



И. Р. ВЫСОЦКИЙ
И. В. ЯЩЕНКО

МАТЕМАТИКА

ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ



8
9

классы

Часть 1

Под редакцией
И. В. ЯЩЕНКО

УДК 373.167.1:519.2+519.2(075.3)
ББК 22.17я721
В93

Учебник допущен к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, в соответствии с Приказом Министерства просвещения Российской Федерации № 858 от 21.09.2022 г.

Издание выходит в pdf-формате.

Высоцкий, Иван Ростиславович.

В93 Математика. Вероятность и статистика : 7—9-е классы : базовый уровень : учебник : в 2 частях : издание в pdf-формате / И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко ; под ред. И. В. Яценко. — Москва : Просвещение, 2023.

ISBN 978-5-09-110197-3 (электр. изд.). — Текст : электронный.

ISBN 978-5-09-102539-2 (печ. изд.).

Ч. 1. — 176 с. : ил.

ISBN 978-5-09-110134-8 (электр. изд.).

ISBN 978-5-09-102540-8 (печ. изд.).

Учебник предназначен для знакомства учащихся с формами представления и описания данных в статистике, случайными событиями, вероятностью и её свойствами. Основу учебника составляют важные и общие вопросы статистики и теории вероятностей. Наряду с этим большое внимание уделяется общематематическим знаниям. В учебник входят главы, посвящённые элементам теории графов, теории множеств, логике и комбинаторике. Акцент авторы делают на том, какую роль статистика и вероятность играют в изучении явлений окружающего мира.

Учебник содержит большое количество задач. Многие задачи предполагают использование калькулятора или электронных таблиц.

Учебник подготовлен в соответствии со всеми требованиями ФГОС ООО, утверждённого Приказом Министерства просвещения № 287 от 31.05.2021 г.

Данное издание является первым.

УДК 373.167.1:519.2+519.2(075.3)
ББК 22.17я721

Учебное издание

Высоцкий Иван Ростиславович
Яценко Иван Валериевич

МАТЕМАТИКА

ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

7—9 классы

Базовый уровень

Учебник

В двух частях

Часть 1

Центр математики. Ответственный за выпуск *Ю. С. Голубева*. Редактор *Ю. С. Голубева*. Художественный редактор *М. А. Тамазова*. Редактор карт *М. Ю. Ширяева*. Компьютерная вёрстка *Н. А. Бойко, Т. В. Рыбиной*. Корректор *Е. Е. Никулина*.

Дата подписания к использованию 04.08.2023. Формат 84×108/16. Гарнитура SchoolBookSanPin. Уч.-изд. л. 16,22. Усл. печ. л. 18,48.

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».

Российская Федерация, 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, помещение 1Н.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — vopros@pros.ru.

ISBN 978-5-09-110134-8 (ч. 1, электр. изд.)

ISBN 978-5-09-110197-3 (электр. изд.)

ISBN 978-5-09-102540-8 (ч. 1, печ. изд.)

ISBN 978-5-09-102539-2 (печ. изд.)

© АО «Издательство «Просвещение», 2023

© Художественное оформление.

АО «Издательство «Просвещение», 2023

Все права защищены

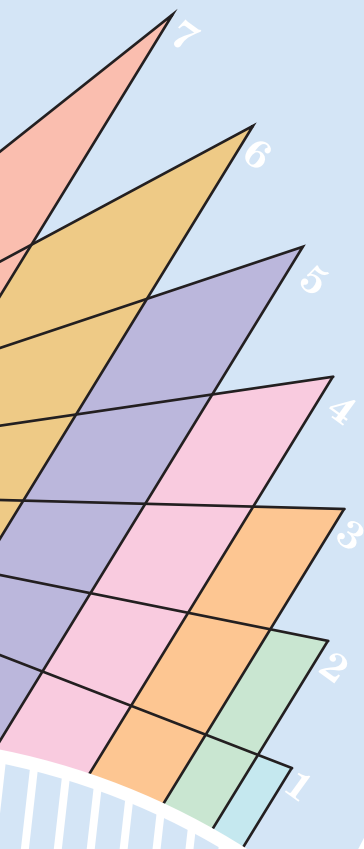
I

Представление данных

Чтобы упорядочивать большие массивы данных, используют таблицы. В таблице гораздо легче искать информацию, чем в обычном тексте, потому что в таблице каждое значение находится в своей ячейке, а однородные сведения сгруппированы в одной графе. Если данные подходящим образом помещены в таблицу, то их удобно сравнивать.

Для наглядного представления обычно используют графические средства, например диаграммы. В отличие от таблиц, диаграммы не передают значения точно, зато позволяют сравнивать величины на глаз. Вам знакомы столбиковые и круговые диаграммы. Кроме них существуют демографические диаграммы, лепестковые диаграммы и множество других.

- 1 Таблицы**
- 2 Упорядочивание данных и поиск информации**
- 3 Подсчёты и вычисления в таблицах**
- 4 Столбиковые диаграммы**
- 5 Круговые диаграммы**
- 6* Возрастно-половые диаграммы**



1 Таблицы

Таблица — простой и удобный способ упорядочить данные. С некоторыми таблицами вы уже знакомы с начальной школы. Это таблицы сложения и умножения, таблицы спряжения глаголов. Таблицами являются расписание уроков, страницы школьного дневника, оглавление учебника.

