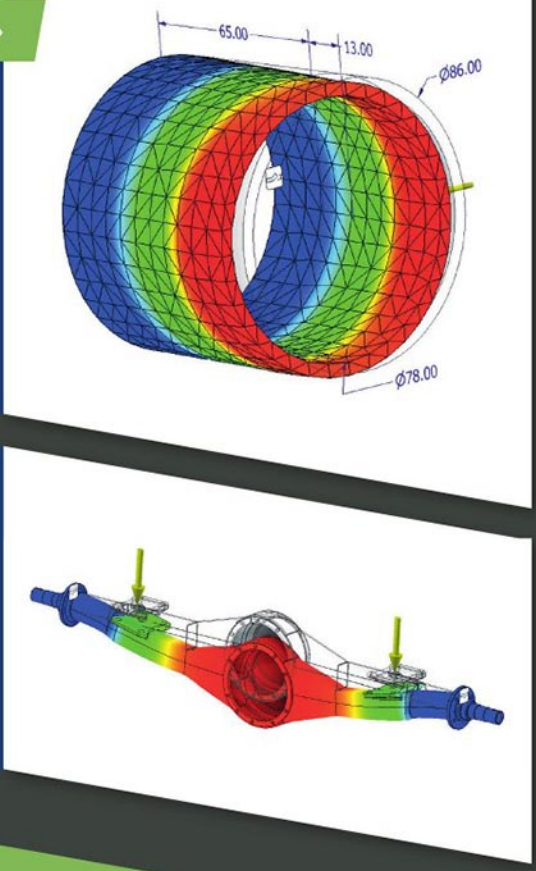
«Инфра-Инженерия»



А. М. Кравченко

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Практикум

УДК 539.3/.6
ББК 30.121
К77

Рецензенты:
профессор РВВДКУ, доктор технических наук, профессор *В. Ф. Васильченков;*
старший преподаватель РВВДКУ, кандидат технических наук, профессор
И. П. Семеренко

Кравченко А. М.

К77 Сопротивление материалов. Практикум : учебное пособие / А. М. Кравченко. – Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2023. – 136 с. : ил., табл.
ISBN 978-5-9729-1469-2

Содержит примеры решения типовых задач по всему курсу дисциплины «Сопротивление материалов». Для улучшения образного восприятия объектов расчетов обучаемыми ряд расчетных схем сопровождаются изображениями 3D-моделей элементов конструкций, разработанных в среде САПР, в том числе и по результатам FEM-анализа их напряженно-деформированного состояния.

Для обучающихся по специальности 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства». Может быть полезно преподавателям дисциплин «Детали машин и основы конструирования», «Техническая механика», «Инженерная графика», «Теория механизмов и машин», «Теоретическая механика», «Сопротивление материалов», а также инженерам, соискателям и техническим специалистам, связанным с проектированием и эксплуатацией изделий транспортного машиностроения и средств их обслуживания.

УДК 539.3/.6
ББК 30.121

ISBN 978-5-9729-1469-2

© Кравченко А. М., 2023
© Издательство «Инфра-Инженерия», 2023
© Оформление. Издательство «Инфра-Инженерия», 2023

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 4
1. Растяжение (сжатие) 5
2. Геометрические характеристики плоских сечений 21
3. Сдвиг 27
4. Кручение 34
5. Изгиб 40
6. Расчет с применением теорий прочности 48
7. Изгиб с кручением 50
8. Расчеты на прочность при переменных нагружениях 57
9. Расчет стержней на устойчивость 63
10. Определение перемещений 80
11. Статически неопределимые системы 85
12. Динамические напряжения 100
Список литературы 115
Приложения 116

1. РАСТЯЖЕНИЕ (СЖАТИЕ)

Растяжение или сжатие – простой вид деформации, при которой в поперечном сечении стержня возникает один внутренний силовой фактор – продольная (нормальная) сила, а все прочие внутренние силовые факторы (поперечные силы, крутящий и изгибающие моменты) равны нулю. В процессе эксплуатации образцов ВВТ растяжение (сжатие) испытывают многие элементы конструкций. Например, поршни, шатуны и шатунные болты ДВС, тросы (канаты), тяги в приводах механизмов управления транспортных средств (ТС) и многие другие.

