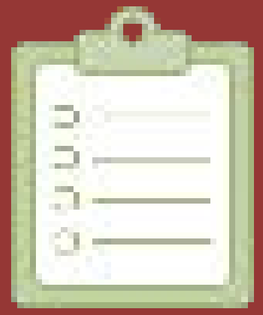
ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

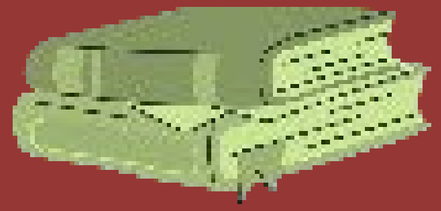


ИЗДАТЕЛЬСТВО Прометей



МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОСТО!

УЧЕБНИК



Коннова Л.П., Степанян И.К





Москва 2023

УДК 517
ББК 22.161
К 64

Авторы:

Коннова Л.П., кандидат педагогических наук, доцент департамент математики факультета информационных технологий и анализа больших данных Финансового университета при Правительстве РФ;

Степанян И.К., кандидат педагогических наук, доцент департамент математики факультета информационных технологий и анализа больших данных Финансового университета при Правительстве РФ.

Рецензенты:

Братарчук Т.В., д.э.н., доцент, член-корреспондент Российской академии естественных наук, Директор Института онлайн образования Финансового университета при Правительстве РФ;

Рылов А.А., канд. физ.-мат. наук, доцент департамента математики факультета информационных технологий и анализа больших данных Финансового университета при Правительстве РФ.

Коннова Л.П.

К 64 **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ** ПРОСТО! Учебник для бакалавриата / Л.П. Коннова, И.К. Степанян. – М.: Прометей, 2023. – 1256 с.

ISBN 978-5-00172-511-4

Учебник предназначен для студентов бакалавриата первого курса, изучающих математику. Он содержит краткие конспекты по основным разделам математического анализа, подробные решения типовых задач и обобщающие тесты по каждому разделу. Учебник рекомендуется использовать для самостоятельной работы студентов при повторении темы и подготовке к экзамену.

ISBN 978-5-00172-511-4

© Коннова Л.П., Степанян И.К., 2023
© Издательство «Прометей», 2023

Наша цель:

Представить основной теоретический материал математического анализа компактно, но подробно рассмотреть решение задач, чтобы помочь Вам подготовиться к зачету/экзамену и закрепить полученные знания.

Приветствуем всех, кто решил воспользоваться нашим учебником!

Учебник содержит 5 первых тем математического анализа. Материал каждой темы оформлен в виде структурной схемы. Вы можете повторить курс, используя только схемы с основными определениями и правилами, а также рассмотреть примеры решения задач, которые мы снабдили для вас подробными комментариями.

Содержание

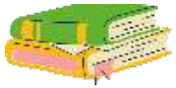
1. *Функции*
2. *Пределы и непрерывность*
3. *Производная*
4. *Интегралы*
5. *Функции двух переменных*

плюс экономические приложения!

Схемы с основным материалом темы



Некоторые доказательства, интересные и несложные



МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОСТО! учебник

Для Вас его подготовили:

Коннова Л.П., Степанян И.К

Важные правила, на которые следует обратить внимание:



Примеры решения задач:



Экономические приложения:



Небольшие тесты, позволяющие проконтролировать себя:



Проверь себя

Компетенции:

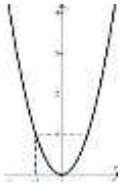
- способность выбирать инструменты для анализа экономических данных в соответствии с поставленной задачей;
- способность применять математические методы для решения стандартных теоретических и прикладных задач, интерпретировать результаты.

Результаты обучения:

Знать фундаментальные понятия, идеи и инструменты математики.
Уметь применять математические алгоритмы и методы для моделирования задач в профессиональной области.

1. Основные элементарные функции

Степенная функция $y = x^n$



n - четное

Функция ***четная***

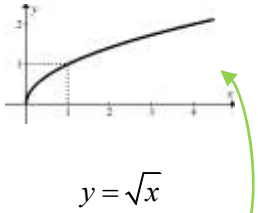
$f(-x) = f(x)$



n - нечетное

Функция ***нечетная***

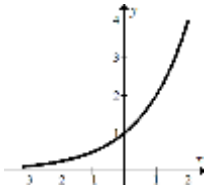
$f(-x) = -f(x)$



$y = \sqrt{x}$

Функция ***общего вида***

Показательная функция $y = a^x$



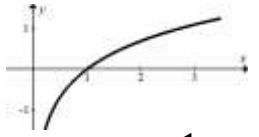
$a > 1$



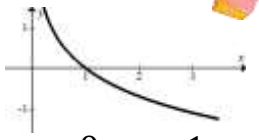
$0 < a < 1$

Функция возрастающая

Логарифмическая функция $y = \log_a x$



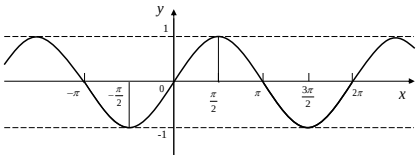
$a > 1$



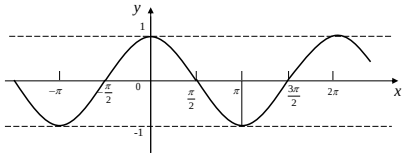
$0 < a < 1$

Функция убывающая

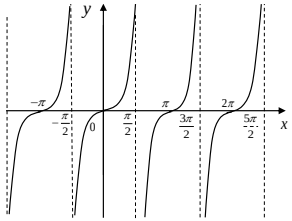
Тригонометрические функции



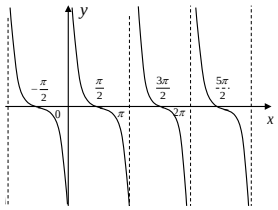
$y = \sin x$



$y = \cos x$



$y = \operatorname{tg} x$



$y = \operatorname{ctg} x$

$y = f(x)$

значение функции $y \in E(f)$ – *множество значений*

аргумент $x \in D(f)$ – *область определения*

Сложная функция (композиция)