Государственные и коммерческие службы регулярно собирают обширные сведения об обществе и окружающей среде. Эти данные обычно публикуют в виде таблиц.

Рассмотрим примеры таблиц, научимся составлять их и извлекать из них информацию.

ПРИМЕР. В образовательном центре был сделан ремонт, и в начале учебного года руководство центра поручило сотруднице Елене собрать заявки на новую мебель от всех лабораторий и отделов. Елена принимает заявки по СМС и по электронной почте. В течение двух дней она получила несколько заявок.



Данные поступают в разное время, уточняются, меняются. Всё это трудно запомнить и неудобно хранить в разных местах. Нужно собрать все сведения в одну таблицу. Елена использует электронную таблицу. Она уже подсчитала и внесла в неё, сколько нужно рабочих столов (рис. 1).

При этом часть информации потеряна: в таблице мы не видим, сколько и какой мебели заказывали разные отделы. Но сейчас это не важно. Главное — собрать общий заказ. Таблицу можно расширить: указать цены и подсчитать общую сумму, которую придётся затратить на новую мебель.



Вопросы

- 1 Какая информация, нужная для приобретения и расстановки мебели, не вошла в таблицу на рисунке 1?

	А	В	С
1			
2		Наименование	Количество
3	1	Стол рабочий	11
4	2	Шкаф для одежды	
5	3	Стул	
6	4	Кресло	
7	5	Тумбочка с ящиками	
8	6	Книжный шкаф	
9	7	Настольная лампа	
10	8	Маленький круглый стол	
11	9	Зелёный диван	

Рисунок 1. **Заказ мебели**

- 2 Приведите примеры таблиц, которые вы видели на улицах, в торговых центрах, на вокзалах, автобусных станциях или в аэропортах.



Задачи

- 1 Перечертите таблицу из рисунка 1 в тетрадь и заполните её до конца.
- 2 Каждый день автобус делает три рейса от железнодорожной станции в посёлок — туда и обратно. Первый рейс отправляется от станции утром в 8 часов 32 минуты. На дорогу от станции до посёлка автобус тратит ровно 30 минут. Такое же время автобус тратит на обратный путь. На конечных остановках автобус ровно 10 минут ждёт пассажиров и отправляется обратно. Составьте расписание движения автобуса по образцу (табл. 1).

Таблица 1. **Расписание движения автобусов по маршруту
«Ст. Беломошье — пос. Нагорное».
Ежедневно с 25.04.2022**

Время отправления от конечного пункта	
Ст. Беломошье	Пос. Нагорное
8:32	

Чтобы легче разыскивать данные в таблицах, их упорядочивают по какому-то признаку. Иногда упорядочивание совершенно естественное. Например, одни и те же данные за разные годы обычно представляют в **хронологическом порядке** (упорядочивание по времени). Если данные разбросаны хаотично, пользоваться таблицей неудобно.

ПРИМЕР 1. В таблице 2 показано население городов-миллионеров в России в некоторые годы. Города упорядочены по алфавиту, а данные о числе жителей — хронологически.

Таблица 2. Население городов-миллионеров, тыс. чел.

Город \ Год	2002	2006	2010	2018	2019	2020	2021
Волгоград	1011	992	1021	1014	1013	1009	1004
Воронеж	849	846	890	1048	1054	1058	1050
Екатеринбург	1294	1308	1350	1469	1483	1494	1495
Казань	1105	1113	1144	1244	1252	1257	1257
Красноярск	909	921	974	1091	1095	1094	1092
Москва	10 126	10 425	11 504	12 506	12 616	12 679	12 655
Нижний Новгород	1311	1284	1251	1259	1254	1252	1244
Новосибирск	1426	1397	1474	1613	1618	1626	1620
Омск	1134	1139	1154	1172	1165	1155	1139
Пермь	1002	993	991	1052	1054	1055	1049
Ростов-на-Дону	1068	1055	1089	1130	1133	1138	1137
Самара	1158	1143	1165	1163	1157	1157	1144
Санкт-Петербург	4661	4581	4880	5352	5384	5398	5384
Уфа	1042	1030	1062	1121	1124	1129	1125
Челябинск	1077	1093	1130	1202	1201	1197	1187

В таблице 2 легко найти данные о нужном городе. Но на некоторые вопросы отвечать неудобно. Например, на вопрос «Какой город в России являлся пятым по численности населения в 2021 г.?».

Чтобы ответить на этот вопрос, строки лучше упорядочить по убыванию численности населения в 2021 г. Первым городом станет Москва, за ней — Санкт-Петербург, Новосибирск и так далее до Волгограда. Сделаем это, причём внесём в эту таблицу не все данные, а только данные за 2021 г.

В построенной таблице 3 сразу видно, что пятым по численности городом является Казань с населением 1 млн 257 тыс. жителей.

Таблица 3. Население городов-миллионеров в 2021 г.

