



МГУ - ШКОЛЕ

# Математика

## 6

$\frac{1}{4}$

0,25

25%

УДК 373:51+51(075.3)  
ББК 22.1я721  
М34

*Серия «МГУ — школе» основана в 1999 году*

Авторы: **С. М. Никольский, М. К. Потапов,  
Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин**

На учебник получены **положительные** заключения  
**научной** (заключение РАО № 424 от 14.11.2016 г.),  
**педагогической** (заключение РАО № 111 от 05.10.2016 г.)  
и **общественной** (заключение РКС № 101-ОЭ от 19.12.2016 г.) экспертиз.

Издание выходит в pdf-формате.

**Математика** : 6-й класс : учеб. для общеобразоват. организаций :  
М34 издание в pdf-формате / [С. М. Никольский, М. К. Потапов,  
Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин]. — 13-е изд., стер. — Москва :  
Просвещение, 2022. — 256 с. : ил. — (МГУ — школе).

ISBN 978-5-09-101222-4 (электр. изд.). — Текст : электронный.

ISBN 978-5-09-087625-4 (печ. изд.).

Данный учебник является заключительной частью двухлетнего курса математики для общеобразовательных организаций. Новое издание учебника дополнено и переработано. Его математическое содержание позволяет достичь планируемых результатов обучения, предусмотренных Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования. В доработанном варианте в системе упражнений выделены специальные рубрики по видам деятельности. Также специально выделены задания для устной работы, задачи на построение, старинные задачи и задачи повышенной трудности. Каждая глава учебника дополнена историческими сведениями и интересными, занимательными заданиями.

УДК 373:51+51(075.3)  
ББК 22.1я721

Учебное издание

Серия «МГУ — школе»

**Никольский** Сергей Михайлович, **Потапов** Михаил Константинович,  
**Решетников** Николай Николаевич, **Шевкин** Александр Владимирович

## МАТЕМАТИКА

### 6 класс

#### Учебник для общеобразовательных организаций

Центр математики

Ответственный за выпуск **Н. Н. Сорокина**

Редакторы **Т. Г. Войлокова, И. В. Рекман**. Младший редактор **Е. В. Трошко**  
Художники **О. П. Богомолова, А. Г. Воробьев**. Художественный редактор **Т. В. Глушкова**

Компьютерная графика **А. Г. Вьюниковской**

Технический редактор и верстальщик **Е. А. Васильева**

Корректоры **П. А. Тимачёва, М. А. Терентьева, Л. С. Александрова**

Подписано в печать 30.07.2021. Формат 70 × 90/16. Гарнитура Школьная.

Уч.-изд. л. 14,02 ± 0,48 форз. Тираж экз. Заказ № .

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».

Российская Федерация, 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16,  
стр. 3, этаж 4, помещение I.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — [vopros@prosv.ru](mailto:vopros@prosv.ru).

ISBN 978-5-09-101222-4 (электр. изд.)  
ISBN 978-5-09-087625-4 (печ. изд.)

© Издательство «Просвещение», 2012, 2017  
© Художественное оформление.  
Издательство «Просвещение», 2012, 2019  
Все права защищены

## ГЛАВА 1. ОТНОШЕНИЯ, ПРОПОРЦИИ, ПРОЦЕНТЫ

|                                           |    |
|-------------------------------------------|----|
| 1.1. Отношения чисел и величин            | 5  |
| 1.2. Масштаб                              | 9  |
| 1.3. Деление числа в данном отношении     | 12 |
| 1.4. Пропорции                            | 14 |
| 1.5. Прямая и обратная пропорциональность | 18 |
| 1.6. Понятие о проценте                   | 23 |
| 1.7. Задачи на проценты                   | 28 |
| 1.8. Круговые диаграммы                   | 31 |

### Дополнения к главе 1

|                                               |    |
|-----------------------------------------------|----|
| 1. Задачи на перебор всех возможных вариантов | 33 |
| 2. Вероятность события                        | 36 |
| 3. Исторические сведения                      | 41 |
| 4. Занимательные задачи                       | 42 |

## ГЛАВА 2. ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА

|                                                     |    |
|-----------------------------------------------------|----|
| 2.1. Отрицательные целые числа                      | 45 |
| 2.2. Противоположные числа. Модуль числа            | 47 |
| 2.3. Сравнение целых чисел                          | 50 |
| 2.4. Сложение целых чисел                           | 52 |
| 2.5. Законы сложения целых чисел                    | 55 |
| 2.6. Разность целых чисел                           | 58 |
| 2.7. Произведение целых чисел                       | 61 |
| 2.8. Частное целых чисел                            | 65 |
| 2.9. Распределительный закон                        | 67 |
| 2.10. Раскрытие скобок и заключение в скобки        | 70 |
| 2.11. Действия с суммами нескольких слагаемых       | 73 |
| 2.12. Представление целых чисел на координатной оси | 74 |

### Дополнения к главе 2

|                                                         |    |
|---------------------------------------------------------|----|
| 1. Фигуры на плоскости, симметричные относительно точки | 76 |
| 2. Исторические сведения                                | 82 |
| 3. Занимательные задачи                                 | 83 |

## ГЛАВА 3. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

|                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------|-----|
| 3.1. Отрицательные дроби .....                                | 87  |
| 3.2. Рациональные числа .....                                 | 90  |
| 3.3. Сравнение рациональных чисел .....                       | 94  |
| 3.4. Сложение и вычитание дробей .....                        | 97  |
| 3.5. Умножение и деление дробей .....                         | 101 |
| 3.6. Законы сложения и умножения .....                        | 106 |
| 3.7. Смешанные дроби произвольного знака .....                | 109 |
| 3.8. Изображение рациональных чисел на координатной оси ..... | 114 |
| 3.9. Уравнения .....                                          | 120 |
| 3.10. Решение задач с помощью уравнений .....                 | 123 |

### Дополнения к главе 3

|                                                                |     |
|----------------------------------------------------------------|-----|
| 1. Буквенные выражения .....                                   | 127 |
| 2. Фигуры на плоскости, симметричные относительно прямой ..... | 132 |
| 3. Исторические сведения .....                                 | 138 |
| 4. Занимательные задачи .....                                  | 138 |

## ГЛАВА 4. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

|                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.1. Понятие положительной десятичной дроби .....                           | 142 |
| 4.2. Сравнение положительных десятичных дробей .....                        | 146 |
| 4.3. Сложение и вычитание положительных десятичных дробей .....             | 148 |
| 4.4. Перенос запятой в положительной десятичной дроби .....                 | 151 |
| 4.5. Умножение положительных десятичных дробей .....                        | 153 |
| 4.6. Деление положительных десятичных дробей .....                          | 156 |
| 4.7. Десятичные дроби и проценты .....                                      | 162 |
| 4.8*. Сложные задачи на проценты .....                                      | 163 |
| 4.9. Десятичные дроби произвольного знака .....                             | 167 |
| 4.10. Приближение десятичных дробей .....                                   | 169 |
| 4.11. Приближение суммы, разности, произведения и частного двух чисел ..... | 171 |

