Д. П. АНДРИАНОВ, Н. П. БАДАЛЯН



ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

«Инфра-Инженерия»

УДК 621.314
ББК 31.28
А65

Р е ц е н з е н т ы :
к. т. н., доцент, заведующий кафедрой электротехники КГТА
им. В. А. Дегтярева *Е. А. Чащин;*
к. т. н., доцент кафедры ЭПБС ИИТР ВлГУ *В. В. Евграфов*

Андрианов, Д. П.

А65 Оптимизационные задачи электроснабжения : учебное пособие / Д. П. Андрианов, Н. П. Бадалян. – Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2023. – 156 с. : ил., табл.
ISBN 978-5-9729-1160-8

Рассмотрены теоретические предпосылки математического аппарата теории оптимизации. Обращается внимание на концепцию цифровизации электроэнергетики как основное поле деятельности ближайшего времени. Основное внимание уделяется формулировке расчетных задач с учетом специфики электроэнергетики и практическим навыкам их решения.

Для студентов применительно к действующему учебному плану программы подготовки бакалавров направления 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» профиль «Электроснабжение» и программы подготовки магистров направления 13.04.02 «Электроэнергетика и электротехника» профиль «Оптимизация электроэнергетических сетей».

УДК 621.314
ББК 31.28

ISBN 978-5-9729-1160-8

© Андрианов Д. П., Бадалян Н. П., 2023
© Издательство «Инфра-Инженерия», 2023
© Оформление. Издательство «Инфра-Инженерия», 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение ... 3
РАЗДЕЛ I. Теоретические сведения ... 5
Тема 1.1. Классификация оптимизационных методов ... 5
Тема 1.2. Методы линейного программирования ... 10
Тема 1.3. Численные методы нелинейного программирования ... 14
1.3.1. Метод равномерного поиска. ... 15
1.3.2. Метод деления пополам ... 15
1.3.3. Метод Фибоначчи ... 16
1.3.4. Метод золотого сечения ... 16
1.3.5. Метод хорд ... 17
1.3.6. Метод Ньютона ... 18
1.3.7. Метод штрафных функций ... 19
1.3.8. Метод Монте-Карло ... 21
1.3.9. Методы покоординатного и градиентного спуска ... 21
Тема 1.4. Цифровые технологии в энергетике ... 22
1.4.1. Цифровые сети ... 23
1.4.2. Целевая модель цифровой трансформации ... 25
1.4.3. Цифровая подстанция ... 32
1.4.4. Диспетчеризация электроснабжения промпредприятий ... 36

РАЗДЕЛ II. Практические занятия ... 40
Практическое занятие № 1. Условная оптимизация функций ... 40
Практическое занятие № 2. Оптимизация в задачах ТОЭ ... 51
Практическое занятие № 3. Транспортная задача ... 61
Практическое занятие № 4. Диспетчеризация потоков мощности ... 67
Практическое занятие № 5. Транзитная передача мощности ... 76
Практическое занятие № 6. Численные методы в оптимизации ... 91
Практическое занятие № 7. Расчет компенсатора реактивной мощности ... 95
Практическое занятие № 8. Оптимизация электрической системы ... 104
Практическое занятие № 9. Оптимизация динамической системы ... 113

РАЗДЕЛ III. Самостоятельная работа ... 122

РАЗДЕЛ IV. Тесты ... 124

ПРИЛОЖЕНИЯ
П1. Программирование в MathCad ... 130
П2. Построение графиков в MathCad ... 135

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ... 149

РАЗДЕЛ I
Теоретические сведения

Тема 1.1. Классификация методов оптимизации

Оптимальное решение – решение, которое по тем или иным признакам предпочтительнее других. В технике это – наилучшее решение среди допустимых при наличии правила предпочтения одного другому. Необходимо удовлетворение двух условий:

- наличие не менее одного критерия,
- наличие не менее двух сравниваемых вариантов.

Каждый выбор лучшего варианта конкретен и производится на соответствие определенным критериям. То, что может быть оптимальным при одном критерии, не обязательно будет таковым при другом.

