

**ЭФФЕКТИВНАЯ  
ПОДГОТОВКА  
К ЕГЭ**

# ЕГЭ

# 2024

**В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина**

# МАТЕМАТИКА

## ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

- **Задачи базового и профильного уровней сложности**
- **Ответы ко всем заданиям**
- **Решения сложных заданий**



УДК 373.5:51  
ББК 22.1я721  
К75

Об авторах:

*В. В. Кочагин* — кандидат педагогических наук, учитель математики ГБОУ  
«Школа № 1568 им. Пабло Неруды» г. Москвы

*М. Н. Кочагина* — кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики  
и методики преподавания математики ИЦО ГАОУ ВО МГПУ

**Кочагин, Вадим Витальевич.**

К75 ЕГЭ 2024. Математика. Тематические тренировочные задания /  
В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина. — Москва : Эксмо, 2023. — 208 с. —  
(ЕГЭ. Тематические тренировочные задания).

В пособии содержатся тренировочные задания по математике в форме ЕГЭ, сгруппированные по темам в порядке их изучения в 10–11-х классах старшей школы. К каждой учебной теме даются задания базового и профильного уровней сложности. После каждой темы представлены проверочные обобщающие тесты, соответствующие ЕГЭ. В конце книги — ответы ко всем заданиям, в том числе решения сложных заданий.

Издание предназначено для подготовки учащихся к ЕГЭ по математике. Книга будет полезна учителям математики, так как дает возможность эффективно организовать подготовку учащихся к ЕГЭ непосредственно на уроках, в процессе изучения всех тем.

УДК 373.5:51  
ББК 22.1я721

Все права защищены. Книга или любая ее часть не может быть скопирована, воспроизведена в электронной или механической форме, в виде фотокопии, записи в память ЭВМ, репродукции или каким-либо иным способом, а также использована в любой информационной системе без получения разрешения от издателя. Копирование, воспроизведение и иное использование книги или ее части без согласия издателя является незаконным и влечет уголовную, административную и гражданскую ответственность.

Справочное издание  
анықтамалық баспа

ЕГЭ. ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ




**Кочагин Вадим Витальевич**  
**Кочагина Мария Николаевна**

**ЕГЭ 2024. МАТЕМАТИКА**  
**ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ**

(орыс тілінде)

Ответственный редактор *А. Жилинская*  
Ведущий редактор *Т. Судакова*  
Редактор *А. Проценко*  
Художественный редактор *А. Кашлев*  
Технический редактор *Л. Зотова*  
Компьютерная верстка *Е. Киселева*  
Корректор *О. Ковальчук*

Дата изготовления / Подписано в печать 17.05.2023.  
Формат 60x84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Гарнитура «SchoolBookC». Печать офсетная.  
Бумага типографская. Усл. печ. л. 24,27.  
Тираж экз. Заказ

 Издательство «Эксмо» — универсальное  
издательство №1 в России, является  
одним из лидеров книжного рынка Европы.  
ЭКСМО  [eksmo.ru](http://eksmo.ru)  [eksmo](http://eksmo)

Страна происхождения: Российская Федерация  
Шығарылған елі: Ресей Федерациясы

**ООО «Издательство «Эксмо»**  
123308, Россия, город Москва, улица Зорге, дом 1, строение 1, этаж 20, каб. 2013.  
Тел.: 8 (495) 411-68-86.  
Home page: [www.eksmo.ru](http://www.eksmo.ru) E-mail: [info@eksmo.ru](mailto:info@eksmo.ru)  
Өндіруші: «ЭКМО» АҚБ Баспасы,  
123308, Ресей, қала Мәскеу, Зорге көшесі, 1 үй, 1 ғимарат, 20 қабаг, офис 2013 ж.  
Тел.: 8 (495) 411-68-86.  
Home page: [www.eksmo.ru](http://www.eksmo.ru) E-mail: [info@eksmo.ru](mailto:info@eksmo.ru)  
Тауар белгісі: «Эксмо»