### Дополнения к главе 4

|                                                                     |     |
|---------------------------------------------------------------------|-----|
| 1. Вычисления с помощью калькулятора .....                          | 174 |
| 2. Процентные расчёты с помощью калькулятора .....                  | 177 |
| 3. Фигуры в пространстве, симметричные относительно плоскости ..... | 180 |
| 4. Исторические сведения .....                                      | 184 |
| 5. Занимательные задачи .....                                       | 185 |

## **ГЛАВА 5. ОБЫКНОВЕННЫЕ И ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ**

|                                                                                              |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>5.1.</b> Разложение положительной обыкновенной дроби<br>в конечную десятичную дробь ..... | 188 |
| <b>5.2.</b> Бесконечные периодические десятичные дроби .....                                 | 191 |
| <b>5.3*.</b> Периодичность десятичного разложения обыкновенной дроби ...                     | 195 |
| <b>5.4.</b> Непериодические бесконечные десятичные дроби .....                               | 198 |
| <b>5.5*.</b> Действительные числа .....                                                      | 200 |
| <b>5.6.</b> Длина отрезка .....                                                              | 204 |
| <b>5.7.</b> Длина окружности. Площадь круга .....                                            | 208 |
| <b>5.8.</b> Координатная ось .....                                                           | 210 |
| <b>5.9.</b> Декартова система координат на плоскости .....                                   | 213 |
| <b>5.10.</b> Столбчатые диаграммы и графики .....                                            | 217 |

### **Дополнения к главе 5**

|                                                          |     |
|----------------------------------------------------------|-----|
| <b>1.</b> Задачи на составление и разрезание фигур ..... | 223 |
| <b>2.</b> Исторические сведения .....                    | 226 |
| <b>3.</b> Занимательные задачи .....                     | 228 |

### **Задания для повторения** .....

### **Предметный указатель** .....

### **Ответы** .....

# глава 1

## ОТНОШЕНИЯ, ПРОПОРЦИИ, ПРОЦЕНТЫ

При изучении главы 1 вы познакомитесь с понятиями отношения, прямой и обратной пропорциональностей, процента. Вы научитесь решать текстовые задачи на прямую и обратную пропорциональность, на деление числа в данном отношении и на проценты. Умение решать эти задачи поможет вам не только справляться с практическими ситуациями, но и с успехом выполнять задания различных конкурсов, олимпиад и экзаменов. Вы также узнаете, что такое масштаб. Это поможет вам на уроках географии, истории и других школьных предметов.

### 1.1. Отношения чисел и величин

Частное двух не равных нулю чисел  $a$  и  $b$  называют ещё **отношением чисел  $a$  и  $b$** . Числа  $a$  и  $b$  называют **членами отношения**.

Например,  $8 : 2$ , или  $\frac{8}{2}$ , есть отношение числа 8 к числу 2;

$\frac{1}{3} : \frac{1}{5}$  есть отношение  $\frac{1}{3}$  к  $\frac{1}{5}$ .

Из основного свойства частного следует свойство отношения.

**Отношение не изменится, если его члены умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю:**

$$a : b = (a \cdot c) : (b \cdot c), \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}, \text{ где } c \neq 0.$$

Частное двух величин называют **отношением** этих величин. Сами величины называют **членами отношения**.

Отношение величин одного наименования (длин, скоростей, стоимостей и т. д., выраженных одинаковыми единицами измерения) есть **число**. Такие величины называют **однородными**. Например,

$$\text{а) } \frac{5 \text{ км}}{3 \text{ км}} = \frac{5 \cdot 1 \text{ км}}{3 \cdot 1 \text{ км}} = \frac{5}{3}, \text{ короче } \frac{5 \text{ км}}{3 \text{ км}} = \frac{5}{3};$$

$$\text{б) } \frac{2 \text{ дм}}{1 \text{ см}} = \frac{2 \cdot 10 \text{ см}}{1 \text{ см}} = 20.$$

Отношение величин разных наименований (пути и времени, стоимости товара и его количества, массы тела и его объёма и т. д.) есть **новая величина**.

Например: а) отношение пути (5 км) к времени (3 ч) есть новая величина — **скорость**, выраженная в единицах скорости  $\left(\frac{\text{км}}{\text{ч}}\right)$ :

$$\frac{5 \text{ км}}{3 \text{ ч}} = \frac{5}{3} \cdot 1 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = \frac{5}{3} \frac{\text{км}}{\text{ч}};$$

б) отношение массы тела (520 кг) к его объёму (2 м³) есть новая величина — **плотность вещества**, выраженная в единицах плотности  $\left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)$ :  $\frac{520 \text{ кг}}{2 \text{ м}^3} = 260 \cdot 1 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 260 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ;

в) отношение массы вещества (например, 12 кг соли) к объёму раствора (3 м³) есть новая величина — **концентрация раствора**, она выражается в единицах концентрации  $\left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)$ :  $\frac{12 \text{ кг}}{3 \text{ м}^3} = 4 \cdot 1 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

Даже знакомая нам величина — **цена** есть отношение стоимости товара к его массе или количеству единиц товара. Например, если за 2 кг товара заплатили 100 р., то его цена равна  $\frac{100 \text{ р.}}{2 \text{ кг}} = 50 \frac{\text{р.}}{\text{кг}}$ , если за 3 одинаковые книги заплатили 240 р., то цена одной книги равна  $\frac{240 \text{ р.}}{3 \text{ шт.}} = 80 \frac{\text{р.}}{\text{шт.}}$ .

Знаменатель в единицах цены обычно не пишут, а пишут и говорят: «цена 1 кг товара 50 р.» и «цена одной книги 80 р.».

Обозначения единиц скорости  $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$ ,  $\frac{\text{м}}{\text{мин}}$ ,  $\frac{\text{м}}{\text{с}}$  и др. часто пишут с наклонной чертой: км/ч, м/мин, м/с, ...



Что называют:

а) отношением числа  $a$  к числу  $b$ ;

б) членами отношения?

Приведите примеры.

- 2.** Чем является отношение величин:  
а) одного наименования; б) разных наименований?  
Приведите примеры.

- 3.** Используя слово «отношение», прочитайте запись:  
а)  $7 : 2$ ; б)  $\frac{3}{5}$ ; в)  $1 : 5$ ; г)  $\frac{1}{6}$ .