Задача 1.1. Проверить прочность буксировочного троса диаметром $d = 14$ мм транспортного средства (ТС) при тяговом усилии на крюке величиной $F = 40\,000$ Н и вычислить запас прочности S. Принять: $[\sigma] = 280$ МПа, $[S] = 1{,}5–2{,}5$.

Решение

Площадь поперечного сечения троса круглого сечения:

$$A = \pi \cdot d^2 / 4 = 3{,}14 \cdot 14^2 / 4 = 153{,}9 \text{ мм}^2.$$

Условие прочности при растяжении:

$$\sigma = F / A \leq [\sigma].$$

Действующее напряжение:

$$\sigma = 40000 / 153{,}9 = 260 \text{ МПа}.$$

Вывод 1: прочность троса обеспечена, так как условие прочности выполняется – величина расчетного напряжения не превышает величины допускаемого напряжения:

$$\sigma = 260 \text{ МПа} < [\sigma] = 280 \text{ МПа}.$$

Фактический коэффициент запаса прочности:

$$S = [\sigma] / \sigma = 280 / 260 = 1{,}1.$$

Вывод 2: запас прочности недостаточный так как $S < [S]$. Следовательно, для обеспечения надежной и безопасной работы троса в составе гибкой сцепки необходимо принять следующие меры:

– увеличить диаметр троса;

– использовать трос из более прочного материала;

– снизить тяговую нагрузку на трос.

Задача 1.2. Проверить возможность буксировки и подъема ТС массой $m = 8000$ кг с помощью стального троса. Принять: коэффициент сопротивления качению $f = 0{,}3$; допускаемая нагрузка на канат $[F] = 293\,000$ Н.

Решение

Тяговое усилие в тросе при буксировке ТС:

$$F_{Эв} = G \cdot f,$$

где G – вес ТС, Н:

$$G = m \cdot g = 8000 \cdot 9{,}8 = 78\,400 \text{ Н},$$

$$F_{Эв} = 78\,400 \cdot 0{,}3 = 23\,520 \text{ Н}.$$

Вывод 1: буксировка возможна, т.к. тяговое усилие в тросе не превышает допускаемой нагрузки:

$$[F] = 293\,000 \text{ Н} > F_{эв} = 23\,520 \text{ Н}.$$

Запас прочности при буксировке:

$$[S]_б = [F] / F_{эв} = 293\,000 / 23\,520 = 12{,}5.$$

Запас прочности при подъеме ТС:

$$[S]_п = [F] / G = 293\,000 / 78\,400 = 3{,}7.$$

Вывод 2: для осуществления подъема ТС трос также пригоден.

Задача 1.3. Вычислить удлинение троса Δl при буксировке АТС массой $m = 5000$ кг. Принять: длину троса $l = 65\,000$ мм, площадь поперечного сечения троса $A = 200$ мм^2, модуль продольной упругости для стали $E = 200\,000$ МПа, коэффициент сопротивления качению $f_к = 0{,}1$.

Решение

Тяговое усилие на тросе:

$$F = m \cdot g \cdot f_к = 5000 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}1 = 4900 \text{ Н}.$$

Абсолютное удлинение каната:

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A} = \frac{4900 \cdot 65000}{200000 \cdot 200} = 8{,}1 \text{ мм}.$$

Задача 1.4. Рассчитать величину напряжения σ, возникающего в каждой из двух ветвей стального каната диаметром $d = 16$ мм механизма подъема (рисунок 1.1) груза массой $m = 1545$ кг.

Решение

Расчетное напряжение в поперечном сечении каната при растяжении:

$$\sigma = G / A.$$

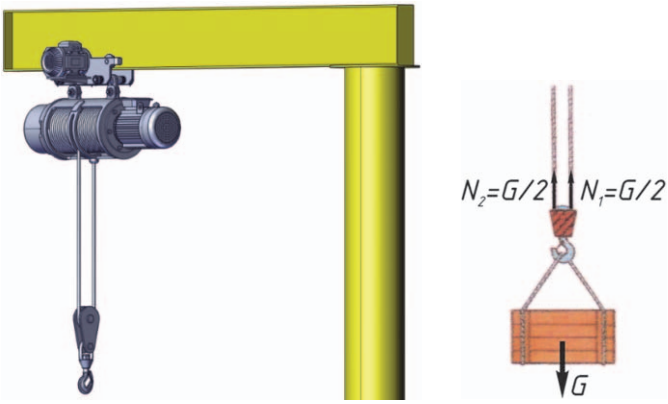


Рисунок 1.1 – Грузоподъемное устройство:
твердотельная модель и расчетная схема

Вес груза:

