

Физика

Учебное пособие для поступающих в вузы

BAUMANPRESS
ИЗДАТЕЛЬСТВО МГТУ им. Н.Э. БАУМАНА

УДК 53
ББК 22.3
У91

Издание доступно в электронном виде по адресу
https://bmstu.press/catalog/item/7979/

Авторы:
А.Ю. Луценко, И.В. Кириллов,
Ю.А. Струков, А.М. Хорохоров

Рецензенты:
д-р физ.-мат. наук, преподаватель физики
Лицея научно-инженерного профиля
г. Королёва Московской обл. *А.А. Чухланцев*;
почетный работник общего образования Российской Федерации,
учитель физики высшей квалификационной категории
МОУ «Лицей» г. Балашихи Московской обл. *Т.Е. Слипченко*

Учебное пособие для поступающих в вузы. Физика :
У91 учебное пособие / [А. Ю. Луценко и др.] ; под общ. ред. А. Ю. Луценко. — 6-е изд. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2023. — 364, [4] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-6084-7

Приводятся основные физические законы и соотношения и даются общие указания по методике решения задач, составленных в соответствии с опытом вступительных испытаний в МГТУ им. Н.Э. Баумана. Типовые задачи и задачи повышенной сложности сопровождаются оригинальными методиками решений. Для проверки усвоения материала по каждой теме предлагаются контрольные работы.

Подробное решение представленных в пособии контрольных работ и другие учебные материалы можно получить, зарегистрировавшись на учебном портале МГТУ им. Н.Э. Баумана (http://www.cem.bmstu.ru/dot.htm).

Для учащихся старших классов средних школ, гимназий, лицеев, слушателей подготовительных курсов, а также лиц, самостоятельно изучающих физику и готовящихся к вступительным испытаниям в технические вузы, в том числе по результатам физико-математических олимпиад или ЕГЭ.

УДК 53
ББК 22.3

ISBN 978-5-7038-6084-7

© Оформление. Издательство
МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023

1. МЕХАНИКА

1.1. Основные соотношения в кинематике

Кинематика материальной точки. При движении материальной точки ее положение в пространстве определяется радиус-вектором $\vec{r}$, проведенным из точки O выбранной системы отсчета (рис. 1.1). Закон движения точки можно представить в виде векторного уравнения $\vec{r} = \vec{r}(t)$, которому соответствуют алгебраические уравнения в проекциях на оси координат: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, либо в виде $s = s(t)$, где s — путь вдоль траектории от некоторой точки, принятой за начало отсчета; t — время движения.

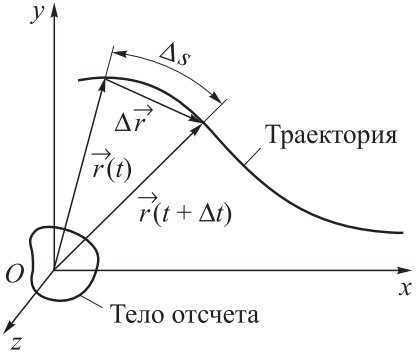


Рис. 1.1

Средняя скорость $\langle \vec{\upsilon} \rangle = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$, где $\Delta \vec{r}$ — перемещение материальной точки за промежуток времени Δt.

Вектор $\langle \vec{\upsilon} \rangle$ совпадает по направлению с $\Delta \vec{r}$ (рис. 1.2).

Средняя скорость $\upsilon_{\text{ср}} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, где Δs — путь, пройденный точкой за промежуток времени Δt.

Мгновенная скорость

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Направление вектора мгновенной скорости в каждой точке траектории совпадает с направлением касательной к ней (см. рис. 1.2).

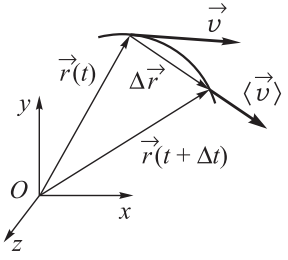


Рис. 1.2

Модуль скорости

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2},$$

где $\upsilon_x = \frac{dx}{dt}$, $\upsilon_y = \frac{dy}{dt}$, $\upsilon_z = \frac{dz}{dt}$ — проекции вектора скорости на оси координат.

Среднее ускорение

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t},$$

где $\Delta\vec{\upsilon}$ — изменение скорости материальной точки за промежуток времени Δt.