- 4.** Запишите отношение, назовите его члены:  
а) 7 к 3; б) 5 к 9; в) 12 к 4; г) 10 к 1000.

- 5.** Найдите отношение:  
а)  $3$  к  $\frac{1}{2}$ ; б)  $5$  к  $\frac{10}{13}$ ; в)  $\frac{7}{8}$  к  $\frac{21}{32}$ ; г)  $\frac{12}{17}$  к  $\frac{48}{51}$ .

- 6.** Прочитайте отношение, назовите его члены, упростите отношение с помощью свойства отношения:

а)  $40 : 50 = 4 : 5$ ; б)  $99 : 18$ ; в)  $450 : 250$ ; г)  $720 : 81$ .

В чём заключается свойство отношения?

- 7.** Запишите отношение в виде дроби (там, где можно, упростите отношение):

а)  $3 : 5$ ; б)  $49 : 28$ ; в)  $35 : 700$ ; г)  $5 : 7$ ; д)  $520 : 460$ ; е)  $27 : 81$ .

- 8.** Можно ли выразить натуральным числом отношение:

а)  $40 : 20$ ; б)  $30 : 60$ ; в)  $1000 : 100$ ;  
г)  $600 : 30$ ; д)  $20 : 40$ ; е)  $100 : 1000$ ?

- 9.** Замените отношение дробных чисел равным ему отношением натуральных чисел по образцу:

а)  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ . I способ.  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 1} = \frac{3}{2}$ .

II способ. Умножим каждый член отношения на 6:

$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{6}{2} : \frac{6}{3} = 3 : 2$ .

б)  $\frac{1}{4} : \frac{1}{5}$ ; в)  $\frac{3}{7} : \frac{4}{5}$ ; г)  $\frac{2}{5} : \frac{3}{7}$ ; д)  $\frac{12}{17} : 1\frac{1}{2}$ ; е)  $1\frac{1}{2} : \frac{3}{8}$ ; ж)  $2\frac{1}{2} : 1\frac{2}{3}$ .

Упростите отношение величин (**10–11**):

**10.** а)  $\frac{35 \text{ м}}{28 \text{ м}}$ ; б)  $\frac{45 \text{ кг}}{36 \text{ кг}}$ ; в)  $\frac{420 \text{ км}}{720 \text{ км}}$ ; г)  $\frac{450 \text{ т}}{540 \text{ т}}$ ; д)  $\frac{320 \text{ ч}}{48 \text{ ч}}$ ; е)  $\frac{480 \text{ мин}}{840 \text{ мин}}$ .

**11.** а)  $\frac{12 \text{ м}}{15 \text{ дм}}$ ; б)  $\frac{18 \text{ кг}}{540 \text{ г}}$ ; в)  $\frac{490 \text{ см}}{35 \text{ дм}}$ ;  
г)  $\frac{450 \text{ кг}}{2 \text{ т}}$ ; д)  $\frac{3500 \text{ см}^3}{21 \text{ дм}^3}$ ; е)  $\frac{9900 \text{ дм}^3}{18 \text{ м}^3}$ .

**12.** Упростите отношение величин по образцу:

$$\text{а) } \frac{350 \text{ км}}{5 \text{ ч}} = \frac{350}{5} \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 70 \frac{\text{км}}{\text{ч}};$$

$$\text{б) } \frac{720 \text{ км}}{8 \text{ ч}}; \quad \text{в) } \frac{360 \text{ м}}{3 \text{ мин}}; \quad \text{г) } \frac{420 \text{ кг}}{4 \text{ м}^3};$$

$$\text{д) } \frac{2250 \text{ кг}}{3 \text{ м}^3}; \quad \text{е) } \frac{720 \text{ м}}{20 \text{ с}}; \quad \text{ж) } \frac{450 \text{ г}}{5 \text{ см}^3}.$$

**13.** Найдите пройденный путь  $s$ , если известны скорость  $v$  и время  $t$  равномерного движения:

$$\text{а) } v = 2 \text{ м/с}, t = 3 \text{ с}; \quad \text{б) } v = 2 \text{ м/с}, t = \frac{1}{20} \text{ мин.}$$

**14.** Найдите скорость равномерного движения  $v$ , если известны пройденный путь  $s$  и время движения  $t$ :

$$\text{а) } s = 6 \text{ м}, t = 3 \text{ с}; \quad \text{б) } s = 6 \text{ м}, t = \frac{1}{20} \text{ ч.}$$

**15.** Скорость пешехода  $5\frac{1}{5}$  км/ч. Найдите путь, пройденный пешеходом:

$$\text{а) за } 2 \text{ ч}; \quad \text{б) за } 1\frac{1}{2} \text{ ч}; \quad \text{в) за } 45 \text{ мин}; \quad \text{г) за } 125 \text{ мин.}$$

**16.** Расстояние в  $1\frac{1}{2}$  км пешеход прошёл за 20 мин. Найдите скорость пешехода. Ответ запишите в следующих единицах:

$$\text{а) км/ч}; \quad \text{б) км/мин}; \quad \text{в) м/ч}; \quad \text{г) м/мин}; \quad \text{д) м/с.}$$

**17.** Скорость легковой автомашины 72 км/ч. Какой путь она проедет за: а)  $\frac{2}{3}$  ч; б) 45 мин; в) 50 мин; г) 165 мин?

**18.** Скорость легковой автомашины 1200 м/мин. За сколько часов машина проедет:

$$\text{а) } 144 \text{ км}; \quad \text{б) } 36 \text{ км}; \quad \text{в) } 8 \text{ км}; \quad \text{г) } 54 \text{ км?}$$

**19.** Найдите скорость автомашины, если 80 км она проезжает:

$$\text{а) за } 1 \text{ ч}; \quad \text{б) за } \frac{4}{5} \text{ ч}; \quad \text{в) за } \frac{4}{3} \text{ ч}; \quad \text{г) за } \frac{8}{7} \text{ ч};$$

$$\text{д) за } 50 \text{ мин}; \quad \text{е) за } 65 \text{ мин}; \quad \text{ж) за } 90 \text{ мин}; \quad \text{з) за } 100 \text{ мин.}$$

**\*20.** Два конькобежца одновременно стартовали на дистанцию 10 000 м по замкнутой дорожке, длина которой равна 400 м. Скорость первого конькобежца 20 км/ч, а скорость второго 21 км/ч. Обгонит ли второй конькобежец первого на круг до конца дистанции? А на два круга?

## 1.2. Масштаб

Рисуя на бумаге изображения предметов, мы чаще всего вынуждены изменять их настоящие размеры. Чтобы изображения поместились на листе бумаги, большие предметы приходится изображать в уменьшенном виде, а маленькие — увеличивать. Но рисунок, или чертёж, или план участка должен давать представление о настоящих размерах предметов. На чертежах и планах делают специальную запись, показывающую отношение длины отрезка на чертеже к его настоящей длине.