$$G = m \cdot g = 1545 \cdot 9{,}8 \approx 15\,450 \text{ Н}.$$

Площадь поперечного сечения одной ветви каната:

$$A = \pi \cdot d^2 / 4 = 3{,}14 \cdot 16^2 / 4 = 201 \text{ мм}^2.$$

Расчетное напряжение одной ветви каната:

$$\sigma = \frac{G}{2A} = \frac{15450}{2 \cdot 201} = 37{,}7 \text{ МПа}.$$

Задача 1.5. Рассчитать диаметр звена d (калибр) круглозвенной цепи грузовой тали (рисунок 1.2) для подъема груза массой m = 2000 кг. Принять: предел прочности материала звеньев σ_b = 400 МПа, запас прочности трехкратный $[S] = 3$.

Решение

Вес груза:

$$G = m \cdot g = 2000 \cdot 9{,}8 = 19\,600 \text{ Н}.$$

Условие прочности:

$$\sigma = G / A \le [\sigma].$$

Допускаемое напряжение:

$$[\sigma] = \sigma_b / [S] = 400 / 3 = 133{,}3 \text{ МПа}.$$

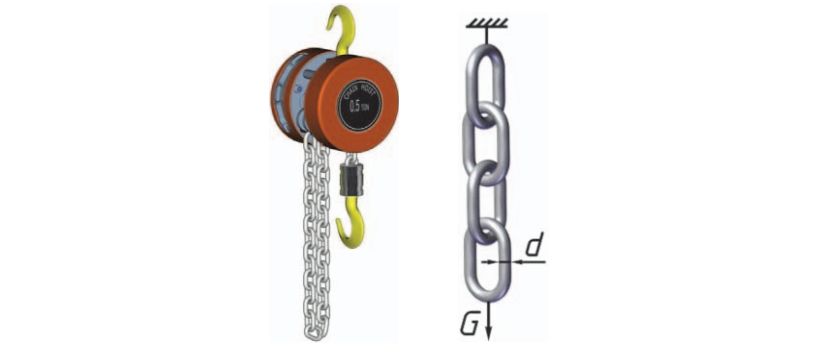


Рисунок 1.2 – Грузовая таль:
твердотельная модель и расчетная схема цепи

Площадь поперечного сечения одной ветви звена цепи из условия прочности:

$$A = G / (2 \cdot [\sigma]) = 19\,600/(2 \cdot 133{,}3) = 73{,}5 \text{ мм}^2.$$

Диаметр звена:

$$d = \sqrt{4A / \pi} = \sqrt{4 \cdot 73{,}5 / 3{,}14} = 9{,}7 \text{ мм}.$$

Из приложения И выбираем *Цепь А1–10×28 ГОСТ 2319-81*.

Задача 1.6. Рассчитать максимальную силу F, которую смогут выдержать шатунные болты ДВС (рисунок 1.3). Принять: диаметр болтов d = 16 мм; предел текучести материала болтов σ_T = 1200 МПа.

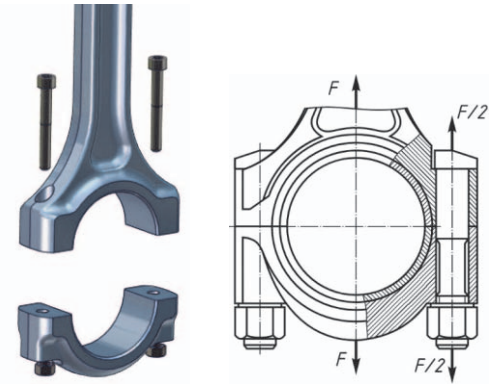


Рисунок 1.3 – Шатунная группа ДВС:
3D-модель и расчетная схема

Решение

Условие прочности при растяжении:

$$\sigma = F/A \leq [\sigma].$$

Допускаемое напряжение при растяжении:

$$[\sigma] = \sigma_T / [S],$$

где $[S]$ – коэффициент запаса прочности $[S] = 1{,}5–2{,}5$; принимаем $[S] = 2$.