Направление вектора $\langle \vec{a} \rangle$ совпадает с направлением вектора $\langle \vec{\upsilon} \rangle$.

Мгновенное ускорение

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}.$$

Модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2},$$

где $a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}$, $a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt}$, $a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt}$ — проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на оси координат.

При криволинейном движении материальной точки вектор ее ускорения $\vec{a}$ в каждой точке траектории в общем случае наклонен под некоторым углом α к касательной, проведенной к траектории в этой точке (рис. 1.3). Вектор ускорения $\vec{a}$ можно представить как

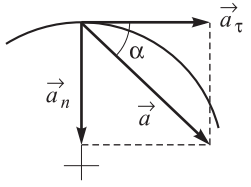


Рис. 1.3

сумму нормальной (центростремительной) $\vec{a}_n$ и тангенциальной (касательной) $\vec{a}_\tau$ составляющих полного ускорения:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau.$$

Составляющие $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$ характеризуют изменение вектора ускорения $\vec{a}$ по модулю и направлению соответственно. Модули этих ускорений:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R};\ a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt};\ a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

где R — радиус кривизны в данной точке траектории.

Уравнения равномерного плоского прямолинейного движения ($\vec{\upsilon}$ = const) в векторной форме и в проекциях на оси координат:

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{\upsilon}t;$$
$$x - x_0 = \upsilon_x t;$$
$$y - y_0 = \upsilon_y t,$$

где $\vec{r}_0$, x_0, y_0 — координаты, определяющие положение точки в начальный момент времени.

Уравнения равнопеременного движения ($\vec{a}$ = const) в векторной форме:

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{\upsilon}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2};$$
$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t,$$

где $\vec{\upsilon}_0$ — начальная скорость точки.

В проекциях на оси координат эти уравнения имеют вид

$$x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2};\quad y = y_0 + \upsilon_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2};$$
$$\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t; \qquad \upsilon_y = \upsilon_{0y} + a_y t,$$

где υ_{0x}, υ_{0y}, a_x, a_y — проекции начальной скорости $\vec{\upsilon}_0$ и ускорения $\vec{a}$ на оси x и y соответственно.

Уравнения движения в поле тяжести (ось x направлена горизонтально, а ось y — вертикально вверх, т. е. $a_x = 0,\ a = -g$):

$$x = x_0 + \upsilon_{0x} t;\ \ y = y_0 + \upsilon_{0y} t - \frac{gt^2}{2};$$

$$\upsilon_x = \upsilon_{0x};\qquad \upsilon_y = \upsilon_{0y} - gt,$$

где при начальной скорости υ_0, направленной под углом α к оси x,

$$\upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos\alpha;\quad \upsilon_{0y} = \upsilon_0 \sin\alpha.$$

Сложение движений — одновременное участие материальной точки в двух движениях.

Любое сложное движение можно рассматривать как результат сложения простых движений. Для описания такого движения целесообразно ввести дополнительную подвижную систему координат, связанную с телом отсчета, принятого условно за неподвижное.

Движение точки относительно неподвижной системы координат (т. е. результирующее движение) называют абсолютным, а ее скорость $\vec{\upsilon}_{\text{абс}}$ — абсолютной скоростью движения. Движение точки относительно подвижной системы координат называют относительным, а скорость этого движения $\vec{\upsilon}_{\text{отн}}$ — относительной. Движение подвижной системы координат относительно неподвижной системы координат называют переносным движением, а его скорость $\vec{\upsilon}_{\text{пер}}$ — переносной скоростью. При сложении движений относительное перемещение точки $\vec{r}_{\text{отн}}$ и перемещение системы $\vec{r}_{\text{пер}}$ можно представить суммой векторов:

$$\vec{r}_{\text{абс}} = \vec{r}_{\text{отн}} + \vec{r}_{\text{пер}},$$

Относительную скорость точки и скорость системы отсчета также представляют суммой векторов:

$$\vec{\upsilon}_{\text{абс}} = \vec{\upsilon}_{\text{отн}} + \vec{\upsilon}_{\text{пер}}.$$

Аналогично представляют и линейное ускорение:

$$\vec{a}_{\text{абс}} = \vec{a}_{\text{отн}} + \vec{a}_{\text{пер}},$$

где $\vec{a}_{\text{отн}}$ — относительное ускорение; $\vec{a}_{\text{пер}}$ — переносное ускорение (ускорение движущейся системы отсчета).