Например, если на плане комнаты отрезком в 1 см изображён отрезок, настоящая длина которого равна 2 м, то пишут:

в 1 см 2 м, или в 1 см 200 см, или  $1 : 200$ .

Отношение длины отрезка на плане к его настоящей длине называют **масштабом**.

При одинаковых единицах измерения размеров предметов и их изображений масштаб выражается отношением чисел.

В приведённом выше примере масштаб равен  $1 : 200$ .

Масштаб, выраженный отношением чисел, называют **численным масштабом**. Для географических карт (рис. 1) численный масштаб



Рис. 1

выражают дробью, числитель которой равен 1, а знаменатель — числу, показывающему, во сколько раз любое расстояние на карте меньше соответствующего расстояния на местности.

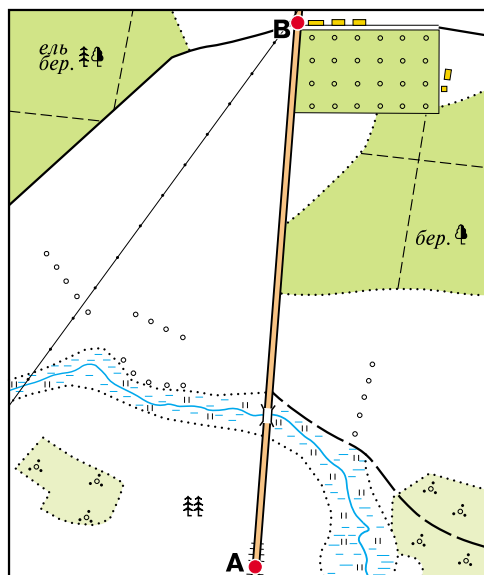
Например, записи

$$\frac{1}{25\,000} \text{ и } 1 : 25\,000$$

означают, что 1 см на карте соответствует 25 000 см на местности.

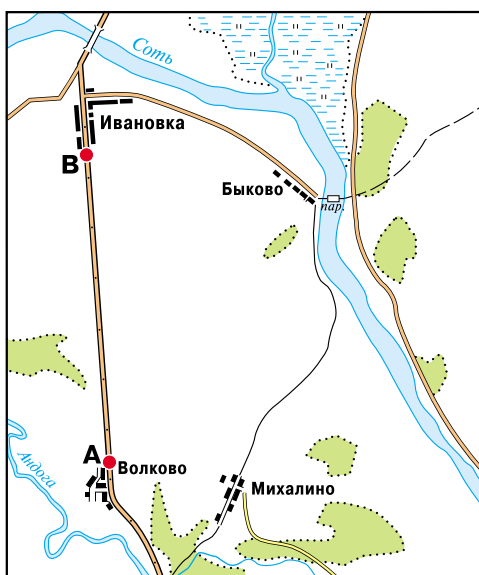
Измерения на местности проводят в метрах или километрах. Для удобства нередко на карте изображают отрезок и указывают соответствующее ему расстояние в метрах или километрах.

- 21.** Что показывает численный масштаб:  
а) 1 : 100;      б) 1 : 1000;      в) 1 : 20 000?
- 22.** Определите численный масштаб, если известно, что 1 см на плане (географической карте) изображает отрезок длиной:  
а) 10 см;      б) 50 см;      в) 6 дм;      г) 10 м;  
д) 100 м;      е) 1 км;      ж) 6 км;      з) 10 км.
- 23.** Расстояние между двумя городами равно 200 км. Определите расстояние между изображениями этих городов на карте, если численный масштаб карты равен:  
а) 1 : 1 000 000;      б) 1 : 200 000;      в)  $\frac{1}{5\,000\,000}$ .
- 24.** Масштаб карты равен  $\frac{1}{50\,000}$ . Определите расстояние на местности, если на карте оно равно:  
а) 1 см;      б) 5 см;      в) 22 см;      г) 37 мм;      д)  $1\frac{1}{5}$  дм;      е) 146 мм.
- 25.** План комнаты имеет вид прямоугольника со сторонами 40 мм и 31 мм. Определите длину и ширину комнаты, если численный масштаб плана 1 : 200.
- 26.** Огород имеет вид прямоугольника, длина которого 340 м, а ширина 220 м. Какие размеры будет иметь изображение этого огорода на плане, выполненном в масштабе 1 : 500?
- 27.** Прямоугольник со сторонами 12 см и 6 см изображает на плане поле, занятое под овёс. Определите масштаб плана, если бо́льшая сторона поля имеет длину 360 м. Определите меньшую сторону поля.
- 28.** Используя план местности (рис. 2), определите:  
а) расстояние от *A* до *B*;  
б) расстояния от *A* и от *B* до моста через реку;  
в) расстояние от *B* до смешанного леса.



Масштаб 1:10 000

Рис. 2



Масштаб 1:100 000

Рис. 3

- 29.** За сколько часов туристы преодолеют расстояние от *A* до *B* (рис. 3), если будут двигаться со скоростью:  
а) 5 км/ч; б) 4 км/ч?
- 30.** Начертите план класса в масштабе 1 : 100.
- 31.** а) Начертите план своей комнаты в масштабе 1 : 50.  
б) Начертите план школьного здания в масштабе 1 : 250.
- 32.** Можно ли начертить план здания (прямоугольной формы в основании) длиной 50 м и шириной 20 м на странице тетради, если использовать масштаб 1 : 50? Какой масштаб следует использовать, чтобы план поместился на странице тетради?
- 33.** На рисунке 4 изображён комар в масштабе 4 : 1. Определите истинную длину крыла комара.
- 34.** Определите, увеличен или уменьшен предмет, если он изображён в масштабе:  
а) 1 : 100; б) 10 : 1;  
в) 1 : 20; г) 4 : 1.



Рис. 4

## Придумываем задачу

- 35.** На материале других школьных предметов придумайте две задачи с использованием масштаба и решите их.

## 1.3. Деление числа в данном отношении

Рассмотрим деление числа в данном отношении на конкретном примере. Пусть требуется разделить между двумя друзьями 60 конфет в отношении 2 : 3.

Если считать, что 60 конфет составляют  $2 + 3 = 5$  частей, то на одну часть приходится  $60 : 5 = 12$  конфет.

Но тогда на две части приходится  $12 \cdot 2 = 24$  конфеты, а на три части приходится  $12 \cdot 3 = 36$  конфет.

Следовательно, конфеты между друзьями надо разделить так: первому дать 24 конфеты, а второму — 36 конфет.