$y = f(g(x))$

Функция от функции

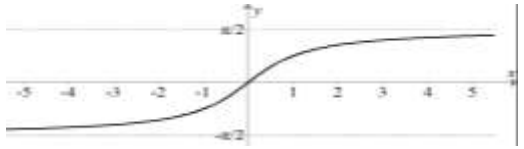
Обратная функция

Если $y = f(x)$, то $x = f^{-1}(y)$

Обратные тригонометрические функции

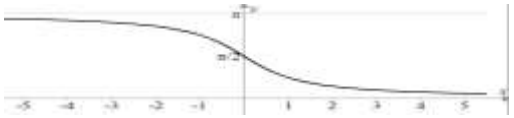


$y = \arcsin x$



$y = \operatorname{arctg} x$





$y = \arccos x$

$y = \operatorname{arcctg} x$

Экономические функции

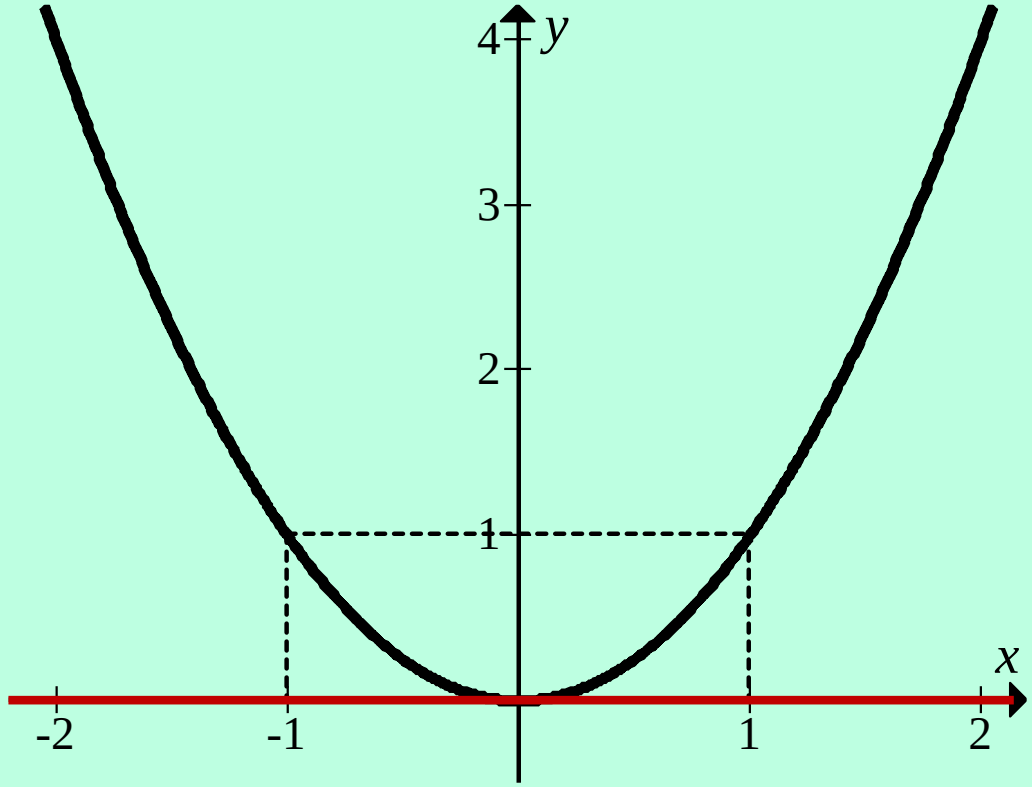
Функция спроса	$D(p)$	Demand
Функция предложения	$S(p)$	Supply
Функция издержек	$C(q)$	Costs
Функция дохода	$R(q)$	Revenue
Функция прибыли	$\pi(q)$	Profit
Производственная функция	$Q(X)$	Production
Функция полезности	$U(X)$	Utility

Проверь себя

Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n}$ (– *четное*)

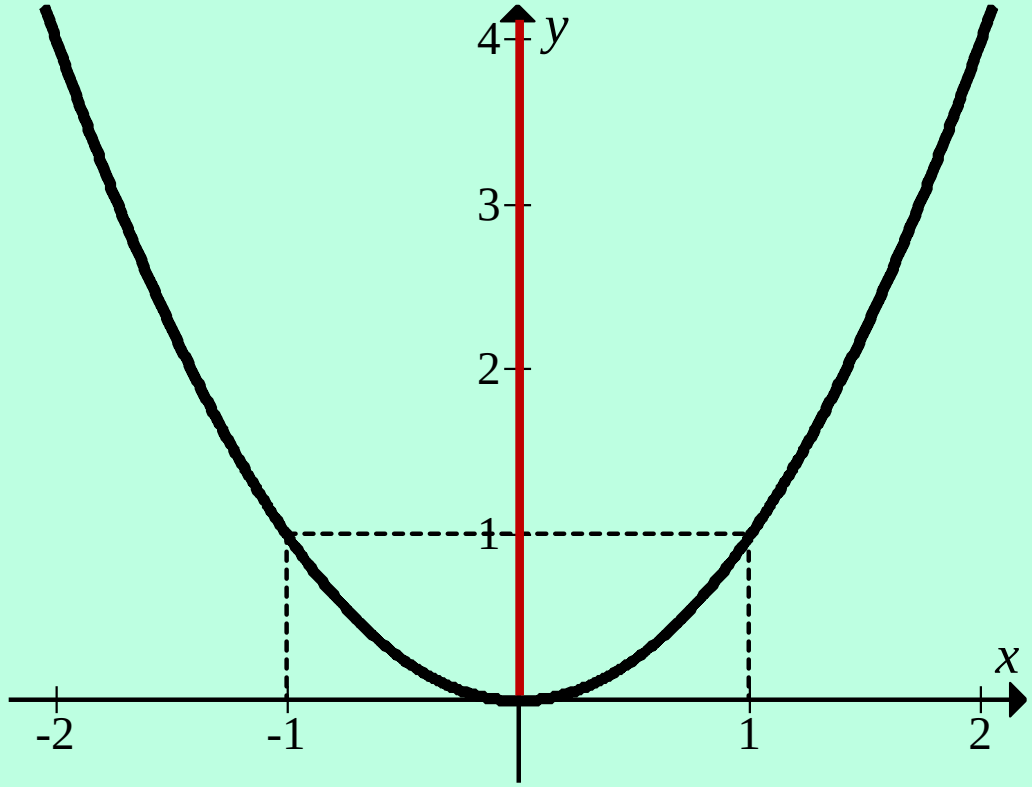
1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n}$ (– *четное*)

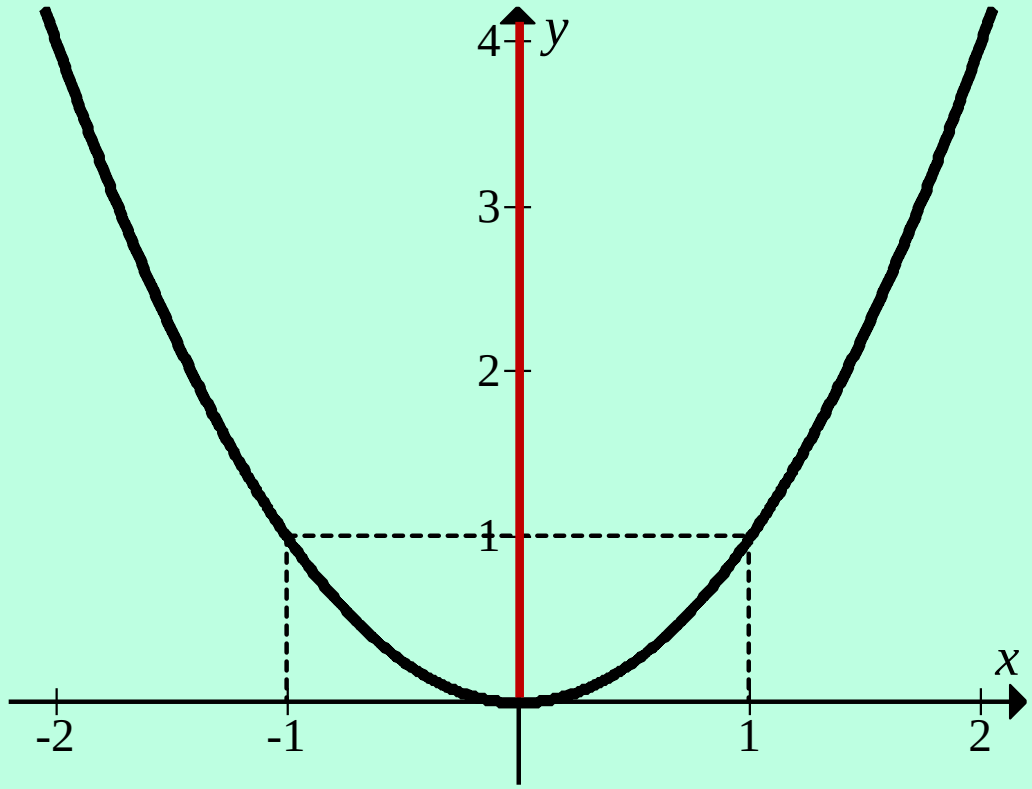
1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = [0; +\infty)$



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n}$ (– *четное*)