Задачи оптимизации требуют не просто найти решение, а выбрать наиболее выигрышный вариант, при этом учитываются:

- ограничения – факторы, устанавливающие определенные лимиты на принятие решений,
- целевая функция – некоторое числовое значение, демонстрирующее качество решения задачи.

Оптимальные решения принимаются с помощью математических инструментов вычисления.

Оптимальное решение всегда одно, потому что указывает лучший путь решения.

Математически оптимальное решение формулируется как любое допустимое решение задачи на котором достигается минимум целевой функции на множестве допустимых решений задачи.

Задача оптимизации считается решенной, если

- найдено ее оптимальное решение,
- найдена конечная точная нижняя граница целевой функции в случае, когда оптимального решения не существует,
- доказано, что целевая функция не ограничена снизу на множестве допустимых решений,
- установлено, что множество допустимых решений пусто.

В зависимости от природы множества допустимых решений задачи оптимизации делятся на следующие классы:

- дискретные,
- целочисленные,
- булевы,
- вещественные (непрерывные),
- бесконечномерные (подмножество гильбертова пространства).

Методы оптимизации (рис. 1.1) можно классифицировать как аналитические и численные, численные методы оптимизации, в свою очередь, в зависимости от характера поиска экстремума, подразделяются на стохастические (случайные) и детерминированные (направленные), направленные методы определяются объектом манипулирования: функций или производных от функций.



Рис. 1.1. Классификация методов оптимизации

Использование численных алгоритмов оптимизации при поиске минимума функции $f(x)$ сводится к построению минимизирующей последовательности

$$x_{k+1} = x_k + a_k \cdot p_k,\ x_0 = x_{\text{нач}},\ k = 0, 1 \ \ldots$$

где $x_{\text{нач}}$ – начальные значения;

p_k – направление поиска минимума на k-м шаге;

a_k – величина шага в указанном направлении.

Последовательность значений x_{k+1}, $k = 0, 1$ сходится к решению задачи минимизации $\min \rightarrow x^*$ при условии существования минимума и выполнении зависимости $f(x_{k+1}) < f(x_k)$ для всех k. На практике, исходя из итерационного характера

вычислений, т. е. последовательного пошагового алгоритма уточнения искомых величин, добиваются достаточно малой величины разницы между значениями аргументов и/или значений функций на двух последовательных итерациях.

Суть всех численных методов оптимизации состоит в способах выбора вектора направления минимизации и величины шага в этом направлении.

Задача нахождения максимума или минимума функции

$$\max f(x_1, x_2 \ldots x_n) = f(\underline{x}_1, \underline{x}_2 \ldots \underline{x}_n),$$

$$\min f(x_1, x_2 \ldots x_n) = f(\underline{x}_1, \underline{x}_2 \ldots \underline{x}_n),$$

где $\underline{x}_1, \underline{x}_2 \ldots \underline{x}_n$ – значения переменных, при которых функция достигает экстремума (максимума или минимума) при выполнении следующих ограничений:

$$\begin{cases} g_1(x_1, x_2, ..., x_n) \le 0; \\ g_2(x_1, x_2, ..., x_n) \le 0; \\ ...; \\ g_n(x_1, x_2, ..., x_n) \le 0. \end{cases}$$

Ограничения могут быть в виде

- неравенств $g(x) \ge 0$,
- равенств $h(x) = 0$.

Математическая формулировка задач оптимизации (рис. 1.2) сводится к записи функционала, стремящегося к экстремуму в линейной или нелинейной постановке, при наличии или отсутствии ограничений.