Запишем решение этой задачи иначе:

$$1) \frac{60}{2+3} \cdot 2 = 24; \quad 2) \frac{60}{2+3} \cdot 3 = 36.$$

Таким образом, чтобы разделить число 60 в отношении 2 : 3, можно разделить число 60 на сумму членов отношения  $2 + 3$  и результат умножить на каждый член отношения.

По такому правилу можно разделить любое число в данном отношении. Например, разделим число  $c$  ( $c \neq 0$ ) в отношении  $a : b$  ( $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ ). Получим два числа  $\frac{c \cdot a}{a+b}$  и  $\frac{c \cdot b}{a+b}$ .

**Задача 1.** Два брата сложили свои деньги для покупки акций. Старший брат внёс 500 р., а младший — 300 р. Через некоторое время они продали акции за 1000 р. Как они должны разделить эти деньги между собой?

**Решение.** Естественно разделить 1000 р. в том отношении, в котором братья вложили деньги, т. е. в отношении 500 : 300, или 5 : 3.

Поэтому надо дать:

$$1) \text{ старшему брату } \frac{1000}{5+3} \cdot 5 = 625 \text{ (р.);}$$

$$2) \text{ младшему брату } \frac{1000}{5+3} \cdot 3 = 375 \text{ (р.).}$$

**Ответ:** старшему брату — 625 р., младшему — 375 р.

○ **Задача 2.** Трое хотят купить дом, в котором 13 комнат, за 26 000 р. Первый желает иметь 6 комнат, второй — 4, третий — 3. Сколько денег должен внести каждый из них?

**Решение.** Естественно, что каждый из них должен внести сумму, соответствующую количеству комнат, которые он желает иметь (будем считать, что комнаты равноценные).

Сумма, которую внесёт первый, должна составить 6 частей, второй — 4 части, третий — 3 части. Говорят, что надо разделить 26 000 р. в отношении 6 : 4 : 3. Поэтому:

$$1) \frac{26\,000}{6+4+3} \cdot 6 = 12\,000 \text{ (р.)} — \text{сумма первого};$$

$$2) \frac{26\,000}{6+4+3} \cdot 4 = 8000 \text{ (р.)} — \text{сумма второго};$$

$$3) \frac{26\,000}{6+4+3} \cdot 3 = 6000 \text{ (р.)} — \text{сумма третьего}.$$

**Ответ:** первому надо внести 12 000 р., второму — 8000 р., третьему — 6000 р.

Заметим, что последнее действие в приведённых выше решениях можно упростить, найдя ответ вычитанием. ●

**Задача 3.** Первая машинистка может перепечатать 90 страниц за 10 ч, вторая — за 15 ч. Как распределить между ними 90 страниц, чтобы они перепечатали их в кратчайший срок?

**Решение.**

1) Сколько страниц печатает первая машинистка за 1 ч?

$$90 : 10 = 9 \text{ (с.)}.$$

2) Сколько страниц печатает вторая машинистка за 1 ч?

$$90 : 15 = 6 \text{ (с.)}.$$

Разделим 90 страниц в отношении  $9 : 6 = 3 : 2$ .

3) Сколько страниц надо дать первой машинистке?

$$\frac{90 \cdot 3}{3 + 2} = 54 \text{ (с.)}.$$

4) Сколько страниц надо дать второй машинистке?

$$90 - 54 = 36 \text{ (с.)}.$$

**Ответ:** первой машинистке — 54 страницы, второй — 36 страниц.

**36.** Разделите 900 р. в отношении: а) 5 : 4; б) 2 : 3.

**37.** Разделите число:

а) 12 в отношении 1 : 3; б) 15 в отношении 2 : 3;

в) 48 в отношении  $\frac{1}{3} : \frac{1}{5}$ ; г) 100 в отношении  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ .

**\*38.** Объясните, как разделить число 24 в отношении 1 : 2 : 3.

**39.** Первая машинистка печатает 10 страниц в час, вторая — 8 страниц в час. Как разделить между ними рукопись в 90 страниц, чтобы они закончили работу одновременно?



**40.** Чтобы приготовить стекло, берут 10 частей поташу, 31 часть пещу и 2 части мелу. Сколько нужно этих материалов на 86 пудов стекла?

**41.** Скорость велосипедиста в 5 раз больше скорости пешехода. Однажды они отправились одновременно навстречу друг другу из пунктов, расстояние между которыми 30 км. Какой путь проедет велосипедист до встречи с пешеходом?

**42.** Мотоциклист может проехать расстояние между пунктами за 2 ч, а велосипедист — за 6 ч. Однажды они одновременно отправились навстречу друг другу из этих пунктов. Сколько километров проехал каждый до встречи, если расстояние между пунктами 60 км? Решите задачу двумя способами.

 **43.** Над выполнением задания 3 дня работала первая бригада из 5 плотников и 4 дня вторая бригада из 6 плотников. За работу заплатили 39 000 р. Какую сумму получит первая бригада, если все плотники работали с одинаковой производительностью?



**44.** Из «Арифметики» А. П. Киселёва. а) Разделить 84 на три части пропорционально числам 7, 5 и 2.

б) Разделить 125 на такие 4 части, чтобы первая часть относилась ко второй как 2 : 3, вторая к третьей как 3 : 5, а третья к четвёртой как 5 : 6.

в) Разделить 125 на такие части, чтобы первая часть относилась ко второй как 2 : 3, вторая к третьей как 4 : 5, а третья к четвёртой как 6 : 11.

г) Три купца составили товарищество для ведения некоторого торгового дела. Первый купец внёс для этой цели 15 000 р., второй — 10 000 р., третий — 12 500 р. По окончании торгового дела они получили общей прибыли 7500 р. Спрашивается, сколько из этой прибыли придётся получить каждому купцу.

д) На железной дороге работало 3 артели; в первой было 27 рабочих, во второй — 32, в третьей — 15; первая работала 20 дней, вторая — 18, третья — 16; все три артели получили за работу 4068 р. Сколько придётся получить каждой артели?

## 1.4. Пропорции

Иногда два отношения могут оказаться равными. Например, равны отношения  $20 : 4$  и  $\frac{1}{3} : \frac{1}{15}$ . Пишут:  $20 : 4 = \frac{1}{3} : \frac{1}{15}$ .

Равенство двух отношений называют **пропорцией**.

Пропорцию  $a : b = c : d$ , или  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , читают так: «отношение  $a$  к  $b$  равно отношению  $c$  к  $d$ », или « $a$  относится к  $b$ , как  $c$  относится к  $d$ ».

