

НГТУ
НЭТИ

Факультет прикладной
математики
и информатики

Д. В. ВАГИН

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ

НОВОСИБИРСК
2019

УДК 53:51(075.8)
В 124

Рецензенты:
канд. техн. наук, ведущий инженер-программист
АО «Завод Экран» *А.В. Волкова*
д-р техн. наук, профессор *М.Э. Рояк*

Работа подготовлена на кафедре прикладной математики НГТУ

Вагин Д.В.

В 124 Оценивание параметров в обратных задачах: учебное пособие / Д.В. Вагин. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2019. – 48 с.

ISBN 978-5-7782-3940-1

В данном учебном пособии рассмотрены элементы теории из раздела численных методов решения обратных задач. Пособие может быть рекомендовано как для самостоятельного изучения курса «Оценивание параметров в обратных задачах», так и для подготовки к выполнению практических заданий.

УДК 53:51(075.8)

ISBN 978-5-7782-3940-1

© Вагин Д.В., 2019
© Новосибирский государственный технический университет, 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 3
1. Основные определения....4
2. Классификация обратных задач математической физики....9
3. Регуляризация обратных задач 11
Выбор параметра регуляризации 13
4. МНК функционал обратной задачи, метод Гаусса–Ньютона 15
Тестирование процедур 19
5. Параметризация в обратных задачах 21
Примеры решения обратных задач методом Гаусса–Ньютона....24
Задачи....31
6. Генетический алгоритм для решения обратных задач 33
Кроссинговер....36
Мутации 37
Селекция 37
Нечёткие генетические алгоритмы решения задач оптимизации и проектирования 38
Практическое применение....40
Пример программы подбора параметров с помощью ПГА....41
Задачи....45
Библиографический список 46

1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Математические модели любых физических задач включают в себя множество скалярных или векторных величин, которые могут быть постоянными или являться функциями других величин, входящих в математическую модель. При решении задачи обычно выделяют три основные группы входящих в модель величин: 1) *исходные* (*входные*) *данные* $\boldsymbol{x}$; 2) *параметры модели* $\boldsymbol{a}$; 3) *результаты* (*выходные данные*) $\boldsymbol{y}$ [1]. Тогда постановка задачи может выглядеть следующим образом: по данным значениям входных данных $\boldsymbol{x}$ при фиксированных значениях параметров $\boldsymbol{a}$ требуется найти решение $\boldsymbol{y}$. Такие задачи называются *прямыми*. Их решение можно рассматривать как математическое моделирование причинно-следственной связи, присущей явлению. Тогда входные данные $\boldsymbol{x}$ соответствуют «причинам», а выходные данные $\boldsymbol{y}$ – «следствиям». Поясним это на примере. Пусть исследуется движение тела, брошенного со скоростью v_0 под углом α к поверхности Земли (рис. 1).

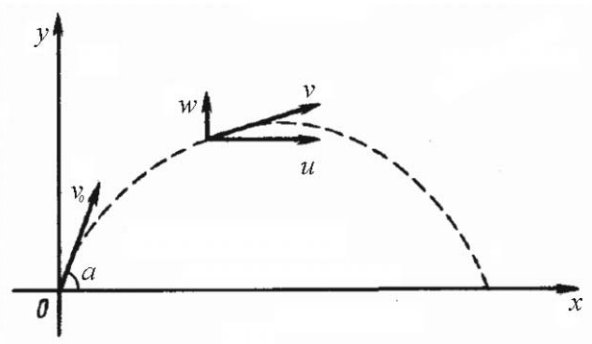


Рис. 1. Пример математической модели

Математическая модель этой задачи включает в себя: систему координат Oxy; время t; скорость $v = v(t)$, которая разлагается соответственно на горизонтальную составляющую u и вертикальную составляющую w; начальную скорость v_0 и угол α. Прямую задачу естественно сформулировать как задачу нахождения функций $x(t)$, $y(t)$, $u(t)$, $w(t)$ по задаваемым входным данным v_0, α. Параметром модели является величина ускорения свободного падения g.

На практике также возникает необходимость решения *обратных* задач. В этом случае искомыми являются входные данные $\boldsymbol{x}$, а известными – результаты $\boldsymbol{y}$. Для рассматриваемой математической модели (рис. 1) обратную задачу можно сформулировать так: по заданным $x(t)$, $y(t)$, $u(t)$, $w(t)$ требуется найти значения v_0, α. Решение обратной задачи – это в некотором смысле попытка установить, какие «причины» $\boldsymbol{x}$ привели к известным «следствиям» $\boldsymbol{y}$.

Далее для любой (не важно прямой или обратной) задачи, которую мы будем рассматривать, условимся называть входными данными известные величины $s \in S$ и выходными данными – искомые величины $r \in R$.

Ранее считалось, что для того чтобы решение математической задачи имело смысл, т. е. задача была *корректной* (по Адамару–Петровскому), она должна удовлетворять трем условиям: 1) решение $s \in S$ *существует* для любых входных данных $r \in R$; 2) это решение *единственно*; 3) решение *устойчиво по отношению к малым возмущениям входных данных*. Если какое-либо из этих условий нарушается, задача называется *некорректной*. Если нарушается первое условие, т. е. для каких-то s не существует r, то это может свидетельствовать о дефекте математической модели, описывающей явление. Требование единственности решения для ряда задач абсолютно естественно, тогда как для других (например, отыскание корней полинома) мы можем принять за решение набор удовлетворяющих нас значений или, сузив область входных данных R, добиться того, чтобы решение было единственным. Требование устойчивости решения по входным данным означает, что оно должно зависеть от входных данных непрерывным образом. То есть для любого $\varepsilon > 0$ должна существовать $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ такая, что всякому исходному данному s^*, удовлетворяющему условию $\Delta(s^*) < \delta$, соответствует приближённое решение r^*, для которого