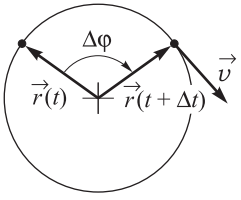


Рис. 1.4

Кинематика твердого тела. Любое движение твердого тела можно представить как совокупность его поступательного движения и вращения вокруг неподвижной оси.

Поступательное движение. При поступательном движении твердого тела любая прямая, связанная с телом, остается параллельной своему начальному положению. При поступательном движении все точки твердого тела совершают за один и тот же промежуток времени равные перемещения. Поэтому поступательное движение тел описывается теми же величинами и уравнениями, что и движение материальной точки.

Вращение вокруг неподвижной оси. Кинематическими характеристиками вращательного движения тел служат угловое перемещение, угловая скорость и угловое ускорение. Угловым перемещением φ называют центральный угол, соответствующий дуге, пройденной произвольной точкой тела при его вращении.

Уравнение вращательного движения: $\varphi = f(t)$.

Средняя угловая скорость

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

где $\Delta\varphi$ — изменение угла поворота тела за промежуток времени Δt (рис. 1.4).

Мгновенная угловая скорость

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Среднее угловое ускорение

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\Delta\omega}{\Delta t},$$

где $\Delta\omega$ — изменение угловой скорости за промежуток времени Δt.

Мгновенное угловое ускорение

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}.$$

Уравнение равномерного вращения:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t,$$

где φ_0 — начальная угловая координата.

При равномерном движении $\omega = \text{const}$ и $\varepsilon = 0$.

Частота вращения

$$\nu = \frac{N}{t} \quad \text{или} \quad \nu = \frac{1}{T},$$

где N — число оборотов, совершаемых телом за время t; T — период вращения (время одного полного оборота).

Уравнения равнопеременного вращения ($\varepsilon = \text{const}$):

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2};$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t,$$

где ω_0 — начальная угловая скорость.

Связь между линейными и угловыми величинами для произвольной точки вращающегося тела, находящейся на расстоянии R от оси вращения, можно представить следующими соотношениями.

Длина пути, пройденного точкой по дуге окружности радиуса R,

$$s = \varphi R.$$

Линейная скорость точки

$$\upsilon = \omega R.$$

Ускорение точки:

– тангенциальное

$$a_\tau = \varepsilon R;$$

– нормальное

$$a_n = \omega^2 R.$$

Примеры решения задач

1. Точка движется вдоль оси x по закону $x = 10 + 8t - 2t^2$ м. Определите значение скорости точки при $t = 1$ с.

Решение

Запишем уравнение для скорости точки:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = 8 - 4t.$$

Это уравнение можно также получить из анализа уравнения

$$x(t) = x_0 + \upsilon_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2},$$

откуда $\upsilon_{0x} = 8$ м/с; $a_x = -4$ м/с^2.

Тогда

$$\upsilon(t) = \upsilon_{0x} + a_x t = 8 - 4t.$$

При $t = 1$ скорость $\upsilon = 8 - 4 \cdot 1 = 4$ м/с.

Ответ: $\upsilon = 4$ м/с.

2. Точка движется вдоль оси x со скоростью, проекция которой υ_x как функция времени описывается уравнением $\upsilon_x = 5 + 4t$. С учетом того, что в момент времени $t = 0$ координата точки $x_0 = 7$, напишите уравнение движения точки.

Ответ: $x = 7 + 5t + 2t^2$.

3. Закон движения материальной точки в плоскости xy определяется уравнениями**:** $x = 10\cos 3t$ см и $y = 10\sin 3t$ см. Найдите модули скорости и ускорения точки и напишите уравнение ее траектории.