**Интернет-магазин** : [www.book24.ru](http://www.book24.ru)

**Интернет-магазин** : [www.book24.kz](http://www.book24.kz)

**Интернет-дүкен** : [www.book24.kz](http://www.book24.kz)

Импортер в Республике Казахстан ТОО «РДЦ-Алматы».  
Қазақстан Республикасындағы импорттаушы «РДЦ-Алматы» ЖШС.  
Дистрибутор и представитель по приему претензий на продукцию,  
в Республике Казахстан: ТОО «РДЦ-Алматы»  
Қазақстан Республикасындағы дистрибутор және өнім бойынша арыз-талаптарды  
қабылдаушының өкілі «РДЦ-Алматы» ЖШС,  
Алматы қ., Домбровский көш., 3-а», литер Б, офис 1.  
Тел.: 8 (727) 251-59-90/91/92; E-mail: [RDC-Almaty@eksmo.kz](mailto:RDC-Almaty@eksmo.kz)  
Өнімінің жарамдылық мерзімі шектелмеген.  
Сертификация туралы ақпарат сайтта: [www.eksmo.ru/certification](http://www.eksmo.ru/certification)

Сведения о подтверждении соответствия издания согласно законодательству РФ  
о техническом регулировании можно получить на сайте Издательства «Эксмо»  
[www.eksmo.ru/certification](http://www.eksmo.ru/certification)  
Өндiрген мемлекет: Ресей. Сертификация қарастырылған





В электронном виде книги издательства вы можете  
купить на [www.litres.ru](http://www.litres.ru)



**eksmo.ru**

Официальный  
интернет-магазин  
издательства «Эксмо»



Хочешь стать  
автором «Эксмо»?

**ЛитРес:**  
ОДИН КЛИК ДО КНИГ



ISBN 978-5-04-185679-3



ISBN 978-5-04-185679-3

© Кочагин В.В., Кочагина М.Н., 2023  
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Введение</i> .....	3
<b>I. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (10—11 классы)</b> .....	4
1. ТРИГОНОМЕТРИЯ .....	4
1.1. Преобразования тригонометрических выражений .....	4
1.2. Тригонометрические функции .....	9
1.3. Тригонометрические уравнения .....	15
<i>Контрольная работа № 1</i> .....	24
2. АЛГЕБРА .....	27
2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений .....	27
2.2. Иррациональные уравнения .....	35
<i>Контрольная работа № 2</i> .....	42
2.3. Преобразования логарифмических выражений .....	45
2.4. Логарифмические уравнения и неравенства .....	51
<i>Контрольная работа № 3</i> .....	60
2.5. Показательные уравнения и неравенства .....	63
<i>Контрольная работа № 4</i> .....	69
3. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА .....	72
3.1. Производная функции .....	72
3.2. Первообразная функции .....	83
<i>Контрольная работа № 5</i> .....	87
4. ГЕОМЕТРИЯ .....	90
4.1. Планиметрия .....	90
4.2. Стереометрия .....	99
5. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА .....	112
<b>II. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЗ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ (5—11 классы)</b> .....	113
1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА .....	113
2. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ МЕТОДАМИ .....	121
3. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ .....	133
4. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С МОДУЛЕМ .....	140
5. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ .....	148
<b>III. УКАЗАНИЯ К ЗАДАНИЯМ ЧАСТИ 2</b> .....	154
<b>IV. ОТВЕТЫ</b> .....	179

# I. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (10—11 классы)

## 1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

### 1.1. Преобразования тригонометрических выражений

*Содержание, проверяемое заданиями:* соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента, формулы сложения, формулы двойного угла, формулы приведения.

#### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–38 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения  $3\sin^2\alpha + 10 + 3\cos^2\alpha$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Найдите значение выражения  $16 - 6\sin^2\beta - 6\cos^2\beta$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Вычислите:  $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Вычислите:  $\cos^2 15^\circ - \sin^2 75^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Упростите выражение  $\frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta} - 2\sin 2\beta + 0,29$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Вычислите:  $\left(\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}\right) \cdot \sqrt{3}$  при  $x = \frac{5\pi}{6}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Дано:  $\cos\beta = 0,8$  и  $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ . Найдите:  $\sin\beta$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**8** Дано:  $\operatorname{tg}\beta = \frac{7}{24}$  и  $180^\circ < \beta < 270^\circ$ . Найдите:  $\cos\beta$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**9** Дано:  $\operatorname{ctg}\beta = -1\frac{1}{3}$ . Найдите:  $\cos 2\beta$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**10** Дано:  $\cos\alpha = -0,6$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;  $\sin\beta = -0,6$ ,

$\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ . Найдите:  $\sin(\alpha - \beta)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**11** Дано:  $\cos\alpha = -0,6$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;  $\sin\beta = -0,6$ ,