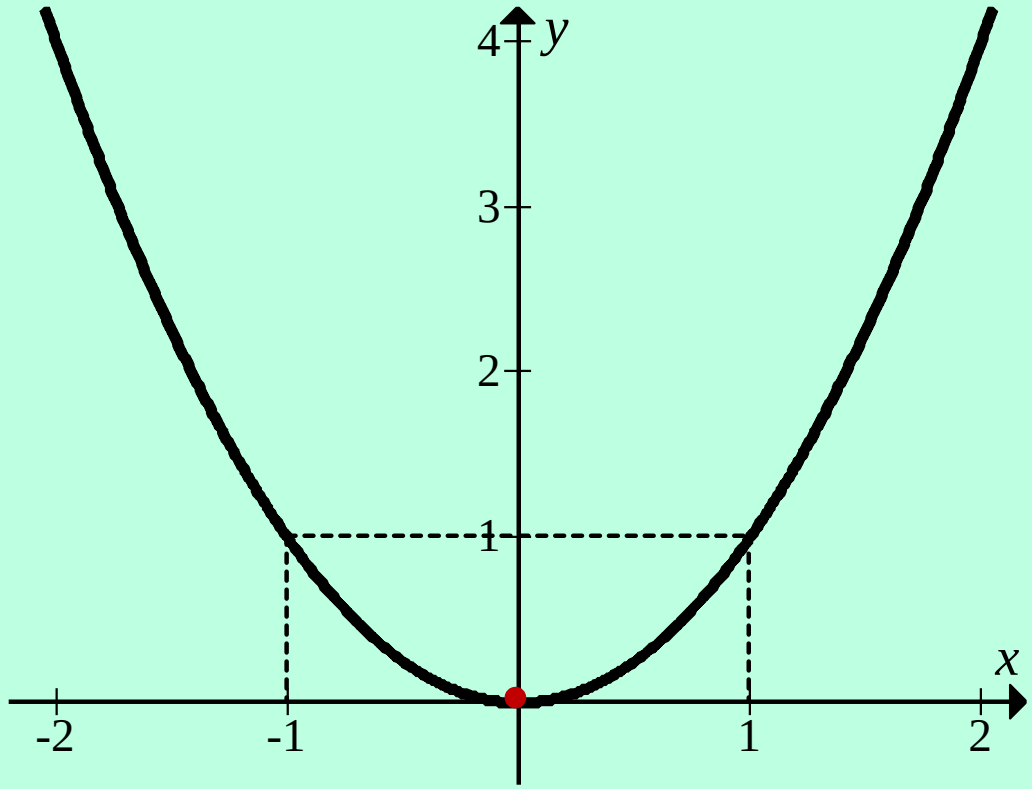
1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = [0; +\infty)$
3. Четность, нечетность: ***четная***



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n}$ (– *четное*)

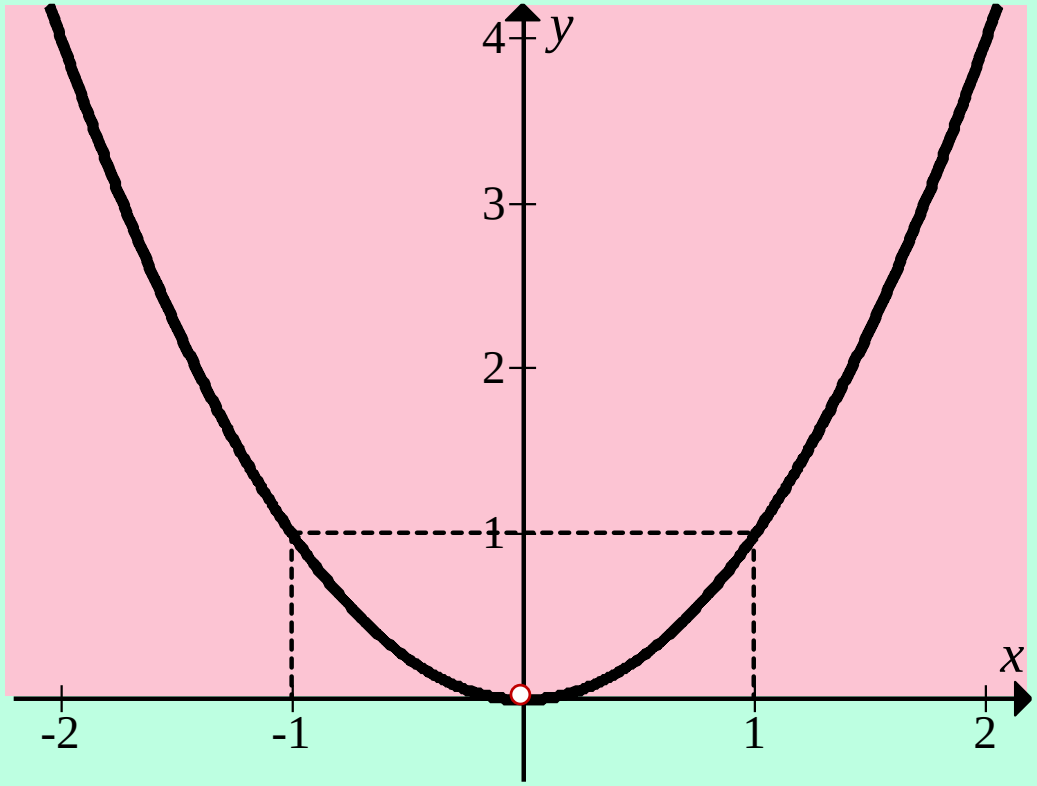
1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = [0; +\infty)$
3. Четность, нечетность: четная функция
4. Нули функции: $x = 0, \quad y = 0$



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n}$ (– *четное*)

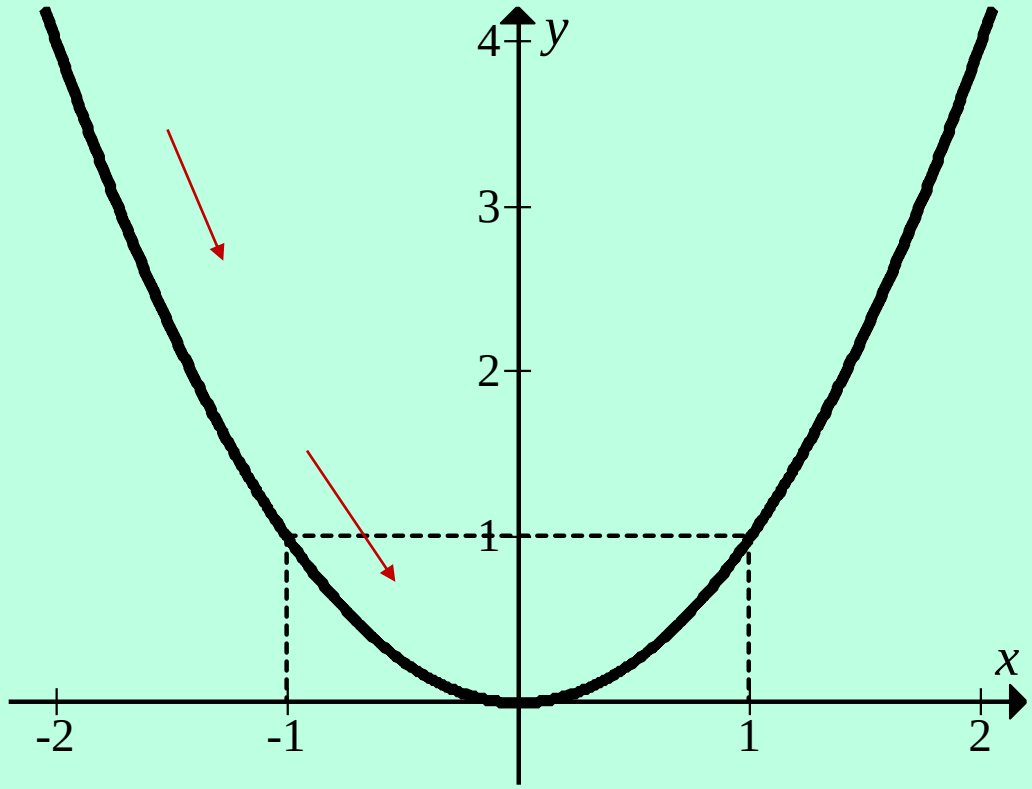
1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = [0; +\infty)$
3. Четность, нечетность: четная функция
4. Нули функции: $x = 0, \quad y = 0$
5. Интервалы постоянного знака:
   $y > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n}$ (– *четное*)

