволяет рассматривать начальные условия и эволюцию отдельно.

1.5. Анизотропия реликтового излучения

При расширении Вселенной происходит ее остывание. Темп расширения значительно медленнее характерного времени установления равновесия в горячей плазме, поэтому можно считать, что частицы, в том числе и реликтовые фотоны, находятся в термодинамическом равновесии.

В горячей плотной плазме из-за рассеяния на электронах фотоны распространяются гораздо медленнее скорости света. Когда Вселенная расширяется настолько, что плазма остывает до температуры рекомбинации, электроны начинают соединяться с протонами, образуя нейтральный водород, а фотоны начинают распространяться свободно. Точки, из которых фотоны доходят до наблюдателя, образуют «поверхность последнего рассеяния».

Температура реликтового излучения изотропна с точностью 10^{-5} , малая анизотропия обусловлена разницей температуры в различных направлениях и равна примерно 3 мК.

Кинетическая составляющая анизотропии реликтового излучения обусловлена движением наблюдателя относительно реликтового излучения, ей соответствует дипольная гармоника.

Кроме кинетической составляющей в анизотропии реликтового излучения есть потенциальные члены, связанные с эффектами в гравитационных полях очень больших масштабов, сравнимые с расстоянием до поверхности последнего рассеяния, для которых низшая мультипольная гармоника квадрупольная, а именно:

- эффект Сакса—Вольфа, соответствующий изменению энергии фотонов в переменном гравитационном поле Вселенной [34];
- эффект Силка, обусловленный адиабатическим поджатием излучения и барионными акустическими осцилляциями до эпохи рекомбинации в зонах повышенной и пониженной плотности [35, 36].

Поскольку поверхность последнего рассеяния — сфера, то проще анализировать наблюдательные данные, разложив в ряд по сферическим функциям, которые являются полным и ортогональным набором функций на сфере [36, 37]:

$$\frac{\delta T(\vec{e})}{T} = \sum_{lm} a_{lm} Y_{lm}(\vec{e}), \quad (1.21)$$

где a_{lm} — мультипольные коэффициенты; Y_{lm} — сферические гармоники; \vec{e} — единичный вектор в направлении наблюдения.

Также обычно выделяют следующую вращательно-инвариантную величину:

$$C_l = \frac{1}{2l+1} \sum_{l=-m}^{l=m} |a_{lm}|^2$$

и строят спектр для величины $l(l+1)C_l/2\pi$. В таком виде представляют большинство экспериментальных данных по мультипольным спектрам космологических возмущений.

Гравитационные волны, как и скалярные возмущения, являются источником крупномасштабной анизотропии реликтового излучения. Качественные различия в характеристиках анизотропии, генерируемой скалярными возмущениями и гравитационными волнами, можно понять, анализируя особенности их эволюции.

Прежде всего важнейшим отличием гравитационных волн от скалярных возмущений метрики, вследствие тензорного характера первых, является независимость от распределения материи, т. е. гравитационные волны малой амплитуды не вызывают перераспределения плотности и скорости материи и эволюционируют независимо.

При этом распределение анизотропии реликтового излучения по углу наблюдения полностью определяется заданием спектра гравитационных волн $P_T(k)$. В простейших моделях инфляции, предсказывающих масштабнo-инвариантный спектр возмущений метрики $P_a(k) \propto k^{-3}$, спектр гравитационных волн также является масштабнo-инвариантным: $P_T(k) \propto k^{-3}$ [37]. Это означает, что для угловых масштабов $\theta \gg \theta_{rec}$, где θ_{rec} — угловая мера горизонта рекомбинации, мультипольная структура C_l^T будет близка к структуре C_l^S для скалярных мод.

Соотношение между вкладом гравитационных волн и скалярных возмущений в анизотропию реликтового излучения характеризуется в терминах тензорно-скалярного отношения [15, 27, 37]:

$$r = \frac{C_l^T}{C_l^S} = k_l |n_T|, \quad (1.22)$$

где $k_l = 6,2$ при $l \gg 1$ и $|n_T| \ll 1$.

В настоящее время оценки тензорно-скалярного отношения различаются в зависимости от рассматриваемых моделей инфляции, верхний предел значений, согласно результатам наблюдений спутника PLANCK, $r < 0,112$ [19].

Реликтовые гравитационные волны не наблюдались непосредственно, что приводит к большому числу теоретических моделей космологической инфляции, которые дают объяснение происхождению и эволюции крупномасштабной структуры Вселенной и соответствуют имеющимся в настоящий момент наблюдательным данным.

Очевидно, что прямое измерение характеристик реликтовых гравитационных волн позволяет существенно сократить число возможных моделей.

2. СКАЛЯРНЫЕ ПОЛЯ В КОСМОЛОГИИ

Введение скалярного поля в ОТО как источника гравитационного поля часто подвергается справедливой критике на основе того, что скалярные поля не обнаружены экспериментально. К настоящему времени появилось вполне приемлемое с физической точки зрения доказательство, основанное на экспериментальном обнаружении бозона Хиггса в эксперименте на Большом адронном коллайдере (БАК) [38]. Таким образом, скалярное поле, описывающее бозон Хиггса, может рассматриваться как источник гравитационного поля ранней Вселенной. Более того, хиггсовское поле можно представлять как инфлатон, приводящий к раннему ускорению в расширении Вселенной (инфляции).

2.1. Ранние представления о скалярных полях в космологии

Обращаясь к более ранним представлениям о включении скалярного поля как гравитационного источника, приведем некоторые исторические факты.

П. Йордан в 1949 г. [39] отметил, что в теории объединения гравитации и электромагнетизма Калуцы—Клейна с неизбежностью возникает новое макроскопическое взаимодействие гравитационного напряжения, переносчиком которого является скалярное поле, при оценке масштаба 5-го измерения. Поскольку такое скалярное поле приводило к оценке 5-го измерения через координаты пространства-времени, то оно впоследствии получило название «компактон».

М. Фиртц (1956) [40], П. Йордан (1959) [41], К. Бранс и Р.Х. Дикке (1961) [42] предложили теорию гравитации, описываемую метрическим тензором и скалярным полем с неминимальным взаимодействием с гравитацией. Такая модель содержит только один свободный параметр, устремление которого к бесконечности приводит к совпадению теории с ОТО. Позднее П.Г. Бергман (1968) [43], Д. Нордтвед (1970) [44] и Р.В. Вагонер (1970) [45] обобщили теорию Фиртца—Йордана—Бранса—Дикке на случай более общей