Решение

Скорость движения точки вдоль оси x

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = -0{,}1 \cdot 3 \cdot \sin 3t \text{ м/с}.$$

Скорость движения точки вдоль оси y

$$\upsilon_y = \frac{dy}{dt} = 0{,}1 \cdot 3 \cdot \cos 3t \text{ м/с}.$$

Ускорение движения вдоль оси x

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = -0{,}1 \cdot 9 \cdot \cos 3t \text{ м/с}^2.$$

Ускорение движения вдоль оси y

$$a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt} = -0{,}1 \cdot 9 \cdot \sin 3t \text{ м/с}^2.$$

Модуль скорости точки в плоскости xy

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{(-0{,}1 \cdot 3 \cdot \sin 3t)^2 + (0{,}1 \cdot 3 \cdot \cos 3t)^2} =$$

$$= \sqrt{0{,}01 \cdot 9} = 3 \cdot 10^{-1} = 0{,}3 \text{ м/с}.$$

Модуль ускорения точки в плоскости xy

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0{,}1 \cdot 9 \cdot \cos 3t)^2 + (-0{,}1 \cdot 9 \cdot \sin 3t)^2} =$$

$$= \sqrt{0{,}01 \cdot 81} = 9 \cdot 10^{-1} = 0{,}9 \text{ м/с}^2.$$

Для получения уравнения траектории точки исключим параметр t из уравнений движения и определим зависимость между координатами x и y. Для этого запишем уравнения движения точки в виде $\frac{x}{0{,}1} = \cos 3t$ и $\frac{y}{0{,}1} = \sin 3t$. Возведя в квадрат эти уравнения и сложив их, получим $\frac{x^2}{0{,}01} + \frac{y^2}{0{,}01} = 1$. Данное уравнение является уравнением окружности радиуса $R = 0{,}1$ м.

Ответ: $\upsilon = 0{,}3$ м/с; $a = 0{,}9$ м/с^2; траектория точки — окружность радиуса $R = 0{,}1$ м.

4. Автомобиль проехал первую половину пути со скоростью $\upsilon_1 = 40$ км/ч, а вторую половину — со скоростью $\upsilon_2 = 60$ км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем пройденном пути.

Решение

Обозначим: s — весь путь автомобиля; Δs_1 – длина первого участка пути, $\Delta s_1 = s/2$; Δt_1 — время, затраченное на прохожде-

ние первого участка пути; Δs_2 – длина второго участка пути, $\Delta s_2 = s/2$; Δt_2 — время, затраченное на прохождение второго участка пути. Тогда $\Delta t_1 = \frac{s}{2\upsilon_1}$; $\Delta t_2 = \frac{s}{2\upsilon_2}$.

Согласно определению средней скорости,

$$\upsilon = \frac{\Delta s + \Delta s}{\Delta t + \Delta t} = \frac{\frac{s}{2} + \frac{s}{2}}{\frac{s}{2\upsilon} + \frac{s}{2\upsilon}} = \frac{2\upsilon\upsilon}{\upsilon + \upsilon} =$$

$$= \frac{2 \cdot 40 \cdot 60}{40 + 60} = 48 \text{ км/ч} = 13{,}3 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon_{ср} = 48$ км/ч $= 13{,}3$ м/с.

5. Мимо пристани проходит плот. В этот момент в поселок, находящийся на расстоянии $s_1 = 15$ км ниже пристани, отправилась моторная лодка. Она достигла поселка за время $t = 0{,}75$ ч и, повернув обратно, встретилась с плотом на расстоянии $s_2 = 9$ км от поселка. Найдите скорость течения u и скорость лодки υ относительно воды.

Решение

Свяжем систему отсчета с плотом, т. е. мысленно остановим переносное движение. В этой системе плот и река неподвижны. Это означает, что относительно плота лодка движется в ту и в другую сторону с одинаковой скоростью. Другими словами, она удалилась от плота и возвратилась к нему за равные промежутки времени, равные 3/4 ч каждый, т. е. двигалась всего $2t = 1{,}5$ ч. За это время она прошла путь $s_1 + s_2 = 24$ км. Отсюда следует, что ее скорость относительно воды

$$\upsilon = \frac{s_1 + s_2}{2t} = \frac{24}{1{,}5} = 16 \text{ км/ч}.$$

За это же время плот прошел путь $s_1 - s_2 = 6$ км, следовательно, скорость течения

$$u = \frac{s_1 - s_2}{2t} = \frac{6}{1{,}5} = 4 \text{ км/ч}.$$

Ответ: $u = 4$ км/ч; $\upsilon = 16$ км/ч.