Город	Население, тыс. чел	Город	Население, тыс. чел	Город	Население, тыс. чел
Москва	12 655	Нижний Новгород	1244	Уфа	1125
Санкт-Петербург	5384	Челябинск	1187	Красноярск	1092
Новосибирск	1620	Самара	1144	Воронеж	1050
Екатеринбург	1495	Омск	1139	Пермь	1049
Казань	1257	Ростов-на-Дону	1137	Волгоград	1004



В зависимости от стоящей задачи данные в таблицах упорядочивают разными способами.

До появления компьютеров таблицы со статистическими данными хранились в огромных бумажных книгах. Поиск нужной информации занимал много времени. В современных процессорах электронных таблиц очень легко упорядочивать данные по любому признаку. Упорядочивание нужно в таблицах спортивных результатов, экономических достижений и всевозможных **рейтингов**¹.

ПРИМЕР 2. В таблице 4 даны результаты забега на 100 м мужчин, занимающихся в спортивном клубе. Для участия в городских соревнованиях по бегу на 100 м тренер хочет отобрать не более восьми лучших бегунов, но только тех, у кого результат не превосходит 11,5 с. Сколько бегунов удовлетворяют этому условию? Как нужно изменить границу отбора, чтобы отобранных бегунов было ровно восемь?

Таблица 4. Результат забега на 100 м

Фамилия	Время, с	Фамилия	Время, с	Фамилия	Время, с
Асташкин	10,98	Карамышев	11,84	Шелепин	12,49
Сычѳв	11,20	Ярушевич	11,86	Тугарѳв	12,50
Чернов	11,23	Осадчий	12,02	Зверев	12,65
Ясенский	11,44	Гостев	12,23	Белов	12,74
Плахотин	11,45	Дольнев	12,30	Пилюгин	13,01
Пережогин	11,57	Львов	12,34	Богатырѳв	13,12

Чем меньше времени спортсмен провѳл на дистанции, тем лучше. Поэтому мы упорядочили данные по возрастанию времени забега.

Время забега менее 11,5 с у пяти бегунов. Если нужно отобрать ровно восемь, тренер может выбрать границу 12 с.

¹ Слово «рейтинг» происходит от английского слова *rating* — «оценка, определение стоимости, классификация».



Вопросы

- 1 Для чего применяются таблицы?
- 2 Какими таблицами вы пользовались в быту и в учёбе? Чем они удобны?



Задачи

- 3 Пользуясь таблицей 2, найдите численность населения:
 - а) Новосибирска в 2002 г.;
 - б) Казани в 2002 г.
- 4 В каком городе население в 2010 г. составляло 1474 тыс. чел.?
- 5 Сколько городов в России имело население более 1 млн чел. в 2006 г.?
- 6 На сколько численность населения Санкт-Петербурга в 2021 г. была выше, чем в 2010 г.?
- 7 На сколько численность населения Екатеринбурга в 2018 г. была выше, чем в 2010 г.?
- 8 Сколько городов в России в 2002 г. имело население более 1500 тыс. чел.?
- 9 Рассмотрите таблицу 4. Сколько спортсменов пробежали дистанцию 100 м менее чем за 12,5 с?
- 10 В таблице 5 даны нормативы по бегу на 100 м.

Таблица 5. Нормативы по бегу на 100 м, с

Хронометр	Мастер спорта межд. класса	Мастер спорта	Кандидат в мастера спорта	I разряд	II разряд	III разряд
Ручной	—	—	10,7	11,2	11,8	12,7
Автоматический	10,28	10,64	10,94	11,44	12,04	12,94

Используя таблицу 4, ответьте на вопросы. Считайте, что время измеряли автоматическим хронометром.

- а) Сколько спортсменов во время контрольного забега выполнили норматив кандидата в мастера спорта по бегу на 100 м?
- б) Сколько спортсменов выполнили норматив I разряда?
- в) Сколько спортсменов выполнили норматив II разряда?



- 11 В математической олимпиаде участвовали 600 учащихся из разных школ города. Наибольший возможный балл был равен 15. В таблице 6 показано, как распределились участники по баллам. Найдите:
 - а) количество участников, набравших не более 6 баллов;
 - б) долю участников (в процентах), которые набрали не менее 11 баллов.

Таблица 6. Распределение участников по баллам

Балл	0	1	2	3	4	5	6	7
Количество участников	3	8	27	44	53	69	88	80
Балл	8	9	10	11	12	13	14	15
Количество участников	76	54	32	24	20	15	6	1



12 Нужно объявить участникам математической олимпиады (см. задачу 11) граничный балл, то есть наименьший балл, обладатель которого становится призёром или победителем олимпиады. Каким должен быть наименьший граничный балл, чтобы общее количество призёров и победителей:

- а) не превышало 30 человек;
- б) было не более 10% от общего числа участников? Сколько процентов участников станет победителями и призёрами в этом случае?