Тогда:

$$[\sigma] = 1200 / 2 = 600 \text{ МПа}.$$

Площадь поперечного сечения одного болта:

$$A = \pi d^2 / 4 = 3{,}14 \cdot 16^2 / 4 = 201 \text{ мм}^2.$$

Величина допускаемого значения силы, действующей на каждый болт:

$$F = 2 \cdot A \cdot [\sigma] = 2 \cdot 201 \cdot [\sigma] = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 16^2 / 4 \cdot 600 = 241\,152 \text{ Н}.$$

Задача 1.7. Рассчитать диаметр d каждого из двух шатунных болтов (рисунок 1.3), если при прохождении НМТ на крышку шатуна действует сила инерции величиной $F = 128\,000$ Н. Принять предел текучести материала болта $\sigma_T = 1200$ МПа.

Решение

Условие прочности при растяжении:

$$\sigma = F / A \leq [\sigma].$$

Допускаемое напряжение материала болта:

$$[\sigma] = \sigma_T / [S],$$

где $[S]$ – коэффициент запаса прочности $[S] = 1{,}5–2{,}5$; принимаем $[S] = 2$, тогда:

$$[\sigma] = 1200 / 2 = 600 \text{ МПа}.$$

Суммарная площадь поперечного сечения двух болтов:

$$A = 2 \cdot \pi \cdot d^2 / 4 = \pi \cdot d^2 / 2,$$

$$A = F / [\sigma] = \pi \cdot d^2 / 2.$$

Расчетный диаметр каждого болта:

$$d = \sqrt{\frac{F \cdot 2}{[\sigma] \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{128000 \cdot 2}{600 \cdot 3{,}14}} = 11{,}7 \text{ мм}.$$

Задача 1.8. Вычислить абсолютную Δl и относительную ε продольные деформации стальной круглой тяги 2 диаметром d_2 = 10 мм привода механизма сцепления АТС (рисунок 1.4), если ее длина в исходном состоянии l_2 = 200 мм, сила давления ноги водителя на педаль сцепления F_1 = 400 Н, длины плеч двуплечего рычага L_1 = 300 мм и L_2 = 60 мм. Принять для стали E = 200 000 МПа.

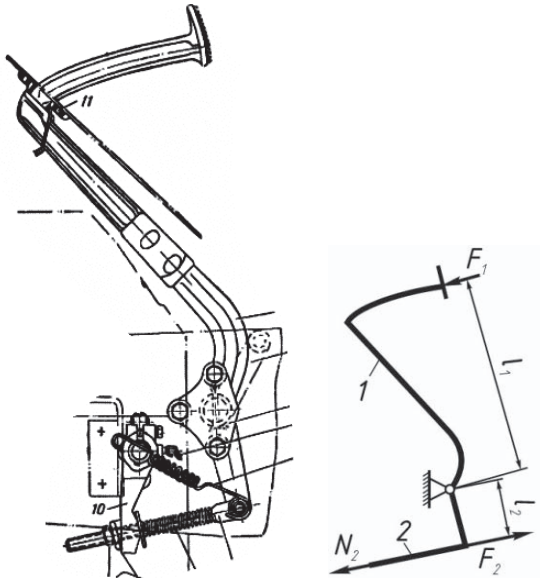


Рисунок 1.4 – Привод механизма сцепления:
изображение и расчетная схема

Решение

Условие равновесия моментов, действующих на плечи рычага:

$$\sum M = 0,$$

$$F_2 \cdot L_2 = F_1 \cdot L_1.$$

Продольная сила в тяге 2:

$$F_2 = F_1 \cdot L_1 / L_2 = 400 \cdot 300 / 60 = 2000 \text{ Н}.$$

Площадь поперечного сечения тяги:

$$A = \pi \cdot d_2{}^2 / 4 = 3{,}14 \cdot 10^2 / 4 = 78{,}5 \text{ мм}^2.$$

Абсолютное удлинение тяги:

$$\Delta l = \frac{F_2 \cdot l_2}{E \cdot A} = \frac{2000 \cdot 200}{200000 \cdot 78{,}5} = 0{,}025 \text{ мм}.$$

Расчетное напряжение в поперечном сечении тяги:

$$\sigma = F_2 / A = 2000 / 78{,}5 = 25{,}5 \text{ МПа}.$$

Относительная продольная деформация тяги:

$$\varepsilon = 100\ \% \cdot \sigma / E = 100\ \% \cdot 25{,}5 / 200\,000 = 0{,}013\ \%.$$

Задача 1.9. При растяжении стального стержня (рисунок 1.5) силой $F = 20\,000$ Н относительное удлинение равно $\varepsilon = 0{,}05$ %. Рассчитать площадь поперечного сечения стержня A и величину нормального напряжения σ. Принять для стали $E = 200\,000$ МПа.