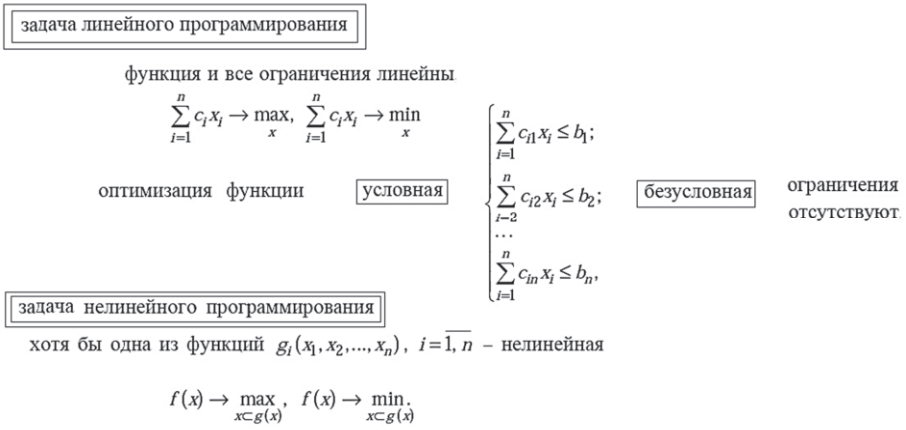


Рис. 1.2. Математическая формулировка задач оптимизации

Для функции $f(x)$, определенной на множестве S, можно выделить экстремум (минимум или максимум)

- абсолютный (глобальный) – точка $x^* \in S$, при условии $f(x^*) \le f(x)$ или $f(x^*) \ge f(x)$ для всех $x^* \in S$;
- относительный (локальный) – точка $x^* \in S$ при условии $f(x^*) \le f(x)$ или $f(x^*) \ge f(x)$ для всех x, удаленных от x^* на расстояние не превышающее некоторой величины $\varepsilon > 0$ при выполнении условий
  $|x - x^*| < \varepsilon$,
  $f(x^*) \le f(x)$ или $f(x^*) \ge f(x)$.

Для унимодальной функции локальный минимум автоматически является глобальным. Для не унимодальной функции возможно существование нескольких локальных оптимумов; при этом глобальный минимум можно определить путем нахождения всех локальных оптимумов и выбора наименьшего из них.

Условием унимодальности функции $f(x)$ на отрезке $a \le x \le b$ является ее монотонность по обе стороны от единственной на рассматриваемом интервале оптимальной точки x^*.

Для единственной точки минимума функции $f(x)$ на отрезке $a \le x \le b$ унимодальность функции $f(x)$ на данном интервале для точек x_1 и x_2 проявляется в следующих зависимостях:

при $x^* \le x_1 \le x_2 \rightarrow f(x^*) \le f(x_1) \le f(x_2)$,
при $x^* \ge x_1 \ge x_2 \rightarrow f(x^*) \ge f(x_1) \ge f(x_2)$.

Монотонность функции $f(x)$ (при возрастании и при убывании) имеет место быть, если для двух произвольных точек x_1 и x_2 ($x_1 \le x_2$) выполняется одно из следующих неравенств:

$f(x1) \le f(x_2)$ – монотонно возрастающая функция,
$f(x1) \ge f(x_2)$ – монотонно убывающая.

Точка x^* принадлежит локальному экстремуму в случае дважды дифференцируемой функции $f(x)$ на интервале [a, b] в случае:

- равенства нулю первой производной функции $f(x)$ в точке x^*,
- неотрицательности для минимума, неположительности для максимума второй производной функции $f(x)$ в точке x^*.

Признаки перегиба и локальных экстремумов в общем случае имеют следующие признаки:

- если в точке x^* первые $(n - 1)$ производные функции обращаются в ноль, а производная порядка n отлична от ноля, то
- если n – нечетное, то x^* – точка перегиба,

- если n – четное, то x^* – точка локального оптимума:
  - производная положительная – локальный минимум,
  - производная отрицательная – локальный максимум.

Целевая функция (критерий оптимальности) показывает относительное предпочтение одних значений компонент вектора $f(x)$ по отношению к другим значениям этих компонент.