13 Электрическую энергию очень трудно запастись в большом количестве (батареи и аккумуляторы не в счёт). Электростанции производят практически столько электричества, сколько потребляет промышленность, сельское хозяйство и население. Поэтому по производству электроэнергии можно судить о состоянии экономики в стране. В быту количество потреблённой электрической энергии измеряют в киловатт-часах (кВт · ч); в стране — в миллиардах киловатт-часов. В таблице 7 указан объём электроэнергии, произведённой в России в период с 2010 по 2019 г.

Таблица 7. Производство электроэнергии в России, млрд кВт · ч

Год	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Объём произведённой электроэнергии	1038	1055	1069	1045	1047	1050	1072	1074	1091	1096

Определите по таблице 7:

- а) Сколько электроэнергии было выработано в России в 2012 г.?
- б) В каком году электроэнергии было произведено больше: в 2012 или в 2013 г.?
- в) В каком году в России было произведено больше всего электроэнергии?
- г) Назовите один-два фактора, которые влияют на объём годового потребления электроэнергии в стране.
- д)* Как вы думаете, чем объясняется спад в производстве электроэнергии в 2013 г.?

3

Подсчёты и вычисления в таблицах

Подсчёты в таблице

В классе был проведён опрос о том, какие у кого живут домашние животные. Получился следующий список:

Собака, собака, кошка, никого, кошка, рыбка, кошка, никого, кошка, кошка, птица, никого, собака, никого, кошка, птица, собака, кошка, собака, никого, рыбка, кошка, собака, собака, кошка, никого, черепаха, никого, собака, рыбка, кошка, собака, кошка.

Список не показывает прямо, сколько каких животных живёт у школьников. Чтобы ответить на этот вопрос, нужно провести подсчёты. Проще всего это сделать с помощью таблицы, читая список один раз.

Будем рисовать чёрточки во втором столбце: в списке встретилось слово «собака», значит, рисуем чёрточку в строке «Собака». И так далее.

Пятую чёрточку нарисует так, чтобы «закрыть» четыре предыдущие. Запись |||| означает пять подсчитанных объектов — пятёрк. Так удобнее потом подсчитать общее количество чёрточек в каждой строке. Обработав весь список, получим таблицу 8.

Таблица 8. Подсчёт животных

Животное	Встретилось в списке	Всего
Собака		9
Кошка		11
Никого		7
Рыбка		3
Птица		2
Черепаша		1

Теперь легко подсчитать животных каждого вида. Собака в списке встречается 5 раз и ещё 4 раза (|||| ||||), то есть всего 9 раз. Кошка — 11 раз. Птицы живут у двух школьников, рыбки — у троих школьников, а черепаха — только у одного.

Если бы мы считали сначала собак, потом кошек и т. д., нам бы пришлось просматривать список несколько раз. Используя приём с чёрточками, мы прочитали список лишь один раз.

Такой способ подсчётов в таблице использовали ранее, но иногда применяют и сейчас. Например, так делают социологи при ручной обработке бумажных анкет, продавцы в небольших магазинах для учёта проданной продукции.

Разумеется, когда данных очень много, подсчёты можно и нужно проводить с помощью компьютера.

Вычисления в таблицах. Сметы

Иногда значения в одном из столбцов таблицы вычисляются с помощью значений, стоящих в других столбцах и строках. С такими таблицами мы часто встречаемся. Вспомните таблицу умножения или таблицу спортивных состязаний. В этих таблицах одни величины вычисляются с помощью других. Часто приходится составлять сметы.



Смета — это таблица со списком или планом расходов. В смете указывают нужные товары, цены и итоговую стоимость.

ПРИМЕР 1. Спортивный комитет выделил на закупку спортивного инвентаря для летнего лагеря 50 000 р. Было решено купить футбольные, волейбольные и баскетбольные мячи, ракетки, воланы и сетку для бадминтона. Чтобы понять, как распределить деньги и сколько товаров купить, организаторы составили смету расходов (табл. 9).

Таблица 9. Смета расходов на покупку спортивного инвентаря

№ п/п	Наименование	Ед. измерения	Количество	Цена ед., р.	Стоимость, р.
1	Мяч футбольный	шт.	20	575,5	
2	Мяч волейбольный	шт.	20	500	
3	Мяч баскетбольный	шт.	10	800	
4	Ракетка бадминтонная	шт.	38	480	
5	Воланы	коробка	15	750	
6	Сетка для бадминтона	шт.	4	700	
Итого					

В столбце «Стоимость» подводятся итоги по строкам: стоимость равна цене, умноженной на количество купленных единиц товара. Последняя строка в смете отличается от предыдущих. В этой строке подводят суммарные итоги в одном или нескольких столбцах таблицы.

Распределить деньги можно по-разному. Предположим, что спорткомитет решил купить только футбольные и волейбольные мячи, ракетки для бадминтона и воланы. Тогда смета может быть такой, как в таблице 10.

Таблица 10. Смета расходов на покупку спортивного инвентаря

№ п/п	Наименование	Ед. измерения	Количество	Цена ед., р.	Стоимость, р.
1	Мяч футбольный	шт.	20	575,5	11 510
2	Мяч волейбольный	шт.	20	500	10 000
3	Мяч баскетбольный	шт.	0	800	0
4	Ракетка бадминтонная	шт.	38	480	18 240
5	Воланы	коробка	15	750	11 250
6	Сетка для бадминтона	шт.	0	700	0
Итого					51 000

В последней строке видно, что мы превысили выделенную сумму на 1000 р. Придётся менять смету, чтобы уложиться в выделенную сумму. Можно уменьшить количество волейбольных мячей на два. Тогда как раз получится 50 000 р.