Числа  $a$  и  $d$  называют **крайними членами** пропорции, а числа  $b$  и  $c$  — **средними членами** пропорции:

$$\begin{array}{c} \text{средние члены} \\ \swarrow \quad \searrow \\ a : b = c : d \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{крайние члены} \end{array}$$

Эти названия условны — достаточно написать пропорцию в обратном порядке (справа налево):  $c : d = a : b$ , и крайние члены станут средними, а средние — крайними.

**Основное свойство пропорции** заключается в том, что

**произведение крайних членов пропорции равно произведению её средних членов:**

$$\text{если } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ то } a \cdot d = b \cdot c.$$

В самом деле, умножив равенство  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  на  $b \cdot d$ , получим

$$\frac{a \cdot \overset{1}{\cancel{b}} \cdot d}{\underset{1}{\cancel{b}}} = \frac{c \cdot b \cdot \overset{1}{\cancel{d}}}{\underset{1}{\cancel{d}}}, \text{ или } a \cdot d = c \cdot b.$$

Верно и обратное утверждение. Пусть  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  не равные нулю числа. Если  $a \cdot d = b \cdot c$ , то  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

В самом деле, если разделить равенство  $a \cdot d = b \cdot c$  на  $b \cdot d$  ( $b \neq 0$ ,  $d \neq 0$ ), то получим равенство

$$\frac{a \cdot \overset{1}{\cancel{d}}}{b \cdot \underset{1}{\cancel{d}}} = \frac{\overset{1}{\cancel{b}} \cdot c}{\underset{1}{\cancel{b}} \cdot d}, \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Из пропорции  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  следует пропорция  $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ , потому что если дроби равны, то равны и обратные им дроби.

Если один член пропорции неизвестен и необходимо его определить, то говорят, что нужно **решить пропорцию**.

**Пример 1.** Решим пропорцию  $\frac{x}{12} = \frac{7}{4}$ .

Умножив обе части данного равенства на 12, получим

$$\frac{x \cdot \overset{1}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{12}}} = \frac{7 \cdot \overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{4}}},$$

откуда найдём, что  $x = 21$ .

**Пример 2.** Решим пропорцию  $\frac{30}{x} = \frac{5}{8}$ .

По основному свойству пропорции произведение крайних членов пропорции равно произведению её средних членов:  $x \cdot 5 = 30 \cdot 8$ , откуда найдём, что

$$x = \frac{30 \cdot 8}{5}, \text{ т. е. } x = 48.$$

**Пример 3.** Решим пропорцию  $\frac{7}{12} = \frac{10}{x}$ .

Заменим данную пропорцию на пропорцию  $\frac{x}{10} = \frac{12}{7}$  и умножим правую и левую части этого равенства на 10:

$$x = \frac{12 \cdot 10}{7}, \text{ т. е. } x = 17 \frac{1}{7}.$$

**45.** Что называют пропорцией? Приведите пример, назовите крайние и средние члены пропорции. Сформулируйте основное свойство пропорции.

**46.** Запишите в виде пропорции:

а) 2 относится к 3, как 10 относится к 15;

б)  $\frac{1}{3}$  относится к 6, как 1 относится к 18;

в) 3 во столько же раз больше 2, во сколько раз 6 больше 4;

г) 7 больше  $3\frac{1}{2}$  во столько же раз, во сколько раз 9 больше  $\frac{9}{2}$ .

**47.** Можно ли составить пропорцию из отношений:

а)  $6 : 3$  и  $24 : 12$ ;

б)  $1 : 5$  и  $17 : 85$ ;

в)  $2 : 5$  и  $10 : 4$ ;

г)  $20 : 8$  и  $35 : 14$ ?

Верно ли равенство **(48—50)**:

**48.** а)  $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ ;      б)  $7 : 5 = \frac{77}{55}$ ;      в)  $\frac{12}{18} = 14 : 21$ ?

**49.** а)  $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = 10 : 12$ ;      б)  $\frac{3}{7} : \frac{4}{9} = 27 : 28$ ;

в)  $\frac{4}{11} : \frac{5}{6} = 48 : 110$ ;      г)  $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = 4 : 3$ ?

**50.** а)  $\frac{1}{7} : \frac{3}{4} = \frac{1}{14} : \frac{3}{8}$ ;      б)  $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{1}{3} : \frac{2}{5}$ ;

в)  $1\frac{1}{2} : 5 = 3 : 10$ ;      г)  $1\frac{4}{5} : 2 = 10 : 9$ ?

**51.** Замените пропорцией равенство:

- а)  $12 \cdot 2 = 6 \cdot 4$ ;      б)  $15 \cdot 6 = 9 \cdot 10$ ;  
в)  $42 \cdot 4 = 84 \cdot 2$ ;      г)  $24 \cdot 10 = 2 \cdot 120$ .

**52.** Из данной пропорции получите новую, поменяв местами крайние члены (средние члены):

- а)  $\frac{25}{13} = \frac{50}{26}$ ;      б)  $28 : 25 = 84 : 75$ .

Решите пропорцию (**53—58**):

**53.** а)  $\frac{x}{2} = \frac{3}{7}$ ;      б)  $\frac{x}{3} = \frac{2}{5}$ ;      в)  $\frac{x}{12} = \frac{7}{10}$ ;      г)  $\frac{x}{16} = \frac{9}{32}$ .

**54.** а)  $\frac{7}{8} = \frac{x}{6}$ ;      б)  $\frac{13}{15} = \frac{x}{10}$ ;      в)  $\frac{12}{21} = \frac{x}{14}$ ;      г)  $\frac{48}{51} = \frac{x}{34}$ .

**55.** а)  $\frac{15}{x} = \frac{5}{8}$ ;      б)  $\frac{24}{x} = \frac{8}{7}$ ;      в)  $\frac{12}{x} = \frac{4}{5}$ ;      г)  $\frac{25}{x} = \frac{5}{7}$ .

**56.** а)  $\frac{3}{5} = \frac{7}{x}$ ;      б)  $\frac{8}{7} = \frac{15}{x}$ ;      в)  $\frac{7}{1} = \frac{12}{x}$ ;      г)  $\frac{8}{1} = \frac{3}{x}$ .

**57.** а)  $x : \frac{1}{2} = 3 : 5$ ;      б)  $x : \frac{2}{3} = 3 : 4$ ;

в)  $x : 5 = 7 : \frac{1}{2}$ ;      г)  $x : 6 = \frac{1}{3} : 8$ .

**58.** а)  $14 : 15 = 3 : x$ ;      б)  $12 : 29 = \frac{1}{58} : x$ ;

в)  $12 : 25 = \frac{7}{15} : x$ ;      г)  $144 : 125 = 1\frac{1}{2} : x$ .

## Доказываем

**59.** Докажите, что если  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , то:

а)  $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ ;      б)  $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$ ;      в)  $\frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d}$ ;      г)  $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$ .