$\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ . Найдите:  $\cos(\alpha + \beta)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**12** Найдите значение выражения  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)$ , если  $\sin\beta = 0,11$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**13** Найдите значение выражения  $\sin(180^\circ - \beta)$ , если  $\sin\beta = -0,24$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**14** Найдите значение выражения  $\sin(270^\circ - \beta)$ , если  $\cos\beta = -0,41$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

## Профильный уровень

15 Найдите значение выражения  $\cos(\beta - 270^\circ)$ , если  $\sin\beta = 0,59$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

16 Найдите значение выражения  $\operatorname{tg}^2(\alpha - \pi)$ , если  $\operatorname{ctg}\alpha = 2,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

17 Найдите значение выражения  $\cos^2\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right)$  если  $\sin\alpha = 0,2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

18 Найдите значение выражения  $\frac{\sin\left(\frac{13}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(6\pi + \alpha)}{1 + \sin(2\pi - \alpha)}$ ,

если  $\operatorname{ctg}\alpha = 8$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

19 Найдите значение выражения  $\frac{\sin\left(\frac{9}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(5\pi + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) - 1}$ ,

если  $\operatorname{tg}\alpha = 0,25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

20 Найдите значение выражения  $\sin(\alpha - \beta) + 2\cos\alpha\sin\beta$ , если  $\sin(\alpha + \beta) = 0,17$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

21 Найдите значение выражения  $\cos(\alpha + \beta) + 2\sin\alpha\sin\beta$ , если  $\cos(\alpha - \beta) = 0,64$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

22 Найдите значение выражения  $\left(\frac{\sin(\alpha + \beta) - 2\cos\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\sin\beta + \cos(\alpha + \beta)}\right) \cdot \sqrt{3}$ ,

если  $\alpha - \beta = 150^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**23** Найдите значение выражения

$$\left( \frac{\cos(\alpha - \beta) - 2\cos\alpha\cos\beta}{2\cos\alpha\sin\beta + \sin(\alpha - \beta)} \right) \cdot 2\sqrt{3},$$

если  $\alpha + \beta = 120^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**24** Упростите выражение  $\cos(\pi + 2\alpha) + \sin(\pi + 2\alpha) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**25** Упростите выражение  $\frac{\sin^4\alpha - \cos^4\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} - \operatorname{tg}^2\alpha \operatorname{ctg}^2\alpha$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**26** Упростите выражение  $\frac{\sin^3\alpha - \cos^3\alpha}{1 + \sin\alpha\cos\alpha} + \cos\alpha - \sin\alpha$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**27** Упростите выражение  $19 + \sin^4\alpha - \cos^4\alpha + \cos^2\alpha$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**28** Упростите выражение  $4\sin^2 2\alpha + 16\sin^4\alpha - 16\sin^2\alpha$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**29** Упростите выражение  $\frac{1 - 2\sin^2\alpha}{2\operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)\cos^2(45^\circ - \alpha)}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**30** Вычислите:  $\frac{\sin\beta + \cos\beta}{(\sin\beta - \cos\beta)^{-1}}$ , если  $\sin 2\beta = -0,6$ ;  $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3\pi}{4}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**31** Вычислите:  $\frac{\cos\beta - \sin\beta}{(\sin\beta + \cos\beta)^{-1}}$ , если  $\sin 2\beta = -0,8$ ;  $\frac{3\pi}{4} < \beta < \pi$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

32 Вычислите:  $16\operatorname{ctg}110^\circ\sin105^\circ\operatorname{tg}70^\circ\cos105^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

33 Вычислите:  $12\operatorname{ctg}140^\circ\sin75^\circ\operatorname{tg}40^\circ\cos75^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

34 Вычислите:  $\frac{1-2\sin^2 43^\circ}{\sin 176^\circ + \sin 4^\circ}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

35 Вычислите:  $\frac{2\cos^2 48^\circ - 1}{\sin 186^\circ - \sin 6^\circ}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

36 Вычислите:  $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos^4 75^\circ - \cos^4 15^\circ)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

37 Найдите значение выражения  $8\cos 2\beta$ , если  $2\cos 2\beta + 9\sin \beta - 4 = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

38 Найдите значение выражения  $\cos 2\beta$ , если  $3\cos 2\beta + 11\sin \beta - 7 = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

39 Вычислите:  $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

40 Вычислите:  $16\cos 20^\circ\cos 40^\circ\cos 80^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

41 Вычислите:  $\sin 54^\circ\sin 18^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.