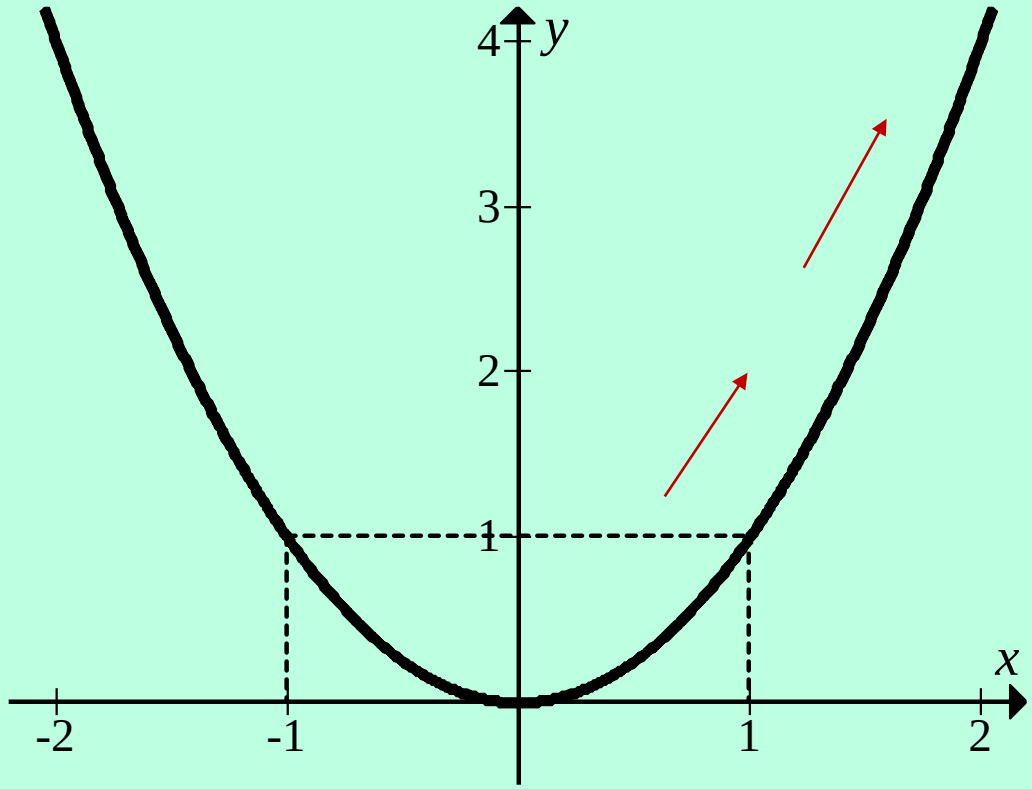
1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = [0; +\infty)$
3. Четность, нечетность: четная функция
4. Нули функции: $x = 0, \quad y = 0$
5. Интервалы постоянного знака:
   $y > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
6. Интервалы монотонности:
   убывает при $x \in (-\infty; 0]$;



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n}$ (– *четное*)

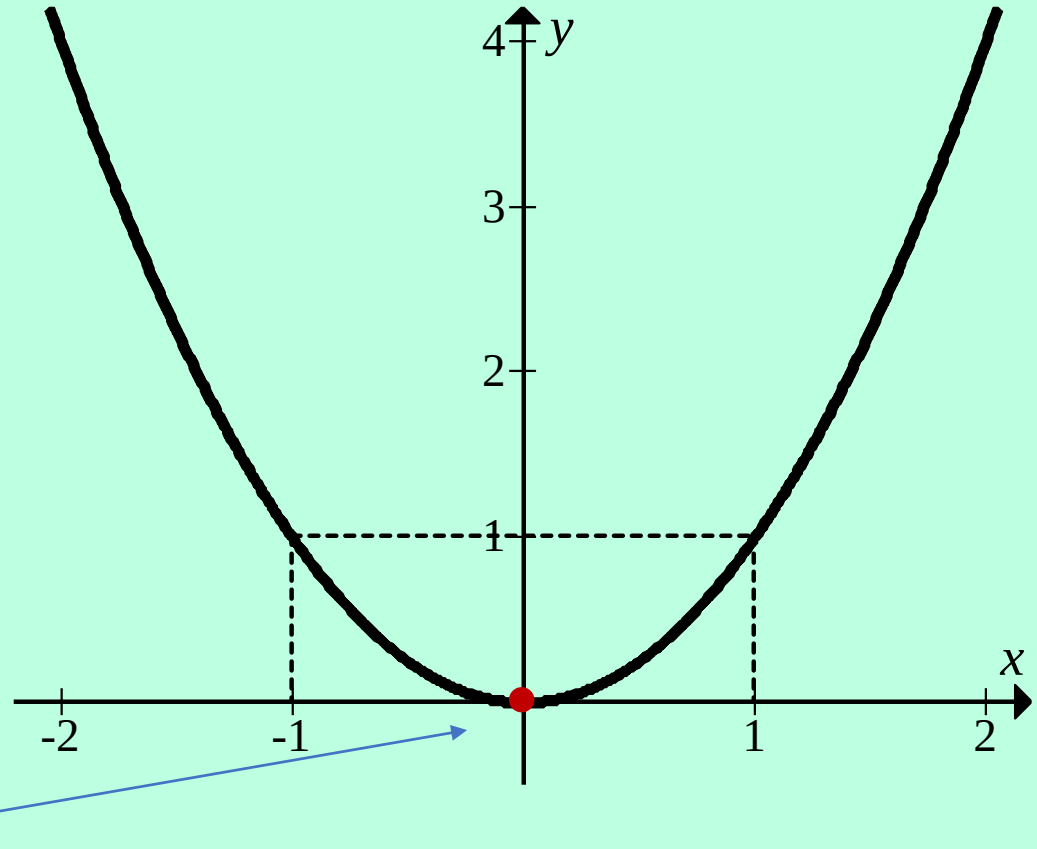
1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = [0; +\infty)$
3. Четность, нечетность: четная функция
4. Нули функции: $x = 0, \quad y = 0$
5. Интервалы постоянного знака:
   $y > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
6. Интервалы монотонности:
   убывает при $x \in (-\infty; 0]$;
   возрастает при $x \in [0; +\infty)$



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

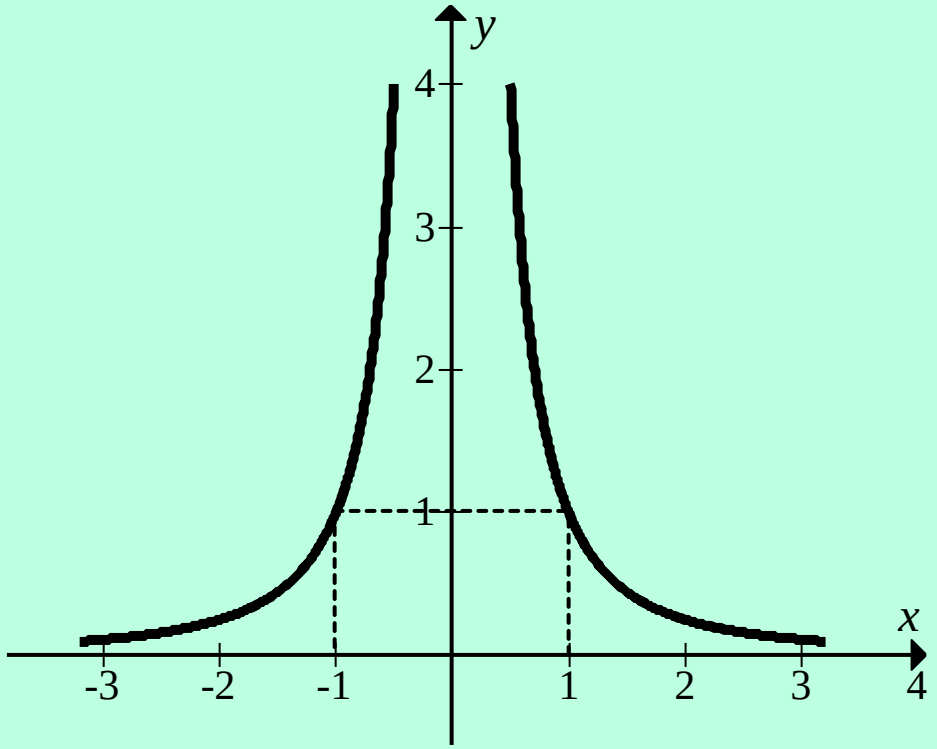
Свойства функции $y = x^{2n}$ (– *четное*)

1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = [0; +\infty)$
3. Четность, нечетность: четная функция
4. Нули функции: $x = 0, \quad y = 0$
5. Интервалы постоянного знака:
   $y > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
6. Интервалы монотонности:
   убывает при $x \in (-\infty; 0]$;
   возрастает при $x \in [0; +\infty)$
7. Экстремумы: $x = 0$ **точка минимума**