Решите пропорцию (**60—61**):

**60.** а)  $\frac{2x}{3} = \frac{4}{9}$ ;      б)  $\frac{3x}{5} = \frac{9}{10}$ ;      в)  $\frac{8}{15} = \frac{6x}{9}$ ;      г)  $\frac{12}{13} = \frac{18x}{39}$ .

**61.** а)  $\frac{1}{5} = 2 : 3x$ ;      б)  $\frac{2}{7} = \frac{3}{4x}$ ;      в)  $\frac{21}{25} = \frac{49}{50x}$ ;      г)  $\frac{16}{19} = 32 : 38x$ .

## 1.5. Прямая и обратная пропорциональность

Пусть ручка стоит 3 р., тогда стоимость таких же двух, трёх и т. д. ручек легко рассчитать:

|                       |   |   |   |    |    |    |
|-----------------------|---|---|---|----|----|----|
| Количество ручек, шт. | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  |
| Стоимость, р.         | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |

С увеличением количества ручек в несколько раз их стоимость увеличивается во столько же раз.

Две величины называют прямо пропорциональными, если при увеличении одной из них в несколько раз другая увеличивается во столько же раз.

В рассмотренном примере стоимость покупки прямо пропорциональна количеству купленных ручек.

Время движения и пройденный путь прямо пропорциональны при постоянной скорости движения. Если машина за 2 ч проедет 120 км, то за 6 ч она проедет 360 км, время увеличилось в 3 раза, значит, и путь должен увеличиться в 3 раза.

Хотят купить на 120 р. несколько одинаковых книг. Зависимость количества книг от цены одной книги задана таблицей:

|                      |    |    |    |    |    |     |
|----------------------|----|----|----|----|----|-----|
| Цена, р.             | 10 | 20 | 30 | 40 | 60 | 120 |
| Количество книг, шт. | 12 | 6  | 4  | 3  | 2  | 1   |

С увеличением цены книги в несколько раз количество книг, которые можно купить, уменьшается во столько же раз.

Две величины называют обратно пропорциональными, если при увеличении одной из них в несколько раз другая уменьшается во столько же раз.

В рассмотренном примере количество купленных книг обратно пропорционально их цене.

Скорость и время движения с постоянной скоростью на одном участке пути обратно пропорциональны. Если машина проедет некоторый участок пути со скоростью 50 км/ч за 4 ч, то со скоростью 25 км/ч она проедет тот же участок пути за 8 ч, так как скорость уменьшилась в 2 раза, значит, время увеличится в 2 раза.

**Задача 1.** Двигаясь с постоянной скоростью, поезд прошёл 60 м за 2 с. Какой путь пройдёт поезд за 15 с?

**Решение.** При постоянной скорости путь прямо пропорционален времени движения. Запишем кратко условие задачи, считая, что за 15 с поезд пройдёт  $x$  м:

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 60 \text{ м} — 2 \text{ с} & \downarrow \\ & x \text{ м} — 15 \text{ с} & \downarrow \end{array}$$

Одинаково направленными стрелками показано, что величины прямо пропорциональны.

Время увеличилось в  $\frac{15}{2}$  раза, а путь увеличился в  $\frac{x}{60}$  раз. Так как величины прямо пропорциональны, то отношения  $\frac{x}{60}$  и  $\frac{15}{2}$  равны:  $\frac{x}{60} = \frac{15}{2}$ . Решим полученную пропорцию:

$$x = \frac{15 \cdot \overset{30}{\cancel{60}}}{\underset{1}{2}}, \text{ т. е. } x = 450.$$

**Ответ:** 450 м.

**Задача 2.** Поезд, скорость которого 45 км/ч, затратил на некоторый участок пути 4 ч. За сколько часов пройдёт этот же участок пути товарный поезд, если его скорость 40 км/ч?

**Решение.** При постоянном пути скорость и время движения обратно пропорциональны. Запишем кратко условие задачи, считая, что товарный поезд пройдёт тот же участок пути со скоростью 40 км/ч за  $x$  ч.

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 45 \text{ км/ч} — 4 \text{ ч} & \uparrow \\ & 40 \text{ км/ч} — x \text{ ч} & \uparrow \end{array}$$

Противоположно направленными стрелками показано, что величины обратно пропорциональны.

Скорость уменьшилась в  $\frac{45}{40}$  раза, а время движения увеличилось в  $\frac{x}{4}$  раза. Так как величины обратно пропорциональны, то отношения  $\frac{45}{40}$  и  $\frac{x}{4}$  равны:  $\frac{45}{40} = \frac{x}{4}$ .

Решим полученную пропорцию:

$$x = \frac{45 \cdot \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{10}{40}}, \text{ т. е. } x = 4\frac{1}{2}.$$

**Ответ:**  $4\frac{1}{2}$  ч.



- 70.** Какова зависимость между:  
 а) количеством одинаковых тракторов и площадью, которую они вспашут за один день;  
 б) числом дней работы трактора и площадью, которую он вспашет;  
 в) количеством одинаковых тракторов и числом дней, за которые они вспашут поле?
- 71.** а) Покупают одинаковые тетради. Какова зависимость между количеством тетрадей и стоимостью всей покупки?  
 б) Некто хочет проехать расстояние между двумя городами с постоянной скоростью. Какова зависимость между скоростью и временем движения?
- 72.** За 6 ч поезд прошёл 480 км. Сколько километров поезд прошёл за первые 2 ч, двигаясь с постоянной скоростью?
- 73.** Для варки варенья из вишни на 6 кг ягод берут 4 кг сахарного песка. Сколько килограммов сахарного песка надо взять на 12 кг ягод?
- 74.** Для варки варенья из вишни на 6 кг ягод берут 4 кг сахарного песка. Сколько килограммов ягод надо взять на 12 кг сахарного песка?
- 75.** а) В 100 г раствора содержится 4 г соли. Сколько соли содержится в 300 г этого раствора?  
 б) В 4000 г раствора содержится 80 г соли. Сколько соли содержится в 200 г этого раствора?
- 76.** Расстояние между двумя городами первый поезд прошёл со скоростью 80 км/ч за 3 ч. За сколько часов второй поезд пройдёт то же расстояние со скоростью 60 км/ч?
- 77.** Пять маляров могли бы покрасить забор за 8 дней. За сколько дней тот же забор покрасят:  
 а) 10 маляров;                      б) 1 маляр?
- 78.** 8 м сукна стоят столько же, сколько стоят 63 м ситца. Сколько метров ситца можно купить вместо 14 м сукна?
- 79.** В жаркий день 6 косцов выпили бочонок кваса за 8 ч. Нужно узнать, сколько косцов за 3 ч выпьют такой же бочонок кваса.
- 80.** Из «Арифметики» А. П. Киселёва. 8 аршин сукна стоят 30 р. Сколько стоят 15 аршин этого сукна?
- 81.** Со скоростью 80 км/ч товарный поезд прошёл 720 км. Какое расстояние пройдёт за то же время пассажирский поезд, скорость которого 60 км/ч?