42 Найдите значение выражения  $27\sin\alpha\cos\alpha$ , если  $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

43 Найдите значение выражения  $81(\sin^3\alpha + \cos^3\alpha)$ , если  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

44 Вычислите:  $\frac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$ , если  $\operatorname{tg}\alpha = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

45 Вычислите:  $\frac{7\cos\alpha + 4\sin\alpha}{4\sin\alpha + 3\cos\alpha}$ , если  $4\sin 2\alpha = 15\sin^2\alpha + 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

46 Упростите:  $3(\sin^4\alpha + \cos^4\alpha) - 2(\sin^6\alpha + \cos^6\alpha)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## 1.2. Тригонометрические функции

*Содержание, проверяемое заданиями:* значения функции, область определения функции, периодичность, множество значений функции, чётность, нечётность, возрастание и убывание, ограниченность, сохранение знака функции.

### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–42 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Вычислите:  $\operatorname{tg} 390^\circ \cdot \sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Вычислите:  $\sin\left(-\frac{7}{3}\pi\right) \cdot \sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Вычислите:  $\cos \frac{11\pi}{6} \cdot \sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Вычислите:  $\operatorname{ctg}(-300^\circ) \cdot 2\sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

5 Какое число из промежутка  $(2; 3)$  не входит в область определения функции  $y = \operatorname{tg}(\pi x)$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Какое число из промежутка  $(1,4; 2,7)$  не входит в область определения функции  $y = \operatorname{ctg}(\pi x)$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите наибольшее значение функции  $y = \cos x$  на промежутке  $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите наименьшее значение функции  $y = \cos x$  на промежутке  $\left[-\pi; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Найдите наименьшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{6}; \pi\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{6}; 2\pi\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наименьшее значение функции  $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi + x)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**14** Сколько целых чисел входит в множество значений функции  $y = \sin 15^\circ \cos x + \cos 15^\circ \sin x$ ?

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**15** Сколько натуральных чисел входит в множество значений функции

$$y = \cos \frac{\pi}{8} \cos x - \sin \frac{\pi}{8} \sin x?$$

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**16** Найдите наименьшее значение функции  $y = 5 - \cos x$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**17** Найдите наибольшее значение функции  $y = 7 - \sin(2x)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**18** Найдите наименьшее значение функции  $y = 1 + 2\cos(3x)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**19** Найдите наибольшее значение функции  $y = 3 - 4\sin(5x)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**20** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $\sin 11^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**21** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $\cos 97^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**22** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $2\sin 31^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**23** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $2\operatorname{tg} 46^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

- 24 Найдите наибольшее значение функции  $y = 3\sin(2x) + 4$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 25 Найдите наибольшее целое значение функции  $y = 6\cos x \operatorname{tg} x$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 26 Найдите наименьшее значение функции  $y = 5\sin(3x) - 12$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 27 Найдите наименьшее целое значение функции  $y = 14\sin x \operatorname{ctg} x$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 28 Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin x \cos x$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 29 Найдите наименьшее значение функции  $y = 2\left(\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}\right)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 30 Найдите наименьшее целое значение функции  $y = \frac{\sin(2x)}{\sin x}$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 31 Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{9}{2\cos x + 5}$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 32 Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{8}{3\sin x - 7}$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 33 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции  $y = \sin 2x$ ?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 34 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции  
 $y = 2\sin 2x + \sin x + 1$ ?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

35 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции

$$y = \cos 2x + \cos x - 1?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

36 Найдите множество значений функции  $y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

37 В какой четверти находится число  $x$ , если  $\sin x + \cos x = 1,01$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

38 В какой четверти находится число  $x$ , если  $\sin x + \cos x = -1,02$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

39 Вычислите:  $5 \arcsin\left(\cos \frac{\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

40 Вычислите:  $\sqrt{3} \cos\left(\arcsin \frac{1}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

41 Вычислите:  $\sqrt{2} \sin\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

42 Вычислите:  $\frac{8}{\pi} \operatorname{arctg}(\cos \pi)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