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

$y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ (– *отрицательное,* n - *четное*)





Степенная функция

$$y = x^k$$

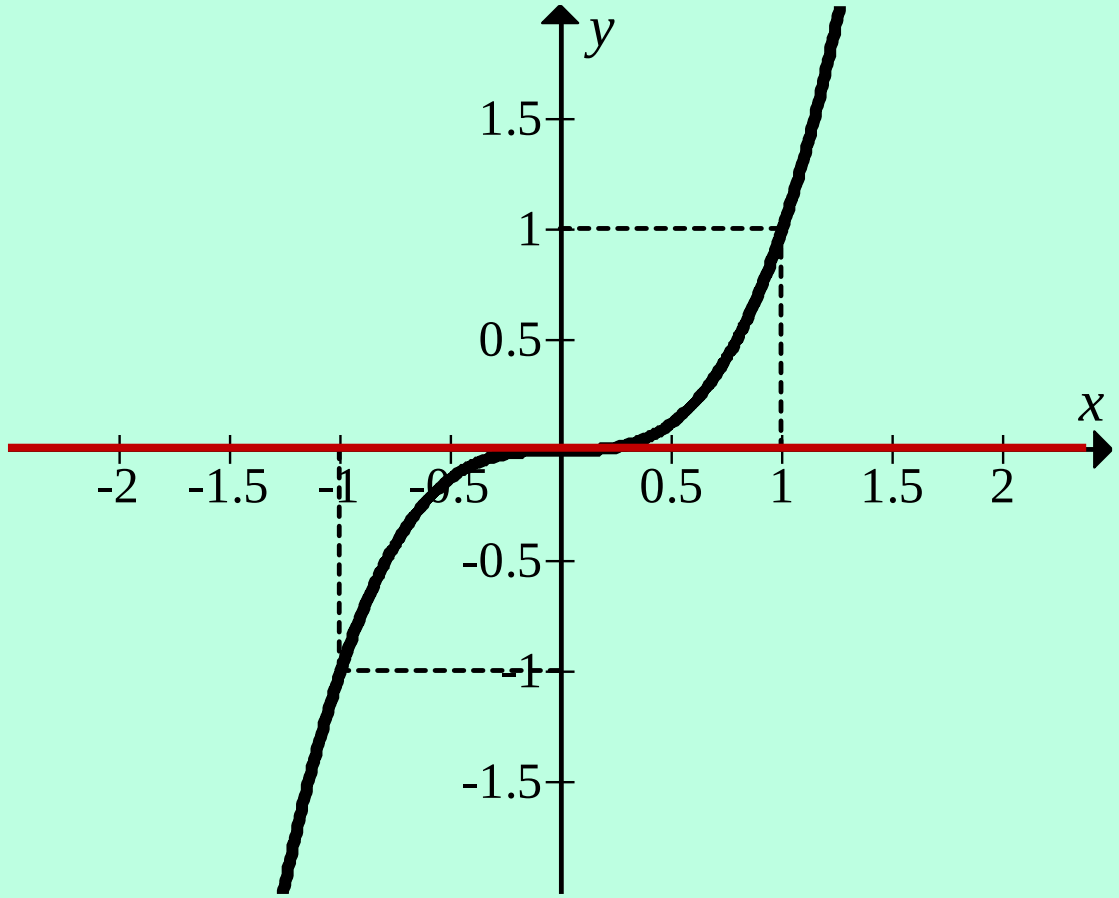
Рассмотрим случаи:

$y = x^{2n}$ (k – *четное*), $\boxed{y = x^{2n+1}}$ (k – *нечетное*), $\boxed{y = \sqrt{x}}$

Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n+1}$ $(k$ – *нечетное*)

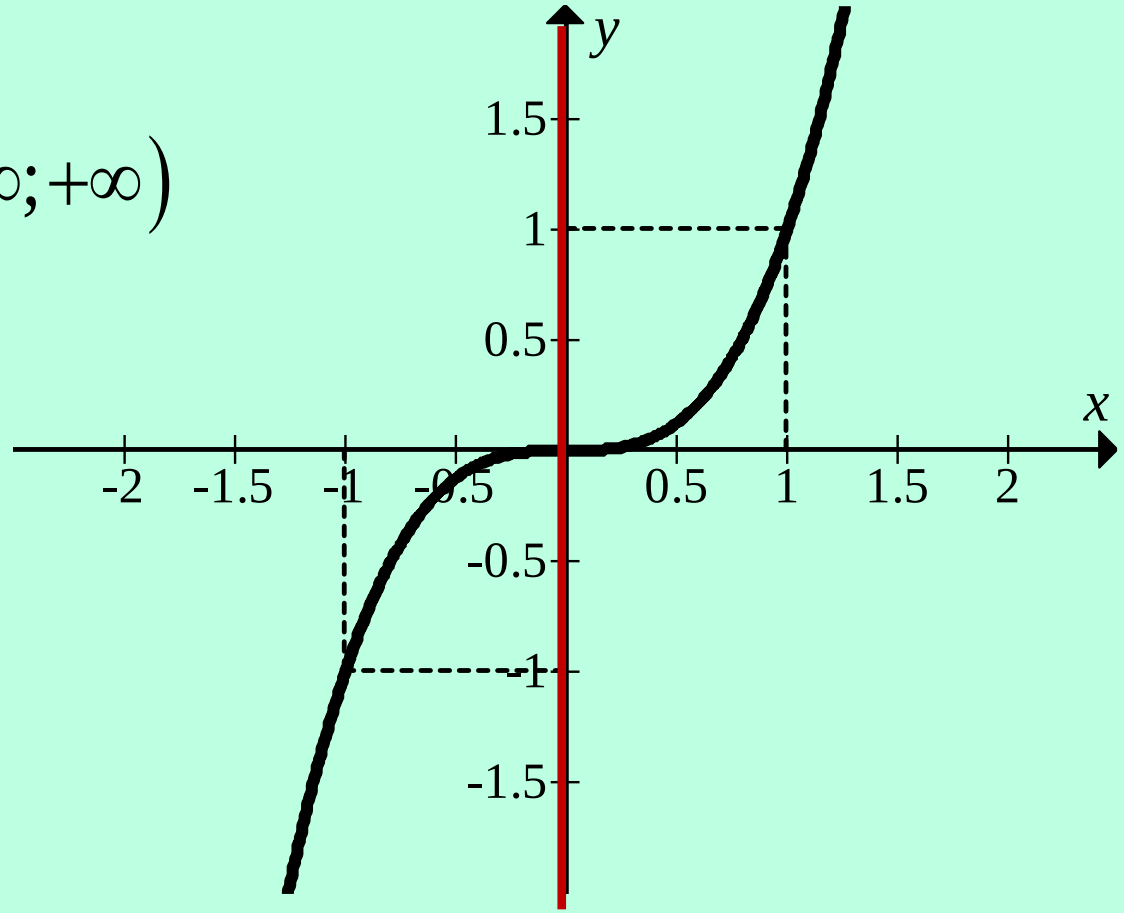
1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n+1}$ (k – *нечетное*)