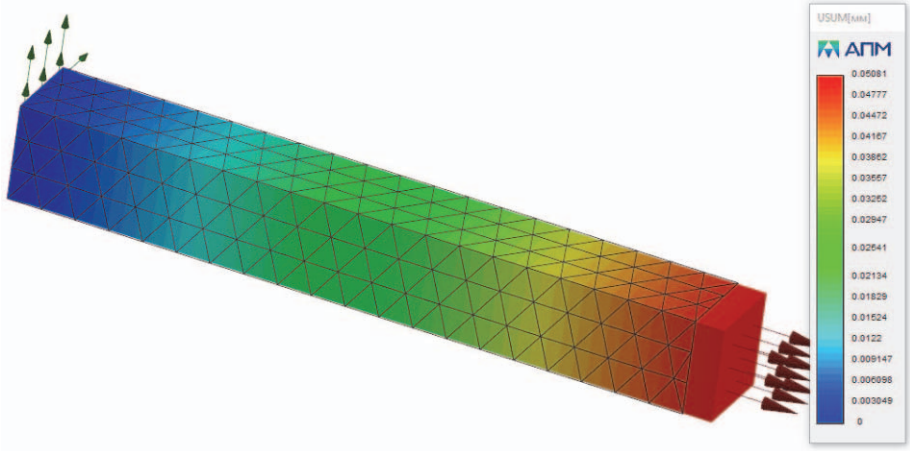


Рисунок 1.5 – Результат FEM-анализа «карта деформаций» твердотельной модели

Решение

Относительная продольная деформация:

$$\varepsilon = \sigma / (E \cdot 100\ \%) = 0{,}05\ \%.$$

Расчетное напряжение из закона Гука:

$$\sigma = \varepsilon / 100 \cdot E = 0{,}0005 \cdot 200\,000 = 100 \text{ МПа}.$$

Расчетное напряжение из условия прочности:

$$\sigma = F / A.$$

Тогда площадь поперечного сечения стержня:

$$A = F / \sigma = 20000 / 100 = 200 \text{ мм}^2.$$

Задача 1.10. Рассчитать величину растягивающей силы F, которую необходимо приложить к алюминиевому стержню (рисунок 1.6) длиной l = 2000 мм кольцевого сечения размерами d = 75 мм, d_1 = 10 мм, чтобы он удлинился на Δl = 2 мм.

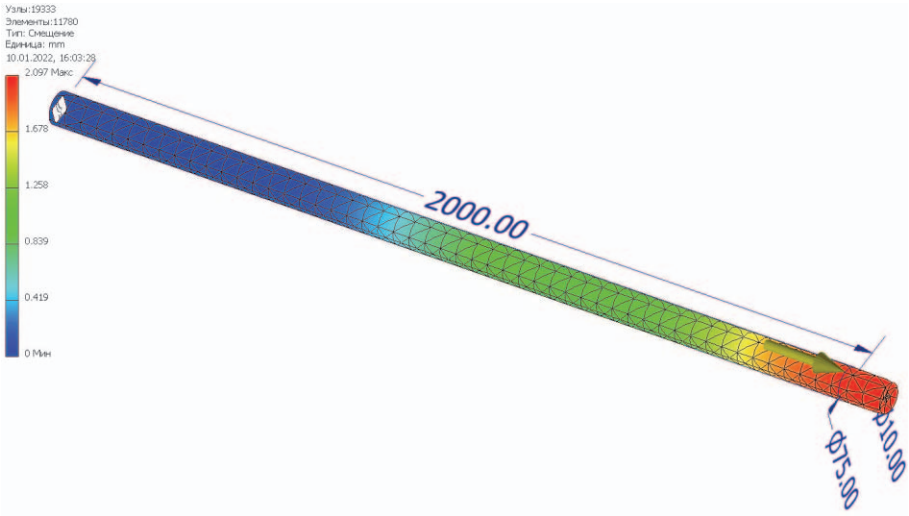


Рисунок 1.6 – Результат FEM-анализа «карта деформации» твердотельной модели стержня

Решение

Из приложения Д для алюминия принимаем E = 70 000 МПа.