43 При каких значениях  $a$  функция  $y = a \cos x + \sin x - a \sin x$  будет чётной?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 44 При каких значениях  $a$  функция  $y = a\cos x + \sin x - a\sin x$  будет нечётной?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 45 Пусть  $f(x) = \cos x$ ,  $g(x) = \sin x$ . Сравните  $f(f(0))$  и  $g(g(0))$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 46 Пусть  $f(x) = \cos x$ ,  $g(x) = 2x$ . Найдите  $f(g(0))$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 47 Пусть  $f(x) = \sin x$ . Найдите  $f(f(f(0)))$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 48 Пусть  $f(x) = \cos x$ . Найдите сумму корней уравнения  $f(x) = 0$ , если  $x \in [-200; 200]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 49 Пусть  $f(x) = 16\cos^4 x - 4\cos x + 1$ . Найдите сумму наибольшего и наименьшего корней уравнения  $f(x) = 0$ , если  $x \in [-200\pi; 200\pi]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 50 Расположите в порядке возрастания:  $\sin 2000^\circ$ ,  $\cos 2000^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 2000^\circ$ ,  $\operatorname{ctg} 2000^\circ$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 51 Расположите в порядке убывания:  $\sin 1$ ,  $\cos 2$ ,  $\operatorname{ctg} 3$ ,  $\operatorname{tg} 4$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 52 Найдите множество значений функции  $y = \sqrt{2}(\cos 200x + \sin 200x)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 53 Найдите множество значений функции  $y = \frac{\sqrt{2\sqrt{2}(\cos 200x - \sin 200x)}}{2}$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

### 1.3. Тригонометрические уравнения

*Содержание, проверяемое заданиями:* общая формула решения уравнений  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ ,  $\operatorname{ctg} x = a$ ; приёмы решения тригонометрических уравнений: разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций, использование графиков, использование нескольких приёмов при решении тригонометрических уравнений; системы, содержащие одно или два тригонометрических уравнения; уравнения с параметром; уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.

#### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–52 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Укажите наибольший отрицательный корень уравнения  $2\sin x + 1 = 0$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 3 = 0$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите наибольший отрицательный корень уравнения  $2\sqrt{3}\operatorname{tg} x - 6 = 0$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Найдите наименьший положительный корень уравнения  $\cos(2x) = 0,5$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\sin(4x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

#### Профильный уровень

- 6 Найдите наибольший отрицательный корень уравнения  $\cos(2x)\cos x - \sin(2x) \times \sin x = 1$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Укажите число корней уравнения  $\sin 200x \cos 199x - \cos 200x \sin 199x = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 4\pi]$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 8 Укажите число корней уравнения  $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x + \cos x = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 9 Укажите ближайший к 0 корень уравнения  $2\sin x + 1 = 0$ . Ответ запишите в градусах.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 10 Укажите ближайший к  $\frac{\pi}{2}$  корень уравнения  $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ . Ответ запишите в градусах.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 11 Укажите ближайший к  $\pi$  корень уравнения  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Ответ запишите в градусах.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 12 Укажите ближайший к  $\pi$  корень уравнения  $\sin x = \frac{-3}{2\sqrt{3}}$ . Ответ запишите в градусах.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 13 Укажите число корней уравнения  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ , которые лежат в промежутке  $[0; 3\pi]$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 14 Укажите количество корней уравнения  $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ , которые лежат в промежутке  $[-\pi; 2\pi]$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 15 Укажите число корней уравнения  $\sin x = \frac{1}{3}$  на промежутке  $[0; \pi]$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.



16 Укажите число корней уравнения  $\sin x = \frac{1}{3}$  на промежутке  $[\pi; 2\pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

17 Укажите число корней уравнения  $\operatorname{tg} x = 2$  на промежутке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

18 Укажите ближайший к  $\frac{\pi}{6}$  корень уравнения  $\cos(4x) = 1$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

19 Найдите сумму корней уравнения  $\cos(x + 2000\pi) = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

20 Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\operatorname{tg}(2x - 10^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

21 Решите уравнение  $\cos(\pi x) = 1$ . В ответе укажите произведение корней уравнения, принадлежащих промежутку  $(1; 6)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

22 Решите уравнение  $\sin(\pi x) = 1$ . В ответе укажите сумму корней уравнения, принадлежащих промежутку  $(1; 6)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

23 Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -1$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