Можно поступить иначе: купить меньше на одну ракетку и на одну коробку воланов. Экономия составит $480 + 750 = 1230$ р., и общая сумма будет равна 49 770 р. Но в этом случае останется 230 р., на которые уже ничего купить нельзя.

Доли и проценты в таблицах

Часто приходится вычислять долю одной или нескольких частей в едином целом. Если исходные данные записаны в таблице, то доли также принято записывать в таблицу. Покажем на примере, как это делается.

ПРИМЕР 2. Наблюдения показывают, что за последние 40 лет структура занятости населения России сильно изменилась. В таблице 11 показана общая численность населения, численность трудоспособного населения (от 16 лет до пенсионного возраста) и количество людей пенсионного возраста¹ в России в 1981 и в 2021 гг. по данным Росстата Российской Федерации.

Таблица 11. Население трудоспособного и пенсионного возраста в 1981 и 2021 гг.

Год	Трудоспособное население, млн чел.	Население пенсионного возраста, млн чел.	Общая численность населения, млн чел.
1981	83,16	22,88	138,84
2021	81,88	36,90	146,17

Данные нельзя считать совершенно точными, кроме того, абсолютные значения мало говорят о том, как изменилась ситуация. Можно лишь заметить, что численность людей пенсионного возраста выросла, а трудоспособного возраста — сократилась. Изменения станут нагляднее, если выразить численность обеих групп в процентах от общей численности населения. Найдём процентную долю людей пенсионного возраста в 1981 г.:

$$22,88 : 138,84 \cdot 100\% \approx 16,48\%.$$

Точно так же проведём вычисления для численности трудоспособного населения и для данных 2021 г. Чтобы сопоставить данные, добавим новые сведения в таблицу.

Таблица 12. Население трудоспособного и пенсионного возраста в 1981 и 2021 гг.

Год	Трудоспособное население		Население пенсионного возраста		Общая численность населения, млн чел.
	Количество, млн чел.	Доля, %	Количество, млн чел.	Доля, %	
1981	83,16	59,90	22,88	16,48	138,84
2021	81,88	56,02	36,90	25,24	146,17

Теперь видно, что доля трудоспособного населения уменьшилась, но незначительно — меньше чем на 4% населения, а доля пенсионеров выросла больше чем в полтора раза.



Таблицы удобны тем, что прямо в них можно проводить вычисления, дополняя имеющиеся данные.

¹ Люди пенсионного возраста и пенсионеры — это не одно и то же. Помимо людей пенсионного возраста есть ещё те, кто не достиг установленного пенсионного возраста, но получает специальные пенсии — например, военные пенсионеры, пенсионеры по состоянию здоровья.



Вопросы

- 1 Как вы думаете, почему принято считать пятками — по пять чёрточек?
- 2 Что такое смета?
- 3 Как вы думаете, зачем нужно знать долю численности трудоспособного населения и долю численности людей пенсионного возраста?
- 4 В городе проводился опрос жителей о том, как потратить часть бюджета на благоустройство — направить деньги на строительство детских площадок или на озеленение улиц. Какие признаки можно выделить у опрашиваемых респондентов?



Задачи

- 14 Продавцы небольших книжных киосков часто отмечают число проданных за день книг в общей ведомости, чтобы в конце дня быстро подвести итоги работы. Часть такой ведомости дана в таблице 13.

- а) Перечертите таблицу 13 в тетрадь и заполните столбец «Всего».
- б) Заполните столбец «Выручка».
- в) Подсчитайте общее число проданных книг и суммарную выручку и заполните соответствующие ячейки.



Таблица 13. Ведомость продажи книг

№ п/п	Название книги	Цена, р.	Продано	Всего	Выручка
1	«Алиса в Стране чудес»	590			
2	«Властелин колец»	1100	++++ ·		
3	«Вредные советы»	190			
4	«Гарри Поттер и Орден Феникса»	820	++++ +++++		
5	«Северное сияние»	460			

- 15 Пользуясь таблицей 13 и результатами задачи 14, составьте таблицу долей выручки от продажи каждой книги.



- 16 Рассмотрите таблицу 2 «Население городов-миллионеров» (см. с. 8).



- а) Начертите эту таблицу в тетради, оставив только 2002, 2010 и 2021 гг. Добавьте справа столбец и укажите в нём, на сколько процентов изменилась численность населения каждого города в период с 2002 по 2021 г.
- б) В каком городе процентный прирост численности населения наибольший?
- в) В каком городе процентный прирост численности населения наименьший?
- г) В каких городах произошла **депопуляция**¹ в течение 2002—2021 гг.? Как вы думаете, с чем может быть связана депопуляция именно в этих городах?
- д) Найдите в таблице 2 город, где прирост населения за 11 лет (с 2010 по 2021 г.) превышает 15%. Как вы думаете, с чем может быть связан такой резкий рост численности населения в этом городе?