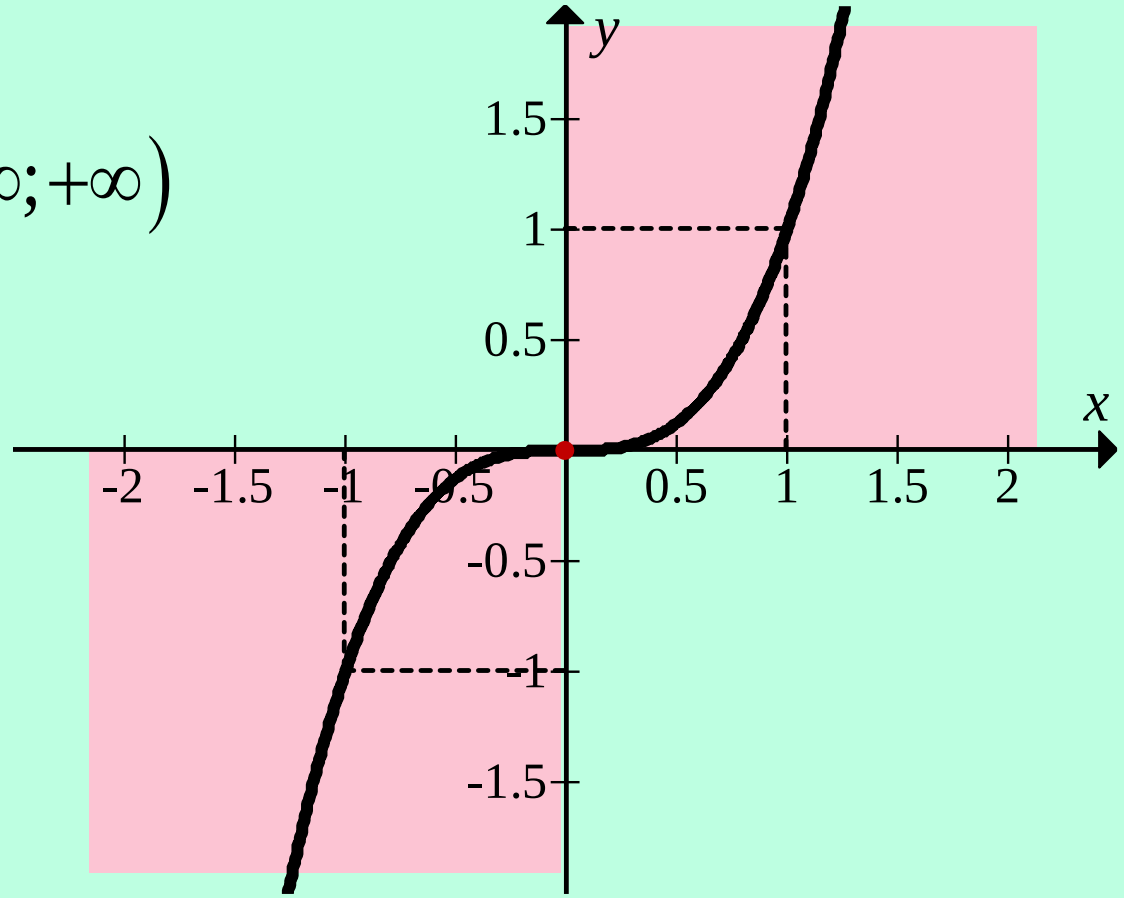
1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = (-\infty; +\infty)$



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n+1}$ (k – *нечетное*)

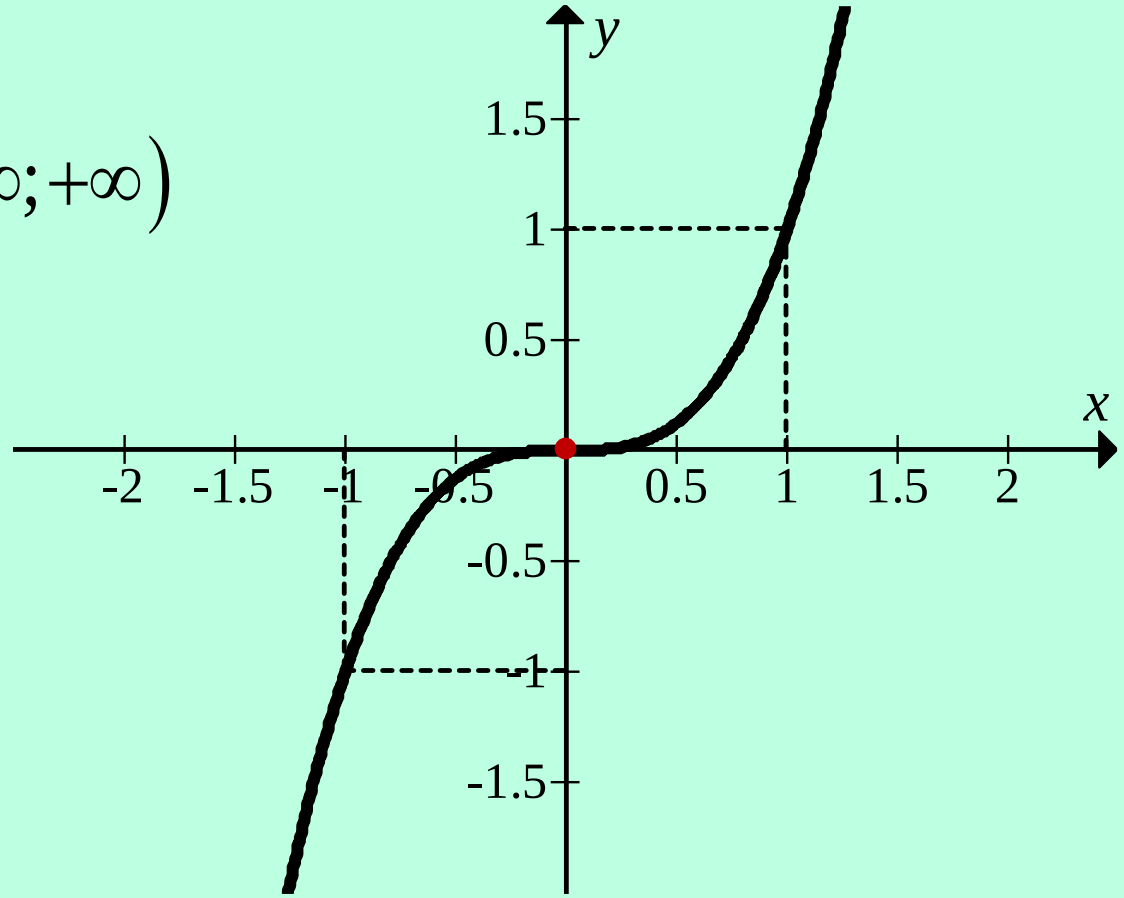
1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = (-\infty; +\infty)$
3. Четность, нечетность: **нечетная** функция



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n+1}$ (k – *нечетное*)

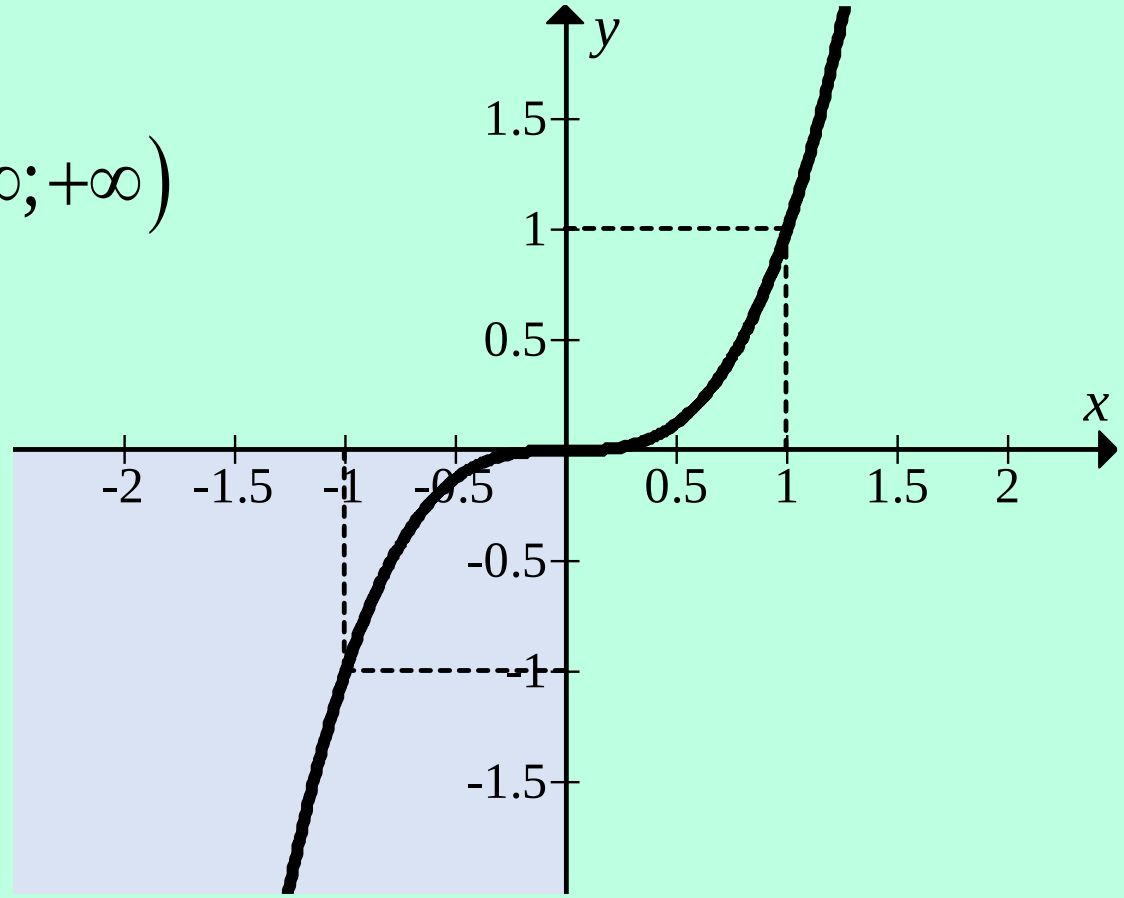
1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = (-\infty; +\infty)$
3. Четность, нечетность: нечетная функция
4. Нули функции: $x = 0, \quad y = 0$