- 82.** а) Грузовик со скоростью 60 км/ч проехал расстояние между городами за 8 ч. За сколько часов то же расстояние проедет легковой автомобиль со скоростью 80 км/ч?  
б) Бригада из 4 человек может выполнить задание за 10 дней. За сколько дней выполнит такое же задание другая бригада из 5 человек, если все 9 человек работают одинаково хорошо?
- 83.** Один килограмм металлолома заменяет  $2\frac{1}{2}$  кг богатой железом руды. Сколько руды заменяют 4 т металлолома?
- 84.** а) Автомобилист заметил, что со скоростью 60 км/ч он проехал мост через реку за 40 с. На обратном пути он проехал этот же мост за 30 с. Определите скорость автомобиля на обратном пути.  
б) Автомобилист заметил, что со скоростью 60 км/ч он проехал тоннель за 1 мин. За сколько минут он проехал бы этот тоннель со скоростью 50 км/ч?
- 85.** Две шестерёнки сцеплены зубьями. Первая, имеющая 60 зубьев, за минуту делает 50 оборотов. Сколько оборотов за минуту делает вторая, имеющая 40 зубьев?
- 86.** За одно и то же время токарь делает 6 деталей, а его ученик — 4 детали.  
а) Сколько деталей сделает ученик токаря за то же время, за которое токарь сделает 27 деталей?  
б) Сколько времени потратит ученик токаря на задание, которое токарь выполняет за 1 ч?
- 87.** За одно и то же время пешеход прошёл 6 км, а велосипедист проехал 18 км.  
а) Сколько километров проехал велосипедист за то же время, за которое пешеход прошёл 10 км?  
б) Сколько времени потратил велосипедист на тот путь, который пешеход прошёл за 2 ч?
- 88.** Некоторую работу 6 человек сделают за 18 дней. За сколько дней сделают ту же работу 9 человек, работающих так же успешно, как и первые?
- \*89.** а) Шесть маляров выполняют работу за 5 дней. Сколько ещё маляров надо пригласить, чтобы все вместе они выполнили то же задание за 3 дня?  
б) Двое рабочих могли выполнить задание за 10 дней. Сколько ещё рабочих надо пригласить, чтобы все вместе они выполнили то же задание за 4 дня?



Из «Арифметики» Л. Ф. Магницкого. Некий господин позвал плотника и велел двор построить. Дал ему двадцать человек работников и спросил, в сколько дней построят они его двор. Плотник ответил: в тридцать дней. А господину надобно в 5 дней построить, и ради того спросил он плотника: сколько человек тебе надо иметь, дабы с ними ты построил двор в 5 дней; и плотник, недоумевая, спрашивает тебя, арифметик: сколько человек ему надо иметь, чтобы построить тот двор в 5 дней?



Из «Сборника задач и упражнений по арифметике» С. А. Пономарёва и Н. И. Сырнева. а) Скорость парохода относится к скорости течения как  $36 : 5$ . Пароход двигался по течению 5 ч 10 мин. Сколько времени потребуется ему, чтобы вернуться обратно?  
б) Катер проходит определённое расстояние в стоячей воде за 12 ч. То же расстояние он может пройти по течению за 10 ч. Против течения катер идёт со скоростью 24 км/ч. Определите скорость катера по течению.

## ИЩЕМ ИНФОРМАЦИЮ

92. Найдите в учебнике, справочной литературе или Интернете, как решали задачи на прямую и обратную пропорциональности во времена Л. Ф. Магницкого и в средневековой Европе. Придумайте задачу на прямую или обратную пропорциональность и решите её старинным способом.

## 1.6. Понятие о проценте

Одну сотую часть числа (величины) называют **процентом** этого числа (величины).

В энциклопедии это определение формулируют так: процентом называют сотую часть целого, принимаемого за единицу. Один процент обозначают  $1\%$  и читают: «один процент».

Например,  $1\% \text{ м} = \frac{1}{100} \text{ м} = 1 \text{ см}$ ;  $1\% \text{ кг} = \frac{1}{100} \text{ кг} = 10 \text{ г}$ .

Запись « $2\%$ » читается «два процента», запись « $17\%$ » читается «семнадцать процентов». Вместо того чтобы говорить «тридцать девять сотых числа (величины)», говорят «тридцать девять процентов числа (величины)».

Рассмотрим задачи на проценты.

**Задача 1.** Найти 1 % от 600 м.

**Решение.** 1 % от 600 м равен  $\frac{1}{100}$  от 600 м:

$$600 : 100 = 6 \text{ (м)}.$$

**Ответ:** 6 м.

**Задача 2.** Найти 25 % от 36 м.

**Решение.** 1 % от 36 м равен  $\frac{36}{100}$  м; 25 % от 36 м равны:

$$25 \cdot \frac{36}{100} = \frac{25 \cdot 36}{100} = \frac{36}{4} = 9 \text{ (м)}.$$

**Ответ:** 9 м.

**Задача 3.** Найти число, 1 % которого равен 5.

**Решение.** Так как 1 % числа равен 5, то само число в 100 раз больше:

$$5 \cdot 100 = 500.$$

**Ответ:** 500.

**Задача 4.** Найти число, 30 % которого равны 60.

**Решение.** Так как 30 % числа равны 60, то 1 % числа равен  $\frac{60}{30}$ . Само число в 100 раз больше:

$$\frac{60}{30} \cdot 100 = \frac{60 \cdot 100}{30} = 200.$$

**Ответ:** 200.

Чтобы найти 1 % от числа (величины)  $A$ , надо найти  $\frac{1}{100}$  от  $A$ , т. е. 1 % от  $A$  — это  $\frac{1}{100} \cdot A$ .

Например, 1 % числа 48 — это  $\frac{1}{100}$  числа 48, т. е.

$$\frac{1}{100} \cdot 48 = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}.$$

Чтобы найти 3 % от числа (величины)  $A$ , надо найти  $\frac{3}{100}$  от числа  $A$ , т. е. 3 % от  $A$  — это  $\frac{3}{100} \cdot A$ .

Чтобы найти  $p$  % от числа (величины)  $A$ , надо найти  $\frac{p}{100}$  от  $A$ , т. е.  $p$  % от  $A$  — это  $\frac{p}{100} \cdot A$ .

Например, 2 % от числа 300 — это  $\frac{2}{100} \cdot 300 = 6$ .