Можно выделить следующие критерии оптимальности:

- унимодальный – в области определения функции $f(x)$ $[a, b]$ существует точка $x^* \in [a, b]$, для которой на полуинтервале $[a, x^*]$ функция $f(x)$ убывает, а на полуинтервале $[x^*, b]$ возрастает (рис. 1.3, а);
- выпуклый – в области определения функции $f(x)$ $[a, b]$ существуют точки $x_1, x_2 \in [a, b]$, $x_1 \neq x_2$, для которых выполняется неравенство:

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)_{x2}) \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda) f(x_2)$$

где произвольное число $\lambda \in [0, 1]$, (если целевая функция выпукла на интервале $[a, b]$ то все точки любой дуги ее графика лежат под соответствующей хордой) (рис. 1.3, б). Выпуклая функция может иметь более одной точки локального минимума;

- строго выпуклый – в области определения функции $f(x)$ $[a, b]$ существуют точки $x_1, x_2 \in [a, b]$, $x_1 \neq x_2$, для которых выполняется неравенство:

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) < \lambda f(x_1) + (1 - \lambda) f(x_2)$$

где произвольное число $\lambda \in [0, 1]$. Строго выпуклая функция может иметь только одну точку локального минимума;

- мультимодальный (многоэкстремальный) – имеет несколько локальных минимумов;
- овражный – в области допустимых значений имеют место различия в интенсивности изменений частных производных функции $f(x)$ по разным направлениям (рис. 1.3, в);
- сепарабельный – функция $f(x)$ представляет собой сумму функций, каждая из которых зависит только от одной компоненты вектора x;
- позиномиальный – функция $f(x)$ представляет собой сумму функций, каждая из которых является произведением степеней компонента вектора x.

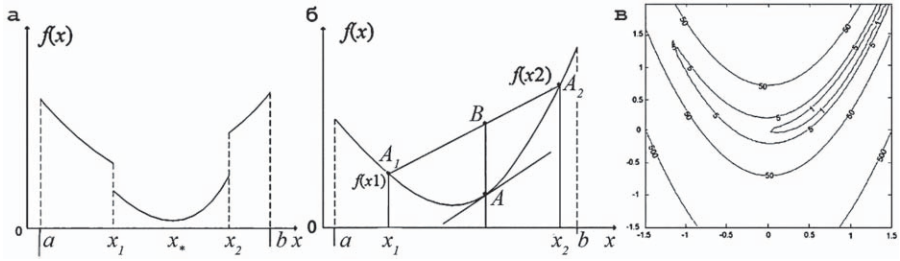


Рис. 1.3. Графическое представление критериев оптимальности

а – унимодальный;

б – выпуклый;

в – овражный

Тема 1.2. Методы линейного программирования

В общей картине методов решения экстремальных задач можно выделить подобласть, характеризующуюся линейными зависимостями между переменными и линейными критериями, а направление математического программирования, изучающее данную подобласть, принято называть линейным программированием.

Вышеупомянутые методы составляют основу науки исследования операций и востребованы в энергетическом производстве при решении ряда задач оптимального управления и планирования**:**

- рационального распределения ресурсов (трудовых, топливных, материальных и т. д.);
- рационального распределения оборудования;
- транспортная задача (оптимизация транспортных перевозок, задача о назначениях);
- «рациональная смесь» (оптимизация состава топливной смеси).

Проблема формулируется следующим образом: имеются какие-то переменные $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ и линейная функция этих переменных (целевая функция); требуется найти экстремум (максимум или минимум) целевой функции при условии, что переменные x удовлетворяют системе линейных равенств (неравенств).

Общей задачей линейного программирования называется задача определения экстремального значения целевой функции

$$L = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, \quad i = 1, 2, ..., k;$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \quad i = k+1, k+2, ..., m.$$

где a_{ij}, b_i, c_j – заданные постоянные величины.

Решить задачу линейного программирования – найти все ее векторы с компонентами, которые удовлетворяют ограничениям (оптимальные планы), или доказать их отсутствие.

Оптимальным является допустимый вектор, при котором целевая функция задачи принимает свое экстремальное значение.