6. Товарный поезд длиной L_1 = 750 м и пассажирский экспресс длиной L_2 = 150 м идут по двум параллельным путям в одном направлении со скоростями υ_1 = 36 км/ч и υ_2 = 108 км/ч соответственно. Найдите время, за которое экспресс обгонит товарный поезд.

Решение

Схема расположения поездов в момент начала обгона приведена на рис. 1.5, *а*, а в момент конца обгона — на рис. 1.5, *б*.

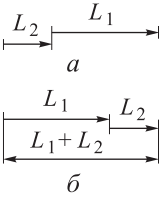


Рис. 1.5

Очевидно, что экспресс пройдет путь $L = L_1 + L_2$. При этом скорость экспресса относительно товарного поезда $\upsilon_{\text{отн}} = \upsilon_2 - \upsilon_1$, где $\upsilon_1 = 36$ км/ч = 10 м/с; υ_2 = 108 км/ч = 30 м/с. Время, за которое экспресс обгонит товарный поезд, составит

$$\Delta t = \frac{L}{\upsilon_{\text{отн}}} = \frac{L_1 + L_2}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = \frac{750 + 150}{30 - 10} = \frac{900}{20} = 45 \text{ с}.$$

Ответ: $\Delta t = 45$ с.

7. По дорогам, пересекающимся под прямым углом (рис. 1.6), едут велосипедист и автомобиль. Скорости велосипедиста и автомобиля относительно придорожных столбов соответственно равны 8 и 15 м/с. Чему равен модуль скорости автомобиля относительно велосипедиста?

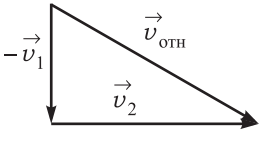


Рис. 1.6

Решение

Пусть скорость велосипедиста равна υ_1, а скорость автомобиля — υ_2. Тогда в соответствии с законом сложения скоростей $\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_{\text{отн}}$, откуда $\vec{\upsilon}_{\text{отн}} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1$.

Модуль скорости $\upsilon_{\text{отн}} = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$ м/с.

Ответ: $\upsilon_{\text{отн}} = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2} = 17$ м/с.

8. В точках A и B находятся моторная лодка и катер, движущиеся с заданными постоянными скоростями $\upsilon_{\text{л}}$ и $\upsilon_{\text{к}}$ в направлениях, показанных на рис. 1.7, *а*. Определите графически наименьшее расстояние между лодкой и катером.

Решение

Построим вектор скорости катера относительно лодки: $\vec{\upsilon}_{\text{отн}} = \vec{\upsilon}_{\text{к}} - \vec{\upsilon}_{\text{л}}$ (рис. 1.7, *б*). Проведем через точку B прямую, параллельную вектору $\vec{\upsilon}_{\text{отн}}$, и опустим на эту прямую перпендикуляр из точки A. Длина этого перпендикуляра AD и есть наименьшее расстояние между лодкой и катером.

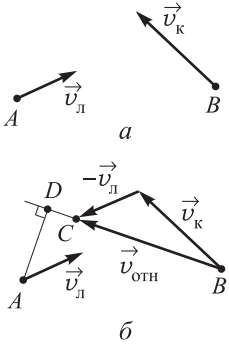


Рис. 1.7

Ответ: наименьшее расстояние между лодкой и катером равно AD.

9. Гусеничный трактор движется со скоростью 3 м/с. С какой скоростью относительно земной поверхности перемещаются верхняя и нижняя части гусеницы трактора?

Решение

Скорость верхней части гусеницы равна удвоенной скорости трактора $2 \cdot 3 = 6$ м/с, а нижняя часть неподвижна относительно поверхности земли, т. е. ее скорость равна нулю.

Ответ: 6 м/с и 0.

10. Можно ли утверждать, что при равномерном движении материальной точки по окружности ее скорость остается постоянной?

Ответ: Нет, так как остается постоянным только модуль скорости, а направление ее изменяется, и в каждой точке скорость направлена по касательной к окружности.

11. Материальная точка движется по окружности радиуса $R = 1$ м с постоянной по модулю скоростью, совершая один оборот за время $T = 1$ с. Определите модуль вектора средней скорости точки за четверть, половину, три четверти оборота.

