



НГТУ  
НАТИ

# МАТЕМАТИКА

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ  
ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 11 КЛАССОВ  
ИНЖЕНЕРНОГО ЛИЦЕЯ НГТУ



УДК 51(075.3)  
М 34

Авторский коллектив:

*А.Г. Калашникова, В.Г. Голобокова, Т.А. Козлова,  
Е.В. Подолян, О.Е. Рощенко, Г.В. Филенко, Т.В. Яруткина*

Рецензенты:

ст. преп. *Е.В. Исаева*  
учитель математики высшей квалификационной  
категории Инженерного лицея НГТУ *Н.В. Мордвинова*

М 34      **Математика. Самостоятельные работы для учащихся 11 классов Инженерного лицея НГТУ: учебно-методическое пособие / Е.В. Подолян, А.Г. Калашникова, В.Г. Голобокова и др. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2020. – 64 с.**

ISBN 978-5-7782-4248-7

Настоящее пособие представляет собой сборник самостоятельных работ по математике для учащихся 11 классов Инженерного лицея НГТУ. Цель работы – проверить теоретические знания и практические умения учащихся по изучаемым темам. Самостоятельные работы рекомендуется использовать для проведения тематического промежуточного контроля. В пособии представлено 26 работ разного уровня сложности.

Работа подготовлена на кафедре математики и информатики  
Инженерного лицея НГТУ для учащихся 11 классов  
и утверждена в качестве учебного методического пособия

**УДК 51(075.3)**

**ISBN 978-5-7782-4248-7**

© Авторский коллектив, 2020  
© Новосибирский государственный  
технический университет, 2020

## **ВВЕДЕНИЕ**

Предлагаемое пособие является продолжением учебно-методического пособия для организации самостоятельной работы учащихся 10 класса Инженерного лицея НГТУ. Поэтому самостоятельные работы имеют двойную нумерацию: первый номер – это номер работы в настоящем издании, номер в скобках – продолжающийся за первым изданием пособия. Наряду с его прямым назначением – контролем знаний в процессе изучения темы – оно может быть использовано также для тренировочных упражнений, индивидуальных домашних заданий отдельным учащимся, для подготовки к контрольной работе.

По каждой теме дается несколько самостоятельных работ различного уровня сложности: от стандартных, для выполнения которых достаточно только базовых знаний, до усложненных, требующих умения решать нестандартные задачи, способствующие развитию учащихся. Учитель по своему усмотрению выбирает самостоятельные работы или отдельные задачи из них, соответствующие на данный момент уровню подготовленности класса. Тематические задания позволяют реализовать дифференцированный подход к обучению и контролю знаний учащихся при изучении математики на профильном уровне.

## ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ГЕОМЕТРИИ И ФИЗИКИ

Самостоятельные рабы по данной теме имеют следующие цели:

- повторить основные теоретические положения;
- проверить понимание геометрического и физического смысла производной;
- проверить умение находить производные функций;
- проверить умение применять производную для исследования функций на монотонность и экстремумы;
- проверить умение применять производную для нахождения наибольших и наименьших значений величин.
- проверить готовность учащихся к теоретическому зачёту и контрольной работе.

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 1 (39)

#### ПРИРАЩЕНИЕ АРГУМЕНТА И ФУНКЦИИ

##### Вариант 1

1. Выразите  $\Delta f$  и  $\frac{\Delta f}{\Delta x}$  через  $x_0$  и  $\Delta x$ , если  $f(x) = -x^3 + 3x$ .
2. Запишите приращение функции  $f$  в точке  $a$ , если  $f(x) = x^2 + x$ ,  $a = 3$ ,  $\Delta x = 0,1$ .
3. Для функции  $y = 2x + 3$  найдите приращение аргумента и функции на отрезке  $[2; 2,3]$ .

## Вариант 2

1. Выразите  $\Delta f$  и  $\frac{\Delta f}{\Delta x}$  через  $x_0$  и  $\Delta x$ , если  $f(x) = x^3 - 4x$ .

2. Аргумент функции получил приращение  $h$  и принял значение  $x_1$ . Найдите приращение функции, если  $f(x) = \sqrt{x-1}$ ,  $h = 0,37$ ,  $x_1 = 4,61$ .

3. Для функции  $y = 2x + 3$  найдите приращение аргумента и функции на отрезке  $[-2, 2; -2]$ .

## Вариант 3

1. Выразите  $\Delta f$  и  $\frac{\Delta f}{\Delta x}$  через  $x_0$  и  $\Delta x$ , если  $f(x) = 2x^2 - 1$ .

2. Запишите приращение функции  $f$  в точке  $a$ , если  $f(x) = 3x - x^3$ ,  $a = 2$ ,  $\Delta x = -0,1$ .

3. Аргумент функции получил приращение  $h$  и принял значение  $x_1$ . Найдите приращение функции, если  $f(x) = \sqrt{x+1}$ ,  $h = 0,17$ ,  $x_1 = -0,19$ .

## Вариант 4

1. Выразите  $\Delta f$  и  $\frac{\Delta f}{\Delta x}$  через  $x_0$  и  $\Delta x$ , если  $f(x) = 3x^2 + 2$ .