Существуют две частные задачи линейного программирования при неотрицательных переменных:

- стандартная – ограничения представлены в виде линейных неравенств:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, & (i = 1, 2, ..., m), \\ x_j \ge 0, & (j = 1, 2, ..., n). \end{cases}$$

- основная – ограничения представлены в виде линейных равенств:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, & (i = 1, 2, ..., m), \\ x_j \ge 0, & (j = 1, 2, ..., n). \end{cases}$$

Множество решений задачи линейного программирования может допускать:

- само множество решений пусто (взаимная противоречивость ограничений, входящих в задачу);
- само множество – выпуклый ограниченный многогранник;
- само множество – выпуклое неограниченное многогранное множество.

Возможные случаи оптимальных решений (планов) задачи линейного программирования:

- Задача не имеет оптимальных решений:
  - допустимое множество решений пусто,
  - допустимое множество – неограниченное многогранное множество, и целевая функция на нем неограниченно возрастает (если $L \to \max$) или неограниченно убывает (при $L \to \min$).
- Задача имеет единственное решение (единственный оптимальный план), которое обязательно совпадает с одной из вершин допустимого множества (особая точка многогранника).
- Задача имеет бесконечное множество оптимальных решений, заданное некоторым линейным образованием – ребром, гранью, гипергранью и т. д. Среди точек этого линейного образования имеются и вершины допустимого множества.

Если задача линейного программирования имеет хотя бы один оптимальный план, то он находится среди вершин допустимого множества решений.

Характерный пример – задачи оптимального использования сырья (анализ деятельности), необходимые при планировании процесса производства электроэнергии с учетом имеющихся в энергосистеме запасов топлива.

Задача: на трех ТЭС энергосистемы может быть использовано различное топливо (уголь, газ). Известны запасы каждого вида топлива и стоимость 1 МВт·ч электроэнергии на каждой электростанции (таблица 1.1). Необходимо разработать оптимальный (сбалансированный) план работы электростанций с максимальным выпуском электроэнергии.

Таблица 1.1

Вид ресурса	Запас ресурса	Норма расхода тонны у.т./ МВт·ч		
		ТЭС1	ТЭС2	ТЭС3
Уголь	400	0,4	0,25	0,15
Газ	450	0,25	0,5	0,4
Стоимость МВт·ч (у.е.)		15	20	18

Искомыми переменными будут:
W_N – отпуск электроэнергии на N-й ТЭС.

Математическая модель включает в себя целевую функцию, ограничения и граничные условия:

- целевая функция отражает возможность получения максимального дохода энергосистемы от реализации отпущенной электроэнергии (максимальный отпуск электроэнергии)

$$F = 15\ W_1 + 20\ W_2 + 18\ W_3 \to \max,$$

- система ограничений по имеющимися запасам топлива на ТЭС:

$$0{,}4\ W_1 + 0{,}25\ W_2 + 0{,}15\ W_3 \le 400,$$
$$0{,}25\ W_1 + 0{,}5\ W_2 + 0{,}4\ W_3 \le 450.$$

- граничные условия – не отрицательность переменных

$$W_1 \ge 0.\ W_2 \ge 0,\ W_3 \ge 0.$$

На рис. 1.4 приведен листинг решения задачи распределения оптимального сырья, выполненной в системе программирования MathCad.

В качестве исходных данных взяты три массива:

ky – норма расхода тонны угля на единицу электрической мощности;
kr – норма расхода тонны газа на единицу электрической мощности;
Sye – стоимость единицы электрической мощности.

В листинге использована транспонированная запись массива (вычислительная система рассматривает массив как столбец матрицы данных). Отсчет индексов массивов начинается с единицы (именованная константа ORIGIN = 1).

Целевая функция Z(w1, w2, w3) имеет список входных параметров – отпуски электроэнергии на ТЭС *w*, в правой части целевой функции записана сумма произведений отпуска электроэнергии ТЭС *w* на стоимость условной единицы электроэнергии *Sye* (у.е.).