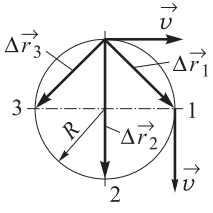


Рис. 1.8

Решение

На рис. 1.8 показаны положения точки на окружности в заданные моменты времени, в соответствии с которыми

$$\upsilon_{ср1} = \frac{\Delta r_1}{\Delta t_1} = \frac{R\sqrt{2}}{T/4} = 4\sqrt{2} \text{ м/с};$$

$$\upsilon_{ср2} = \frac{\Delta r_2}{\Delta t_2} = \frac{2R}{T/2} = \frac{4R}{T} = 4 \text{ м/с};$$

$$\upsilon_{ср3} = \frac{\Delta r_3}{\Delta t_3} = \frac{R\sqrt{2}}{3T/4} = \frac{4}{3}\sqrt{2} \text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon_{ср1} = 4\sqrt{2}$ м/с; $\upsilon_{ср2} = 4$ м/с; $\upsilon_{ср3} = \frac{4}{3}\sqrt{2}$ м/с.

12. В течение первой половины времени движения тело перемещается со скоростью $|\vec{\upsilon}_1| = 20$ м/с, направленной под углом $\alpha_1 = 60°$ к направлению оси x, а в течение второй половины — со скоростью $|\vec{\upsilon}_2| = 40$ м/с, направленной под углом $\alpha_2 = 120°$ к тому же направлению. Найдите модуль средней скорости тела $|\vec{\upsilon}_{ср}|$ за все время его движения.

Решение

Запишем уравнение средней скорости:

$$\vec{\upsilon}_{ср} = \frac{\Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\vec{\upsilon}_1\Delta t_1 + \vec{\upsilon}_2\Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}.$$

По условию

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t; \qquad \vec{\upsilon}_{ср} = \frac{\vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2}{2}.$$

Согласно схеме, приведенной на рис. 1.9,

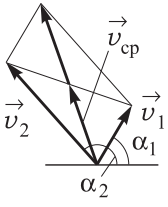


Рис. 1.9

$$\left|\vec{\upsilon}_{ср}\right| = \frac{1}{2}\sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1)} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{20^2 + 40^2 + 2\cdot 20\cdot 40\cdot\cos 60°} \approx 26{,}46 \text{ м/с}.$$

Ответ:

$$\left|\vec{\upsilon}_{ср}\right| = \frac{1}{2}\sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1)} \approx 26{,}46 \text{ м/с}.$$

13. Тело совершает два последовательных одинаковых по величине перемещения со скоростью $\left|\vec{\upsilon}_1\right| = 20$ м/с под углом $\alpha_1 = 60°$ к направлению оси x и со скоростью $\left|\vec{\upsilon}_2\right| = 40$ м/с под углом $\alpha_2 = 120°$ к тому же направлению. Найдите модуль средней скорости тела $\left|\vec{\upsilon}_{ср}\right|$ за все время его движения.

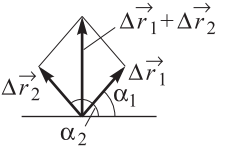


Рис. 1.10

Решение

Уравнение средней скорости:

$$\vec{\upsilon}_{ср} = \frac{\Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}.$$

По условию

$$\left|\Delta\vec{r}_1\right| = \left|\Delta\vec{r}_2\right| = \Delta r;$$

$$\vec{\upsilon}_{ср} = \frac{\Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2}{\frac{\Delta r}{\upsilon_1} + \frac{\Delta r}{\upsilon_2}}.$$

Тогда

$$\left|\vec{\upsilon}_{ср}\right| = \frac{\left|\Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2\right|\upsilon_1\upsilon_2}{\Delta r(\upsilon_1 + \upsilon_2)}. \qquad (1.1)$$

Согласно схеме, приведенной на рис. 1.10,

$$\left|\Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2\right| = 2\Delta r\cos\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} = 2\Delta r\cos 30° = \Delta r\sqrt{3}. \qquad (1.2)$$

Подставив уравнение (1.2) в уравнение (1.1), получим

$$\left|\vec{\upsilon}_{\text{ср}}\right| = \frac{\upsilon_1\upsilon_2\sqrt{3}}{\upsilon_1 + \upsilon_2} = \frac{20 \cdot 40 \cdot \sqrt{3}}{20 + 40} = 23{,}1 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\left|\vec{\upsilon}_{\text{ср}}\right| = \frac{\upsilon_1\upsilon_2\sqrt{3}}{\upsilon_1 + \upsilon_2} = 23{,}1$ м/с.