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n+1}$ (k – *нечетное*)

1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = (-\infty; +\infty)$
3. Четность, нечетность: нечетная функция
4. Нули функции: $x = 0, \quad y = 0$
5. Интервалы постоянного знака:
   $y < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$



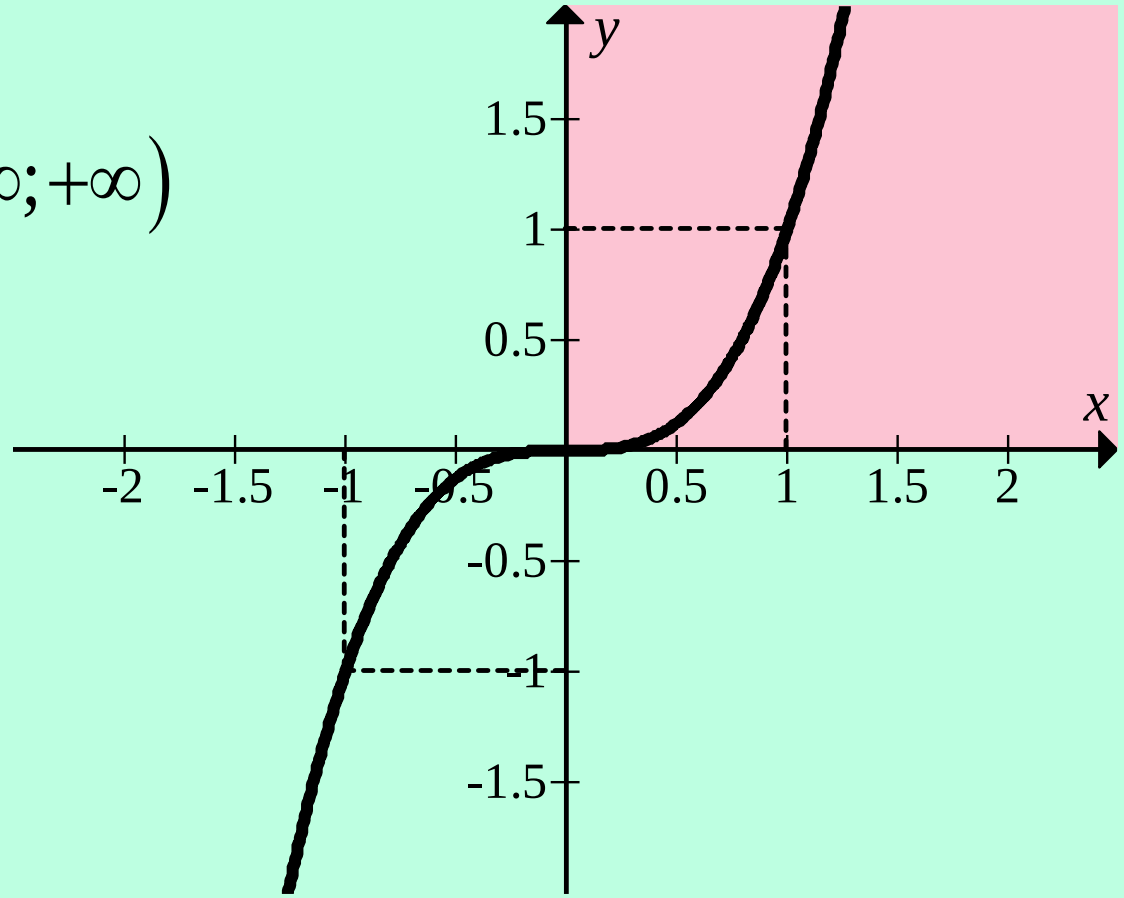
Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n+1}$ (k – *нечетное*)

1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = (-\infty; +\infty)$
3. Четность, нечетность: нечетная функция
4. Нули функции: $x = 0, \quad y = 0$
5. Интервалы постоянного знака:

   $y < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$

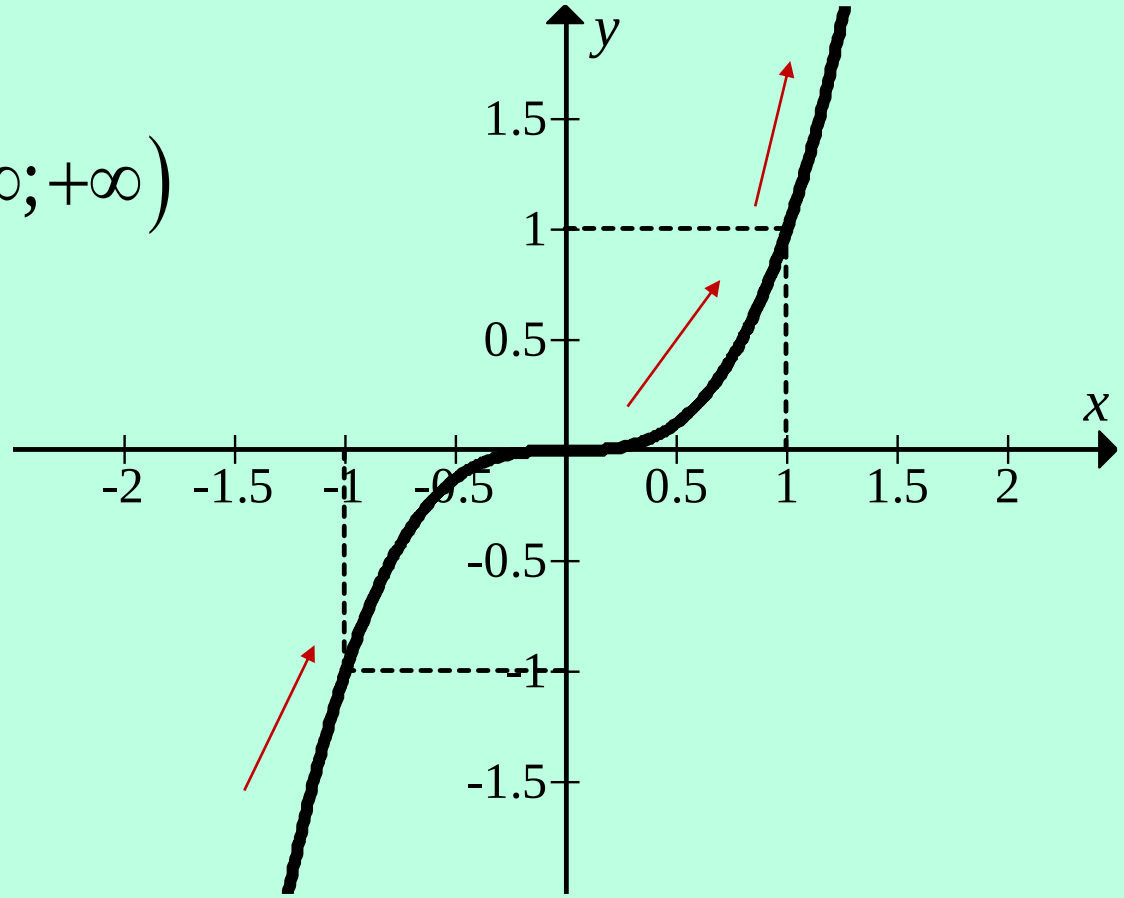
   $y > 0$ при $x \in (0; +\infty)$



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = x^{2n+1}$ (k – *нечетное*)