В качестве ограничений рассматривается система простых неравенств для отпуска электроэнергии (ТЭС не может потреблять электроэнергию) и ограничения ресурсов ТЭС (запасы топлива).

Записи, объединенные оператором Given, обрабатываются как совместная система уравнений.

$$\text{ORIGIN} := 1$$

$$ky := (0.4 \quad 0.25 \quad 0.15)^T \qquad kr := (0.25 \quad 0.5 \quad 0.4)^T \qquad Sye := (15 \quad 20 \quad 18)^T$$

$$Z(w1, w2, w3) := Sye_1 \cdot w1 + Sye_2 \cdot w2 + Sye_3 \cdot w3$$

$$w1 := 1 \qquad w2 := 1 \qquad w3 := 1$$

$$\text{Given} \qquad w1 \ge 0 \qquad w2 \ge 0 \qquad w3 \ge 0$$

$$ky_1 \cdot w1 + ky_2 \cdot w2 + ky_3 \cdot w3 \le 400 \qquad kr_1 \cdot w1 + kr_2 \cdot w2 + kr_3 \cdot w3 \le 450$$

$$Res := \text{Maximize}(Z, w1, w2, w3) \qquad Res^T = (755.102 \quad 0 \quad 653.061)$$

Рис. 1.4. Образец решения задачи распределения оптимального сырья

Графический метод оптимизации позволяет получить наглядное представление об оптимизационном решении задачи, что является основным достоинством метода.

Возможности применения метода ограничены, он может использоваться для простейших математических моделей на отдельных этапах анализа сложных оптимизационных процессов и применяется только для двумерных задач, когда решение можно представить на плоскости.

Тема 1.3. Численные методы нелинейного программирования

Задача поиска безусловного минимума, т. е. без ограничений, математически формулируется как функционал $f(x)$ стремящийся к минимуму при аргументе x принадлежащем полю значений R_n:

$$f(x) \to \min \text{ при } x \in R_n .$$

Решение задачи поиска численными методами подразумевает текущее приближение аргумента x на k-ом шаге определять по зависимости

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k \cdot p_k$$

где p_k – направление спуска,

α_k – длина шага вдоль этого направления.

Следует отметить, что единых рекомендаций по выбору методов решения задач оптимизации в настоящее время нет. При решении задачи оптимизации прежде всего следует учитывать особенности решаемой задачи. Можно выделить два подхода к решению оптимизационных задач:

- детерминированный – математическая обработка известных свойств целевой функции,
- эвристический – нахождение оптимума путем итераций (пошаговых приближений), при этом главенствующее значение приобретает вопрос сходимости последовательности приближений к определяемому экстремуму.

Методы, в которых последовательность векторов $x_0, x_1, ..., x_k, ...$, удовлетворяет условию

$$f(x_0) \geq f(x_1) \geq ... \geq f(x_k) \geq . . .$$

называются релаксационными.

Пусть $x_{\min}$ – минимум функции $f(x)$.

Скорость сходимости

- линейная:

если для $k = 0, 1, . . .$ $|x_{k+1} - x_{\min}| \leq q\ |x_k - x_{\min}|$, $0 < q < 1$,

другими словами – метод сходится со скоростью геометрической прогрессии, т. к. $|x_k - x_{\min}| \leq q_k\ |x_0 - x_{\min}|$;

- сверхлинейная,

$$\text{если } |x_{k+1} - x_{\min}| \le q_k |x_k - x_{\min}|, \text{ где } q_k \to 0 \text{ при } k \to \infty,$$

- квадратичная,

$$\text{если } |x_{k+1} - x_{\min}| \le C |x_k - x_{\min}|^2, \; C \ge 0.$$

Метод нулевого порядка характеризуется тем, что в процессе вычислений используются только значения целевой функции. В методах первого порядка и выше, помимо значений целевой функции используются её производные.