2. Запишите приращение функции  $f$  в точке  $a$ , если  $f(x) = -2x + \frac{1}{x^2}$ ,  $a = 3$ ,  $\Delta x = -0,5$ .

3. Для функции  $f(x) = -3x + 2$  найдите приращение аргумента и функции на отрезке  $[-1, 2; 4]$ .

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 2 (40)

**ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ФУНКЦИЙ**

**Вариант 1**

Найдите производные следующих функций:

1)  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 4x - 5;$

5)  $y = \frac{1-x^3}{1+x^3};$

2)  $y = \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{3x^3};$

6)  $y = (x^3 - 3x + 2)(x^4 + x^2 - 1);$

3)  $y = \frac{8}{\sqrt[4]{x}} - 6\sqrt[3]{x};$

7)  $y = (1 + \sqrt{x})\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 1\right).$

4)  $y = \frac{\cos 2x}{x^2};$

**Вариант 2**

Найдите производные следующих функций:

1)  $y = \frac{x^4}{8} + 3x^3 - 2x + 3;$

5)  $y = \frac{3t^2 + 1}{t^2 - 3};$

2)  $y = \frac{1}{2x^3} - \frac{1}{5x^4};$

6)  $y = (x^3 - 3x + 3)(x^2 + 2x - 1);$

3)  $y = \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt[4]{x}};$

7)  $y = (1 + \sqrt{x})(1 + 2\sqrt{x}).$

4)  $y = \frac{\cos 2x}{\sin^2 x};$

### Вариант 3

Найдите производные следующих функций:

$$1) y = \ln x - \frac{2}{x} - \frac{1}{2x^2};$$

$$5) y = \frac{x^2 + 2x}{x^3 - 3};$$

$$2) y = \frac{1}{5}x^5 + 3x^{\frac{1}{4}} - 2x^3;$$

$$6) y = (x^2 + 4x - 1)(x^2 - 2x - 1);$$

$$3) y = \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}};$$

$$7) y = (\sqrt[3]{x} + 2x)(1 + 3\sqrt{x}).$$

$$4) y = \frac{\cos x}{1 - \sin x};$$

### Вариант 4

Найдите производные следующих функций:

$$1) y = 4x + \frac{2}{x} - \frac{1}{3x^3};$$

$$5) y = \frac{x^3 - 2x}{x^2 + x + 1};$$

$$2) y = \frac{x^7}{7} + \frac{2}{3}x^5 - \frac{1}{4}x^6;$$

$$6) y = (x^3 - 3x)(x^4 + x^2 + 1);$$

$$3) y = 6\sqrt[3]{x} - 4\sqrt[4]{x};$$

$$7) y = (\sqrt{x} + 2x)(1 + \sqrt[3]{x^2}).$$

$$4) y = \frac{\cos x}{1 + 2\sin x};$$

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	3
<b>Производная и ее применение к решению задач геометрии и физики</b> .....	4
Самостоятельная работа № 1 (39). Приращение аргумента и функции .....	4
Самостоятельная работа № 2 (40). Правила дифференцирования функций.....	6
Самостоятельная работа № 3 (41). Производная сложной функции.....	8
Самостоятельная работа № 4 (42). Элементы исследования функции.....	9
Самостоятельная работа № 5 (43). Геометрический смысл производной.....	11
Самостоятельная работа № 6 (44). Физические приложения производной.....	12
Самостоятельная работа № 7 (45). Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.....	13
Самостоятельная работа № 8 (46). Исследование функции с помощью производной .....	15
<b>Интеграл и его применение</b> .....	17
Самостоятельная работа № 9 (47). Первообразная функции .....	17
Самостоятельная работа № 10 (48). Неопределенный интеграл .....	19
Самостоятельная работа № 11 (49). Неопределенный интеграл (подведение под знак дифференциала).....	21
Самостоятельная работа № 12 (50). Определенный интеграл .....	24



Самостоятельная работа № 13 (51). Производная и первообразная показательной, логарифмической и степенной функций.....	26
Самостоятельная работа № 14 (52). Геометрические приложения определенного интеграла .....	28
Самостоятельная работа № 15 (53). Физические приложения определенного интеграла .....	29
<b>Функции и графики</b> .....	30
Самостоятельная работа № 16 (54). Чтение графиков.....	30
Самостоятельная работа № 17 (55). Построение графиков функций, содержащих модули.....	37
Самостоятельная работа № 18 (56). Тригонометрические функции произвольного аргумента .....	38
Самостоятельная работа № 19 (57). Графики тригонометрических функций.....	40
Самостоятельная работа № 20 (58). Построение графиков тригонометрических функций .....	41
Самостоятельная работа № 21 (59). Графики логарифмических и показательных функций .....	42
Самостоятельная работа № 22 (60). Взаимно обратные функции. Построение графиков функций .....	44
Самостоятельная работа № 23 (61). Графическое решение уравнений и неравенств.....	47
Самостоятельная работа № 24 (62). Построение геометрических мест точек на координатной плоскости .....	48
<b>Входной контроль</b> .....	52
Самостоятельная работа № 12 (63). Начальный уровень знаний (10 класс).....	52
Самостоятельная работа № 24 (64). Начальный уровень знаний (11 класс).....	56