¹ Депопуляция — убыль численности населения.

- 17** В таблице 14 даны четвертные оценки по математике, русскому и иностранному языкам всех учащихся класса.

Таблица 14. Оценки за четверть

№ п/п	Фамилия	Математика	Русский язык	Иностранный язык
1	Авдеев И.	4	3	5
2	Андреева О.	4	4	4
3	Баранкин С.	3	4	3
4	Бодров О.	5	4	5
5	Волин С.	5	5	5
6	Волкова Е.	3	5	4
7	Галкин П.	3	4	3
8	Данилов М.	5	3	5
9	Евсеева С.	4	5	5
10	Жуков Д.	5	4	4
11	Иванова Е.	4	5	5
12	Караваева А.	5	4	5
13	Кузнецов И.	3	3	3
14	Кузовлев П.	3	4	3
15	Ломов Д.	3	3	3
16	Макаров А.	4	3	4
17	Мельникова М.	5	4	3
18	Надюшина С.	4	5	4
19	Норов П.	4	4	3
20	Оганов А.	5	3	4
21	Островая Е.	5	4	5
22	Петров С.	4	5	5
23	Петрова И.	4	4	5
24	Пронина Д.	5	5	4
25	Шашкин П.	4	3	4
26	Яковлева Н.	3	4	4

Пользуясь таблицей 14, составьте таблицу с результатами подсчёта учеников, которые имеют:

- а) пятёрку по математике;
- б) пятёрку или четвёрку по русскому языку;
- в) пятёрку хотя бы по одному из предметов;
- г) пятёрки по двум или трём предметам.

- 18** По таблице 9 (с. 13) ответьте на следующие вопросы:

- а) Какой из товаров самый дорогой?
- б) Какой из товаров самый дешёвый?

в) Какого товара решили купить больше всего? Как вы думаете, почему?

г) Какого инвентаря решили купить меньше всего? Как вы думаете, почему?

19 Начертите таблицу 9 в тетради, найдите стоимость каждого вида товара и заполните последний столбец. Ответьте на следующие вопросы:

а) На какой вид инвентаря планируется потратить самую большую сумму?

б) На какой вид инвентаря планируется потратить самую маленькую сумму?

20 Предложите какой-нибудь способ составления сметы по таблице 9 так, чтобы были куплены волейбольные и футбольные мячи, ракетки, воланы и сетки и чтобы общая сумма покупки была ровно 50 000 р.

21 Пользуясь данными таблицы 9, составьте собственную смету для покупки трёх из перечисленных видов спортивного инвентаря на общую сумму от 9900 до 10 000 р.

22 Рассмотрите таблицу 7 (с. 11). Найдите, как изменялось год от года производство электрической энергии в России в 2011—2019 гг. в процентах от показателя предыдущего года. Перечертите в тетрадь таблицу 15 и заполните пустые ячейки.

Таблица 15. Изменение производства электроэнергии в России

Год	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Изменение по отношению к предыдущему году, %	1,6			0,2					

23 Всё чаще мы оплачиваем коммунальные услуги через компьютер или смартфон. Однако ещё встречаются бумажные платёжные квитанции. Ниже показана заполненная платёжная квитанция для оплаты электроэнергии в квартире.

Квитанция						
Получатель платежа ПАО "Мосэнергосбыт"						Код РР
Номер лицевого счета						
Ф.И.О. *****						Период сен.19
Адрес Москва, ул.Липецкая, *****						(месяц, год)
Код	Тарифная зона	Показания счётчиков	Расход	Тариф	Сумма к оплате	
платежа		текущее	предыдущее	(кВтч)	(руб/кВтч)	(руб)
13	T1	10345	10242		6,57	
2	T2	9322	9234		2,13	
15	T3	8233	8120		5,47	
Итого:						
*Коды платежа:						
1 - T1 (день) - для однотарифного и двухтарифного учета						
13 - T1 (пик) - для трёхтарифного учета						
2 - T2 (ночь) - для двухтарифного и трёхтарифного учета						
15 - T3 (полупик) - для трёхтарифного учета						
Итого к оплате:						руб. коп.
Подпись						

Разберитесь в платёжной квитанции, заполните пустые ячейки «Расход», «Сумма к оплате» и «Итого» и ответьте на вопросы:

а) Сколько кВт · ч израсходовано по тарифной зоне T1 «пик» с момента установки счётчика к моменту снятия показаний в сентябре?

б) Сколько кВт · ч израсходовано по тарифной зоне T1 «пик» с момента предыдущего снятия показаний в августе?

в) Какую сумму владелец квартиры должен заплатить по тарифу T2 «ночь»?

г) Какую сумму он должен заплатить всего?

Таблицы удобны для упорядочивания и поиска данных. Однако они не дают наглядного представления о соотношении величин. Для этого используют **диаграммы**. Диаграммы часто встречаются в Интернете, в газетах, журналах и книгах, они иллюстрируют соотношение и изменение различных величин.