1.3.1. Метод равномерного поиска

Метод перебора (метод равномерного поиска, перебор по сетке) – простейший из методов поиска значений действительных функций по какому-либо из критериев сравнения (на максимум, на минимум, на определённую константу). Применительно к экстремальным задачам является примером прямого метода условной одномерной пассивной оптимизации.

В алгоритме равномерного поиска на интервал $[a, b]$ накладывается равномерная сетка из на N одинаковых подынтервалов, а испытания проводятся в точках, которые определяются путем равномерного деления интервала.

Из вычисленных значений функции $f(x)$ выбирается наименьшее. Если это значение достигается в точке x_k, то в связи с унимодальностью функции $f(x)$ подынтервалы $[a, x_{k-1}]$, $[x_{k+1}, b]$ можно исключить из рассмотрения, т. е. сделать очередным интервалом неопределенности интервал $[x_{k-1}, x_{k+1}]$.

Алгоритм относится к классу пассивных методов поиска.

1.3.2. Метод деления пополам

Метод половинного деления основан на последовательном делении отрезка локализации корня пополам. На концах отрезка локализации корня функция должна принимать значения противоположных знаков.

Выбирается начальное приближение к отрезку $[a, b]$, такое, что

$$f(a) \cdot f(b) < 0,$$

далее определяется знак функции в точке – середине отрезка $[a, b]$. Если он противоположен знаку функции в точке a, то корень локализован на отрезке $[a, c]$, в противном случае – на отрезке $[c, b]$.

Оценивается точность определения границ отрезка $[a, b]$ и делается выбор – остановить или продолжить вычисления:

если $b - a < \varepsilon$, то результат достигнут,

иначе расчеты продолжаются при скорректированных a и b.

ε – требуемая точность решения.

Алгоритм относится к классу методов последовательного поиска.

1.3.3. Метод Фибоначчи

Числа Фибоначчи задаются рекуррентным уравнением

$$i_N = i_{N-1} + i_{N-2},\ N \geq 2,\ i_0 = i_1 = 1.$$

Каждое последующее число последовательности Фибоначчи соответствует сумме двух ему предшествующих.

Отношение двух соседних чисел Фибоначчи $\tau \approx 0{,}618$.

Алгоритм Фибоначчи относится к классу поисковых методов оптимизации и для поиска точки перегиба целевой функции $f(x)$ представляется как итерационный процесс.

Задаются начальные границы отрезка $[a, b]$ и число итераций n.

Начальные точки деления

$$x_1 = a + (b - a)\frac{F_{n-2}}{F_n},$$

$$x_2 = a + (b - a)\ \frac{F_{n-1}}{F_n}.$$

Целевая функция для точек деления x_1 и x_2

$$y_1 = f(x_1),$$
$$y_2 = f(x_2).$$
$$n = n - 1.$$

если $y_1 > y_2$, то $a = x_1$, $x_1 = x_2$, $x_2 = b - (x_1 - a)$, $y_1 = y_2$, $y_2 = f(x_2)$,
иначе $b = x_2$, $x_2 = x_1$, $x_1 = a + (b - x_2)$, $y_2 = y_1$, $y_1 = f(x_1)$;

если $n \neq 1$, то возврат к предыдущему шагу ($n = n - 1$, …),
иначе $x = 0{,}5\ (x_1 + x_2)$ конец вычислений.

1.3.4. Метод золотого сечения

Алгоритм золотого сечения относится к методам поиска экстремума действительной функции одной переменной на заданном отрезке локализации искомого корня. В основе метода лежит принцип деления отрезка в пропорциях золотого сечения. Является одним из простейших вычислительных методов решения задач оптимизации.

Рассматриваемый отрезок делится в пропорции золотого сечения в обоих направлениях, то есть выбираются две точки $x1$ и $x2$ такие, что:

$$\frac{b-a}{b-x1} = \frac{b-a}{x2-a} = \Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}618,$$

где Ф – пропорция золотого сечения. Сами точки

$$x_1 = b - \frac{b-a}{\Phi}\ \text{ делит отрезок } [a, x_2]$$