Расчетное напряжение:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E = F / A,$$

откуда:

$$F = A \cdot E \cdot \varepsilon = A \cdot E \cdot \Delta l / l.$$

Площадь поперечного сечения (кольца) стержня:

$$A = \pi d^2 / 4 - \pi d_1^2 / 4 = \pi / 4 \cdot (d^2 - d_1^2) = 3{,}14 / 4 \cdot (75^2 - 10^2) = 4337{,}1 \text{ мм}^2.$$

Величина расчетной силы:

$$F = 4337{,}1 \cdot 70\,000 \cdot 2 / 2000 = 303\,597 \text{ Н}.$$

Задача 1.11. Построить эпюры продольных сил N и нормальных напряжений σ для ступенчатого стержня (рисунок 1.7) из стали Ст.3. Проверить его на прочность. Принять: допускаемый коэффициент запаса прочности $[S] = 1{,}5$, площади поперечного сечения участков стержня: $A_1 = 900$ мм^2, $A_2 = 400$ мм^2, $A_3 = 1200$ мм^2; силы, действующие на стержень $F_1 = 60\,000$ Н; $F_2 = 110\,000$ Н; $F_3 = 200\,000$ Н.

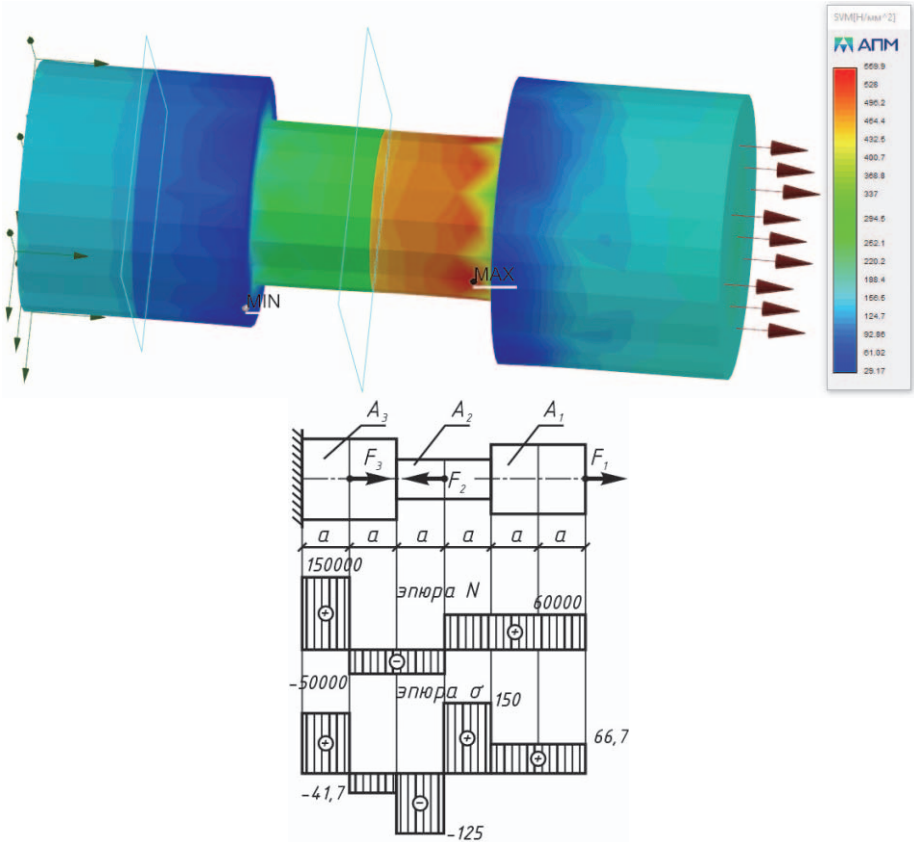


Рисунок 1.7 – Ступенчатый стержень: результат FEM-анализа «карта напряжения» твердотельной модели, расчетная схема и эпюры

Решение

Построение эпюры продольных сил для стержня.