Диаграммы используются для наглядного, запоминающегося изображения и сопоставления данных.

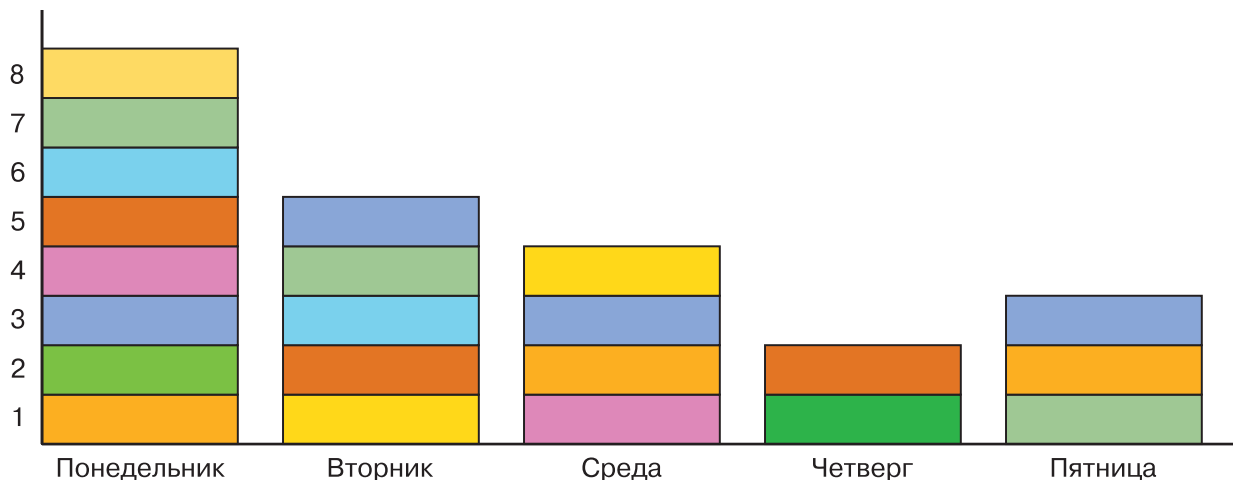
ПРИМЕР 1. В таблице 16 приведены данные о числе шоколадок, проданных в школьной столовой в учебные дни с понедельника по пятницу.

Таблица 16. Продажа шоколада

День недели	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Число шоколадок	8	5	4	2	3

Наглядно эти данные можно изобразить в виде столбиков, каждый из которых показывает число шоколадок, проданных за день (диагр. 2).

Диаграмма 2. Количество проданных шоколадок



Чтобы построить **столбиковую диаграмму**, мы начертили горизонтальную и вертикальную прямые линии. На горизонтальной прямой отметили дни недели с понедельника по пятницу. Над каждой отметкой изобразили стопку проданных шоколадок. На вертикальную прямую нанесли деления, помогающие понять, сколько шоколадок в каждом столбике.

Диаграмму можно упростить. Вместо шоколадок лучше нарисовать просто столбики разной высоты. Ниже показаны два варианта оформления диаграммы 2 — с зазорами между столбиками и без зазоров (диагр. 3 и 4).

Диаграмма 3

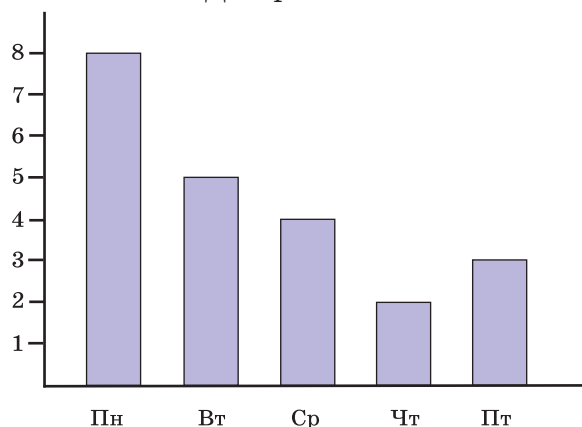
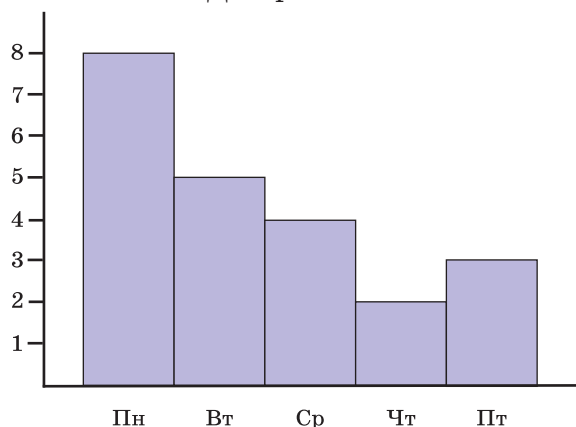


Диаграмма 4



Высоты столбиков наглядно отражают соотношение между величинами. Большая точность не требуется, но столбики диаграммы должны быть одинаковой ширины. Зазоры между столбиками тоже должны быть одинаковыми.

Иногда на диаграмме столбики удобно откладывать не от нулевой высоты, а от другого значения.