24 Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\frac{\cos x - \frac{1}{2}}{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}} = 0$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**25** Определите число корней уравнения  $\frac{\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}} = 0$  из промежутка  $[0; 2\pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**26** Определите число корней уравнения  $\frac{\sin x}{\operatorname{tg} x} = 0$  из промежутка  $[0; 2\pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**27** Сколько корней имеет уравнение  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}-2} + 2$  на промежутке  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**28** Сколько корней имеет уравнение  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 3\cos 2x = 2$  на отрезке  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**29** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\sin(\pi x)(\cos x - 2) = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**30** Укажите корень уравнения  $\cos(\pi x)(\sin(2x) + \sqrt{2}) = 0$ , принадлежащий промежутку  $[2; 3]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**31** Укажите корень уравнения  $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , принадлежащий промежутку

$(0; \pi)$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**32** Найдите наибольший отрицательный корень уравнения  $\cos x + \cos(2x) = 2$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**33** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $2\cos^2(\pi - x) + 5\sin x - 4 = 0$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

34 Найдите наибольший отрицательный корень уравнения

$$\cos(2x) + 5\cos(-x) + 3 = 0.$$

Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

35 Найдите сумму корней уравнения  $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$ , принадлежащих промежутку  $[-\pi; \pi]$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

36 Укажите число корней уравнения  $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}$ , принадлежащих промежутку  $[-\pi; 2\pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

37 Укажите наименьший положительный корень уравнения  $3\cos x + \sin(-2x) = 0$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

38 С помощью графиков укажите число корней уравнения  $\sin(2x) = x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

39 С помощью графиков укажите число корней уравнения  $\cos x = 10x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

40 Укажите число корней уравнения  $\frac{\sin x - \frac{1}{2}}{\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}} = 0$ , принадлежащих промежутку  $[-2\pi; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

41 Укажите число корней уравнения  $6\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 2$ , принадлежащих промежутку  $[-\pi; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

42 Укажите число корней уравнения  $\operatorname{tg}(3x) = \operatorname{tg} x$  из промежутка  $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 43 Решите уравнение  $4\cos x = x^2 + 4$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 44 Решите уравнение  $\sin\left(\frac{37\pi}{2} + x\right) = 3x^2 + 1$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 45 Найдите наибольший отрицательный корень уравнения:  $(2\cos x - 1) \cdot \sqrt{\sin x} = 0$ .  
 Ответ запишите в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 46 Найдите сумму различных корней уравнения  $\cos x \cos(5x) = \cos(6x)$ , принадлежащих промежутку  $[0; \pi]$ . Ответ запишите в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 47 Решите систему уравнений  $\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{2}, \\ \cos x - \cos y = -\sqrt{2}. \end{cases}$  В ответе запишите значение  $y \in [0; 360^\circ]$  в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 48 Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x + \sin y = -\sqrt{2}. \end{cases}$  В ответе запишите значение  $x \in [0; 360^\circ]$  в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 49 Решите систему уравнений  $\begin{cases} \sin x \cos y = -0,5, \\ \cos x \sin y = -0,5. \end{cases}$  В ответе запишите значение  $x \in [-45^\circ; 0^\circ]$  в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 50 Решите систему уравнений  $\begin{cases} \cos x \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4}, \\ \sin x \sin y = -\frac{\sqrt{3}}{4}. \end{cases}$  В ответе запишите значение  $y \in [-60^\circ; 0^\circ]$  в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

51 Укажите наименьшее целое значение  $a$ , при котором уравнение  $\sin x = \frac{a^2}{2} - 4$  имеет хотя бы одно решение.

Ответ: \_\_\_\_\_.

52 Укажите наименьшее натуральное значение  $a$ , при котором уравнение  $\cos x = \frac{a^2}{2}$  не имеет решений.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

53 Укажите число корней уравнения  $\left(\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

54 Найдите сумму корней уравнения  $\sin(2x)(\operatorname{tg} x - 1) = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

55 Найдите сумму корней уравнения  $\sin(2\pi x) + 6\cos(\pi x) = 3 + \sin(\pi x)$ , принадлежащих промежутку  $[-20; 20]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

56 Найдите сумму корней уравнения  $\cos(2\pi x) - 3\sin(\pi x) + 1 = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 20]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

57 Решите уравнение  $\cos(2x) + 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

58 Решите уравнение  $\cos(2x) - 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

59 Решите уравнение  $\cos\left(x + \frac{41\pi}{4}\right) + \sin(2x) = -2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.