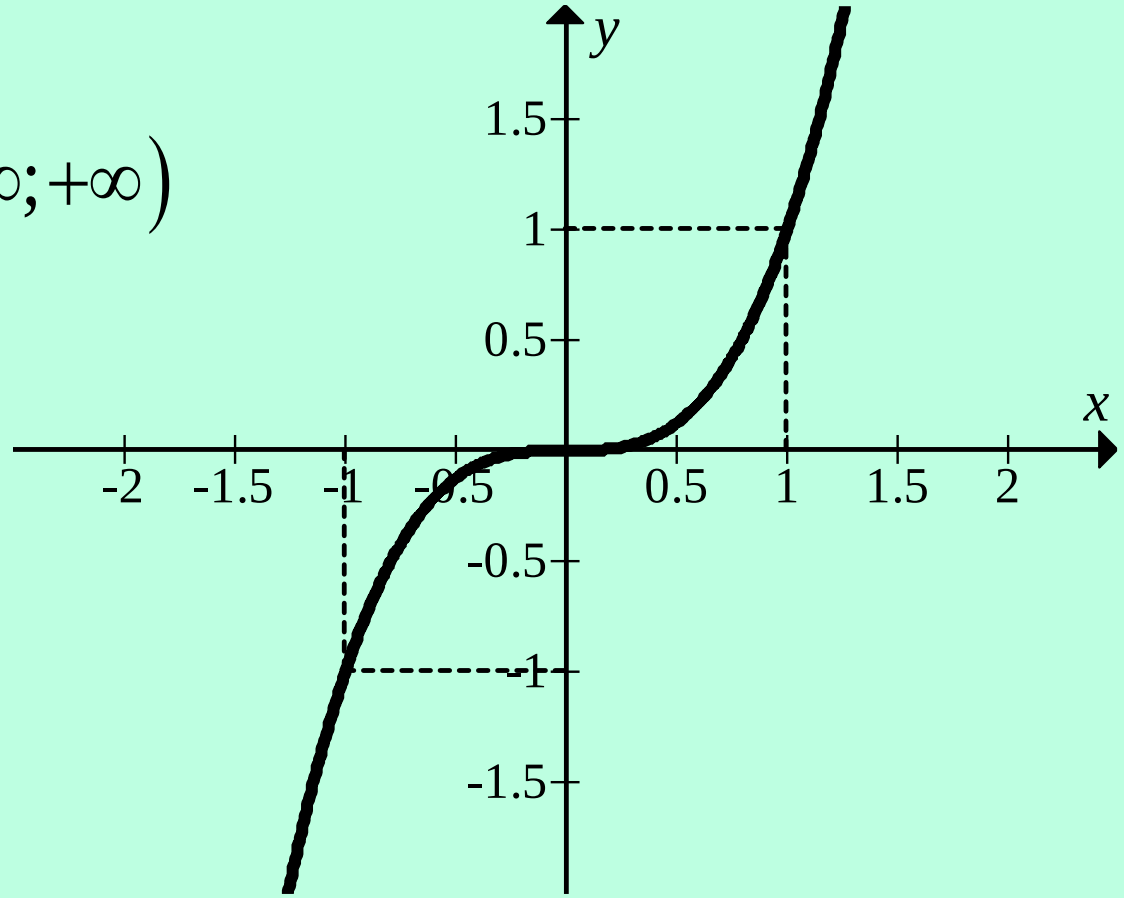
1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = (-\infty; +\infty)$
3. Четность, нечетность: нечетная функция
4. Нули функции: $x = 0, \quad y = 0$
5. Интервалы постоянного знака:
   $y < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$
   $y > 0$ при $x \in (0; +\infty)$
6. Интервалы монотонности:
   возрастает при $x \in (-\infty; +\infty)$



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

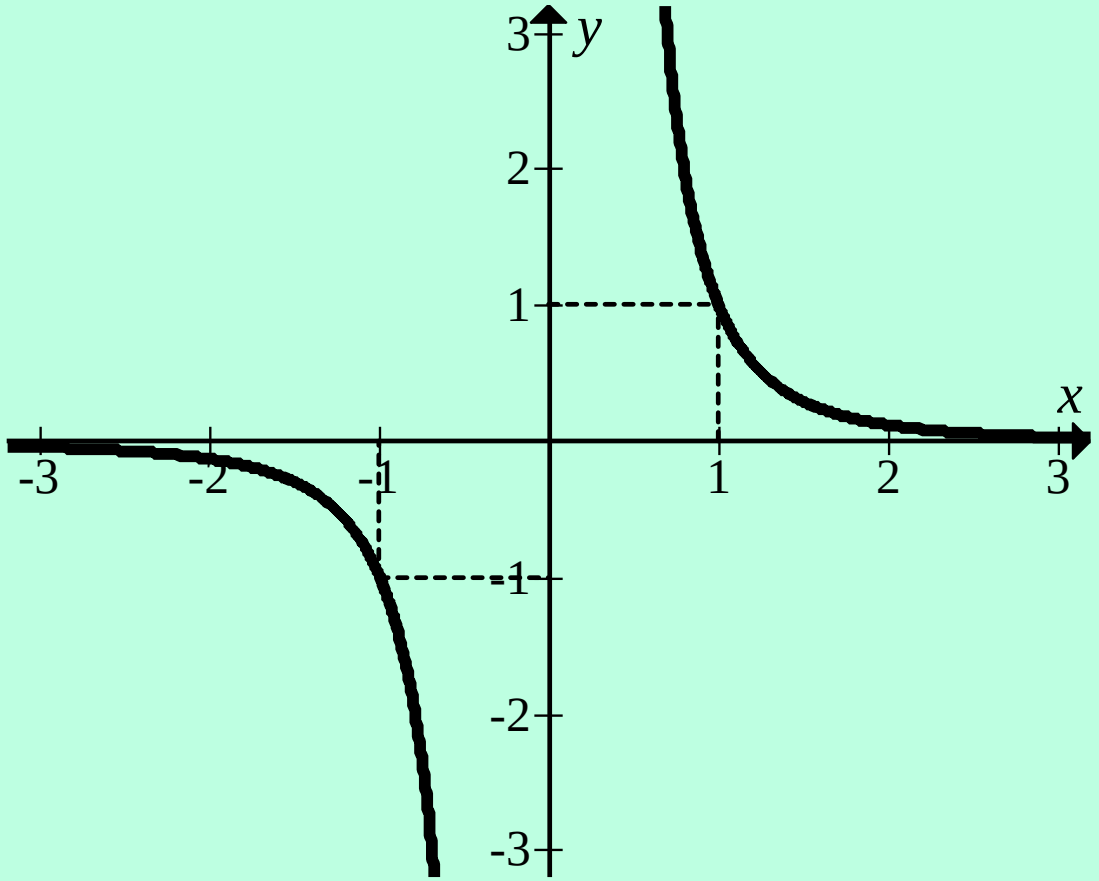
Свойства функции $y = x^{2n+1}$ (k – *нечетное*)

1. Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Множество значений функции: $E(f) = (-\infty; +\infty)$
3. Четность, нечетность: нечетная функция
4. Нули функции: $x = 0, \quad y = 0$
5. Интервалы постоянного знака:
   $y < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$
   $y > 0$ при $x \in (0; +\infty)$
6. Интервалы монотонности:
   возрастает при $x \in (-\infty; +\infty)$
7. Экстремумы: нет



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

$y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ (k – *отрицательное*, n - *нечетное*)



Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ



Степенная функция

$$y = x^k$$

Рассмотрим случаи:

$y = x^{2n}$ (k – *четное*), $y = x^{2n+1}$ (k – *нечетное*), $\boxed{y = \sqrt{x}}$

,

Тема 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Свойства функции $y = \sqrt{x}$

1. Область определения: $D(f) = [0; +\infty)$