ПРИМЕР 2. Диаграммы 5 и 6 показывают средние цены на один и тот же смартфон за период с августа 2021 г. по январь 2022 г.

Диаграмма 5

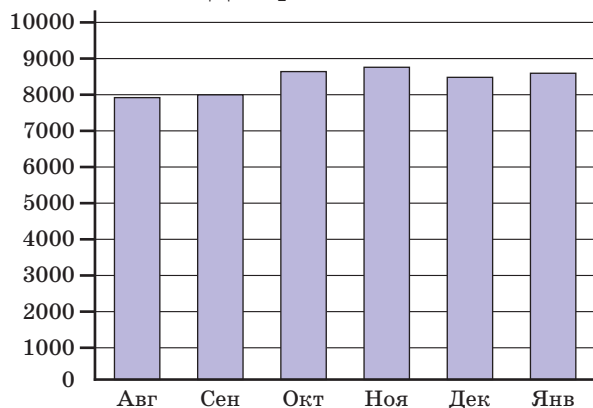
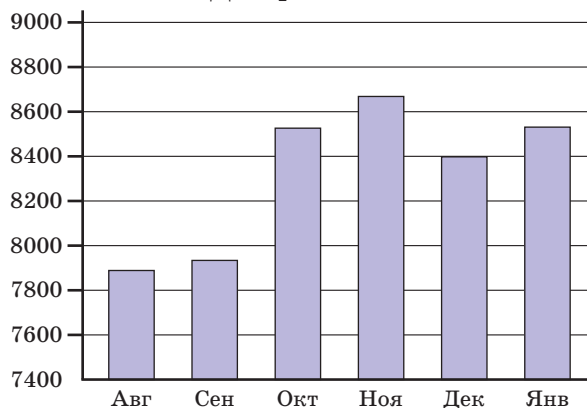


Диаграмма 6



Разница в том, что на диаграмме 5 столбики откладываются от значения 0 р., а на диаграмме 6 — от 7400 р. На диаграмме 5 меньше масштаб: одно деление соответствует 1000 р., а на диаграмме 6 — масштаб в пять раз больше: в одном делении 200 р. Поэтому на диаграмме 5 различия столбиков по высоте видны хуже, чем на диаграмме 6. С другой стороны, на диаграмме 5 можно визуально **оценить**¹ прирост или падение цены по сравнению с предыдущим годом. По диаграмме 6 такую оценку сделать трудно из-за того, что отношение высот столбиков не равно отношению цен.

Зато на диаграмме 6 лучше видно различия между соседними столбиками.

¹ Оценить — здесь: найти приближённое значение.

Оглавление

Предисловие	3
Глава I. Представление данных	5
1. Таблицы	6
2. Упорядочивание данных и поиск информации	8
3. Подсчёты и вычисления в таблицах	11
4. Столбиковые диаграммы	18
5. Круговые диаграммы	22
6*. Возрастно-половые диаграммы	27
Глава II. Описательная статистика	31
7. Среднее арифметическое	32
8. Медиана	36
9. Наименьшее и наибольшее значения. Размах	40
10*. Обозначения в статистике. Свойства среднего арифметического	44
Глава III. Случайная изменчивость	47
11. Примеры случайной изменчивости	48
12. Точность и погрешность измерений	50
13. Тенденции и случайные отклонения	53
14. Частоты значений в массивах данных	58
15. Группировка данных и гистограммы	62
16. Выборка	69
17*. Статистическая устойчивость и оценки с помощью выборки	72
Глава IV. Графы	77
18. Графы. Вершины и рёбра	78
19. Степень вершины	83
20. Пути в графе. Связные графы	86
21*. Задача о Кёнигсбергских мостах, эйлеровы пути и эйлеровы графы	89
Глава V. Логические утверждения и высказывания	93
22. Утверждения и высказывания	94
23. Отрицание	97
24. Условные утверждения	99
25. Обратные и равносильные утверждения. Признаки и свойства. Необходимые и достаточные условия	101
26*. Противоположные утверждения. Доказательство от противного	104
Глава VI. Случайные опыты и случайные события	107
27. Примеры случайных опытов и случайных событий	108
28. Вероятности и частоты событий	109
29. Монета и игральная кость в теории вероятностей	112
30. Как узнать вероятность события	114
31. Вероятностная защита информации от ошибок	117
Глава VII. Множества	121
32. Множество, подмножество, примеры множеств	122
33. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера	125
34*. Множества решений неравенств и систем	129
35*. Правило умножения	130
Глава VIII. Математическое описание случайных явлений	135
36. Случайные опыты и элементарные события	136
37. Вероятности элементарных событий. Равновозможные элементарные события	139
38. Благоприятствующие элементарные события	143
39. Вероятности событий	146
40. Опыты с равновозможными элементарными событиями	149
41. Случайный выбор	153
Глава IX. Рассеивание данных	155
42. Рассеивание числовых данных и отклонения	156
43. Дисперсия числового набора	160
44*. Стандартное отклонение числового набора	164
45*. Диаграммы рассеивания	167
Ответы	173