14. Локомотив находился на расстоянии $L = 400$ м от светофора и шел со скоростью $\upsilon = 54$ км/ч, когда началось торможение с ускорением, модуль которого равен 0,3 м/с^2. На каком расстоянии от светофора остановится локомотив?

Решение

Свяжем систему координат с поверхностью земли, направив ось x в сторону движения поезда, и поместим начало координат в начальное положение локомотива. В этой системе отсчета кинематические уравнения, описывающие движение локомотива, имеют вид

$$x = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2}; \qquad (1.3)$$

$$\upsilon = \upsilon_0 - at. \qquad (1.4)$$

Локомотив остановится в момент времени t_1, которое определим из уравнения (1.4): $\upsilon(t_1) = 0$. Следовательно, $\upsilon_0 - at_1 = 0$, откуда $t_1 = \frac{\upsilon_0}{a}$. Подставив t_1 в уравнение (1.3), найдем координату x_1 локомотива в этот момент времени: $x_1 = \upsilon_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} =$ $= \upsilon_0\frac{\upsilon_0}{a} - \frac{a\upsilon_0^2}{2a^2} = \frac{\upsilon_0^2}{2a}$. Таким образом, локомотив остановится на расстоянии $\Delta L = L - x_1$ от светофора:

$$\Delta L = L - \frac{\upsilon_0^2}{2a} = 400 - \frac{15^2}{2 \cdot 0{,}3} = 25 \text{ м}.$$

Ответ: $\Delta L = \dfrac{\upsilon_0^2}{2a} = 25$ м.

15. Ракета, запущенная вертикально, достигла высоты $h =$ = 192 км. Во время работы двигателей ускорение ракеты равнялось 2 м/с^2. Сколько времени работал двигатель?

Решение

Высоту, которой достигла ракета, можно рассчитать по формуле

$$h = \frac{at^2}{2} + \frac{\upsilon_0{}^2}{2g}.$$

Полет ракеты состоит из двух участков:

1) активного полета с ускорением a, сообщаемым двигателем;

2) пассивного полета по инерции за счет набранной к концу активного участка скорости υ_0.

Так как начальная скорость ракеты равна нулю, то высота активного полета $h_{\text{акт}} = \dfrac{a\tau^2}{2}$, где τ — время работы двигателя. Скорость в конце активного полета $\upsilon_0 = a\tau$.

На пассивном участке уравнения движения ракеты имеют вид

$$y(t) = h_{\text{акт}} + \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2};$$

$$\upsilon(t) = \upsilon_0 - gt.$$

В высшей точке полета $\upsilon(t) = 0$, поэтому $t = \dfrac{\upsilon_0}{g}$.

Тогда общая высота полета

$$h = h_{\text{акт}} + \upsilon_0 \frac{\upsilon_0}{g} - \frac{g\upsilon_0^2}{2g^2} = \frac{a\tau^2}{2} + \frac{\upsilon_0^2}{2g};$$

$$h = \frac{a\tau^2}{2} + \frac{(a\tau)^2}{2g} = \frac{a^2\tau^2}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{g}\right) = \frac{a}{2}\left(\frac{a+g}{g}\right)\tau^2.$$

Отсюда получим

$$\tau = \sqrt{\frac{2hg}{a(a+g)}} \approx 400 \text{ с}.$$

Ответ: $\tau = \sqrt{\frac{2hg}{a(a+g)}} \approx 400$ с.

16. Две частицы движутся с ускорением g в однородном поле тяжести. В начальный момент частицы находились в одной точке и имели скорости $\upsilon_1 = 3{,}0$ м/с и $\upsilon_2 = 5{,}0$ м/с, направленные горизонтально и в противоположные стороны. Найдите расстояние между частицами в момент, когда векторы их скоростей окажутся взаимно перпендикулярными.

Решение

Падая, обе частицы находятся в одной горизонтальной плоскости, на одной высоте, определяемой составляющей скорости $\upsilon_y = gt$. Расстояние между частицами L определяется горизонтальными составляющими скоростей, т. е. начальными скоростями υ_{01} и υ_{02} и временем падения частиц t до момента, когда скорость $\vec{\upsilon}_1$ станет перпендикулярной скорости $\vec{\upsilon}_2$. Время падения частиц находим из треугольников скоростей (рис. 1.11).