Разбиваем стержень на участки. Границами участка служат точки приложения внешних сил. Всего три участка.

Используя метод сечения, вычисляем значения продольных сил N на каждом участке:

$$N_1 = F_1 = 60\,000 \text{ Н},$$

$$N_2 = F_1 - F_2 = 60\,000 - 110\,000 = -50\,000 \text{ Н},$$

$$N_3 = F_1 - F_2 + F_3 = 60\,000 - 110\,000 + 200\,000 = 150\,000 \text{ Н}.$$

По полученным значениям строим эпюру продольных сил.

Построение эпюры нормальных напряжений для стержня.

Для определения нормальных напряжений разбиваем стержень на пять участков, (границами участков служат точки приложения внешних сил, границы изменения размеров поперечного сечения стержня).

Значения нормальных напряжений на каждом участке:

$$\sigma_1 = N_1 / A_1 = 60\,000 / 900 = 66{,}7 \text{ МПа},$$

$$\sigma_2 = N_2 / A_2 = -50\,000 / 400 = -125 \text{ МПа},$$

$$\sigma_3 = N_2 / A_2 = -50\,000 / 400 = -125 \text{ МПа},$$

$$\sigma_4 = N_2 / A_3 = -50\,000 / 1200 = -41{,}7 \text{ МПа},$$

$$\sigma_5 = N_3 / A_3 = 150\,000 / 1200 = 125 \text{ МПа}.$$

По данным расчета строим эпюру нормальных напряжений.

Из приложения М принимаем предел текучести материала стержня $\sigma_T = 240$ МПа.

Фактический коэффициент запаса:

$$S = \sigma_T / \sigma_{max} = 240 / 125 = 1{,}92.$$

Прочность стержня обеспечена, так как фактический коэффициент запаса превышает допускаемую величину: $S = 1{,}92 > [S] = 1{,}5$.

Задача 1.12. В ДВС давление газов величиной $p = 4{,}5$ МПа через поршень диаметром $D_П = 220$ мм передается на шатун длиной $l = 640$ мм (рисунок 1.8). Рассчитать необходимую площадь поперечного сечения A шатуна и величину его абсолютного укорочения Δl. Принять: угол между осью шатуна и осью цилиндра $\alpha = 7°$, модуль упругости материала шатуна $E = 200\,000$ МПа, допускаемое напряжение $[\sigma] = 140$ МПа.

Решение
Площадь поршня:

$$A_П = \pi D^2 / 4 = 3{,}14 \cdot 220^2 / 4 = 37\,994 \text{ мм}^2.$$

Сила, действующая на поршень:

$$F_П = p \cdot A_П = 4{,}5 \cdot 37994 = 170\,973 \text{ Н}.$$

Сила, передающаяся на шатун от поршня:

$$F_Ш = F_П \cdot \cos\alpha = F_П \cdot \cos 7° = 170973 \cdot 0{,}9926 = 169\,699{,}9 \text{ Н}.$$

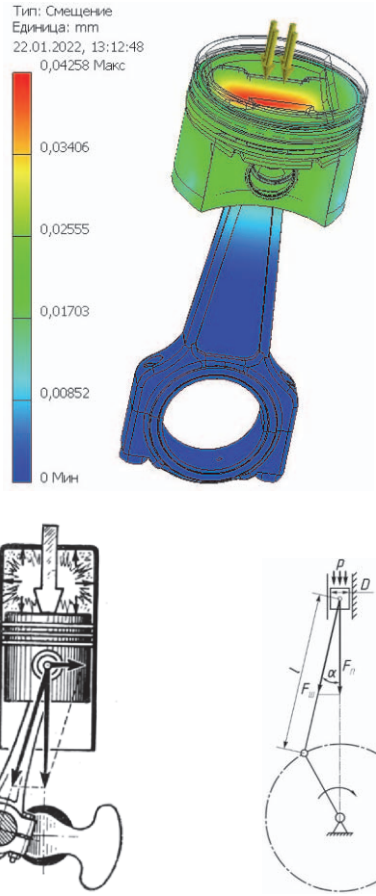


Рисунок 1.8 – Шатунно-поршневая группа ДВС: результат FEM-анализа «карта деформаций» твердотельной модели; силы в ДВС; расчетная схема