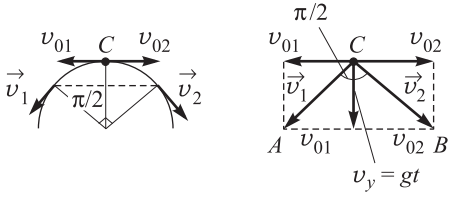


Рис. 1.11

Треугольник ABC прямоугольный, поэтому можно записать

$$\upsilon_1^2 = \upsilon_{01}^2 + (gt)^2;\ \upsilon_2^2 = \upsilon_{02}^2 + (gt)^2;$$

$$\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 = (\upsilon_{01} + \upsilon_{02})^2 = \upsilon_{01}^2 + 2\upsilon_{01}\upsilon_{02} + \upsilon_{02}^2;$$

$$\upsilon_{01}^2 + (gt)^2 + \upsilon_{02}^2 + (gt)^2 = \upsilon_{01}^2 + 2\upsilon_{01}\upsilon_{02} + \upsilon_{02}^2.$$

Упрощая, получим

$$\upsilon_{01}\upsilon_{02} = (gt)^2;$$

$$t = \frac{\sqrt{\upsilon_{01}\upsilon_{02}}}{g}; \qquad (1.5)$$

$$L = (\upsilon_{01} + \upsilon_{02})t. \qquad (1.6)$$

Подставив формулу (1.5) в выражение (1.6), получим

$$L = \frac{(\upsilon_{01} + \upsilon_{02})\sqrt{\upsilon_{01}\upsilon_{02}}}{g} = \frac{(3+5)\sqrt{3\cdot 5}}{9{,}8} \approx 3{,}2 \text{ м}.$$

Ответ: $L = \dfrac{(\upsilon_{01} + \upsilon_{02})\sqrt{\upsilon_{01}\upsilon_{02}}}{g} \approx 3{,}2$ м.

17. Обруч радиусом R катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности (рис. 1.12, *а*). Определите модуль вектора перемещения точки A обруча за время, в течение которого центр обруча пройдет путь, равный четвертой части длины его окружности. Найти среднюю скорость перемещения этой точки, если скорость центра масс обруча равна υ_0.

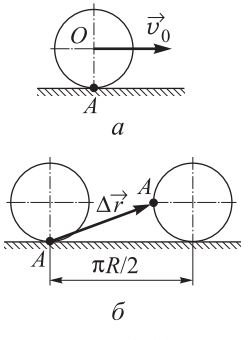


Рис. 1.12

Решение

Положение точки A после прохождения обручем пути, равного четверти длины окружности, показано на рис. 1.12, *б*. Видно, что по вертикали точка поднялась на высоту $y = R$, а по горизонтали прошла путь $x = \dfrac{\pi R}{2} - R$. Это произошло за промежуток времени $\Delta t = \dfrac{\pi R/2}{\upsilon_0}$.

Оглавление

Предисловие 3

1. Механика 6

1.1. Основные соотношения в кинематике 6

1.2. Основные соотношения и законы в динамике 32

1.3. Количество движения (импульс). Закон сохранения импульса. Движение центра масс 60

1.4. Работа, энергия, мощность. Законы сохранения механической энергии и импульса. Удар 90

1.5. Статика и гидромеханика 140

2. Молекулярно-кинетическая теория и основы термодинамики ... 165

2.1. Основные понятия молекулярно-кинетической теории 166

2.2. Основы термодинамики 176

3. Электричество и магнетизм 219

3.1. Электростатика 219

3.2. Постоянный электрический ток 244

3.3. Электромагнетизм 261

4. Механические и электромагнитные колебания 280

4.1. Гармонические колебания 280

4.2. Механические колебания 280

4.3. Колебания тока и напряжения в электрических цепях 282

5. Оптика 300

5.1. Геометрическая оптика 300

5.2. Волновая и квантовая оптика 314

6. Атомная и релятивистская физика 325

6.1. Физика атома и атомного ядра 325

6.2. Специальная теория относительности 332

7. Ответы на контрольные работы 340