



Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон

МАТЕМАТИКА

6

КЛАСС

Часть 3



Оглавление

Глава 3. Рациональные числа

§ 3. Уравнения

1. Раскрытие скобок	3
2. Коэффициент	8
3. Приведение подобных слагаемых	11
4. Понятие уравнения	16
5. Решение уравнений	19
6. Решение задач с помощью уравнений	26

§ 4. Координатная плоскость

1. Прямоугольные координаты на плоскости	37
2. Графики зависимостей величин	45

§ 5. Логическое следование

1. Понятие логического следования	49
2. Отрицание следования	53
3. Обратное утверждение	57
4. Следование и равносильность	62
5. Следование и свойства предметов	65

Глава 4. Геометрия

§ 1. Геометрические фигуры на плоскости

1. Что такое геометрия? Рисунки и определения геометрических понятий	71
2. Классификация геометрических фигур	78
3. Задачи на построение	85
4. Замечательные точки в треугольнике	95

§ 2. Геометрические фигуры в пространстве

1. Пространственные фигуры и их изображение	103
2. Многогранники	111
3. Тела вращения	119

§ 3. Геометрические величины и их измерение

1. Измерение величин. Длина, площадь, объём	125
2. Измерение углов. Транспортир	133

§ 4. Симметрия фигур

1. Красота и симметрия	140
2. Преобразования плоскости. Равные фигуры	149
3. Правильные многоугольники	158
4. Правильные многогранники	164

Задачи на повторение	170
----------------------------	-----

Как мы рассуждаем, или Вместо заключения	174
--	-----

Ответы	176
--------------	-----

В книге используются условные обозначения:



– задачи по новой теме
для работы в классе,



– задачи для домашней
работы,



– повторение ранее пройденного,



– задачи на смекалку,



– базовые задания,



– более сложные задания,



– задания, требующие умения находить нестандартные способы решения.

Глава 3

Рациональные числа

§ 3. Уравнения

1. Раскрытие скобок

С помощью свойств арифметических действий можно выполнять различные преобразования выражений с рациональными числами: перестановку слагаемых, раскрытие скобок и т. д. Понятие отрицательных чисел позволяет получить общее правило раскрытия скобок, упрощающее вычисления и преобразования выражений.

Для вывода этого правила рассмотрим выражения:

$$a + (b + c) \quad \text{и} \quad a - (b + c).$$

Они отличаются только знаками, стоящими перед скобками. На основании правил прибавления суммы к числу и вычитания суммы из числа имеем:

$$a + (b + c) = a + b + c \quad \text{и} \quad a - (b + c) = a - b - c.$$

Сравнивая полученные выражения, мы видим, что знак «+» перед скобками не меняет знаков слагаемых в скобках, а знак «-» меняет их на противоположные. Таким образом, приходим к следующим правилам раскрытия скобок:

Если перед скобками стоит знак «+», то при раскрытии скобок знаки слагаемых в скобках сохраняются.

Если перед скобками стоит знак «-», то при раскрытии скобок знаки слагаемых в скобках заменяются на противоположные.



Например,

$$3x + (-y + 5) = 3x - y + 5, \quad 3x - (-y + 5) = 3x + y - 5.$$

Для раскрытия скобок в выражениях, содержащих умножение числа на сумму, используется распределительное свойство умножения:

$$a(b + c) = ab + ac.$$

По правилам умножения рациональных чисел, если $a > 0$, то знаки слагаемых b и c не изменятся, а если $a < 0$, то изменятся на противоположные. Например:

$$5(-n + y) = -5n + 5y \quad \text{и} \quad -5(-n + y) = 5n - 5y.$$

Таким образом, при умножении суммы на число можно применять те же самые правила раскрытия скобок.

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1.

Раскрыть скобки в выражении $a - (-b + c) + (d - k - m)$.

Решение:

$$a - (-b + c) + (d - k - m) = a + b - c + d - k - m.$$

Пример 2.

Найти значение выражения $(-8 + 35) - (-15 + 13) + (-5 + 19)$.

Решение:

Раскроем скобки в данном выражении и вычислим значение полученной алгебраической суммы:

$$(-8 + 35) - (-15 + 13) + (-5 + 19) = -8 + 35 + 15 - 13 - 5 + 19 = 43.$$

$$1) 35 + 15 + 19 = 69;$$

$$2) 8 + 13 + 5 = 26;$$

$$3) 69 - 26 = 43.$$

Пример 3.

Раскрыть скобки и упростить выражение $-3(a - b) - 5(a + b)$.

Решение:

Раскроем скобки, а затем упростим полученное выражение:

$$-3(a - b) - 5(a + b) = -3a + 3b - 5a - 5b = (-3 - 5)a + (3 - 5)b = -8a - 2b.$$

К

1 Запиши на математическом языке:

- а) правило прибавления суммы к числу;
- б) правило вычитания суммы из числа;
- в) распределительное свойство умножения.

Переведи полученные равенства на русский язык и проиллюстрируй с помощью графических моделей.



2

Раскрой скобки:

- а) $-(a - b)$; г) $d - (-k + t)$; ж) $c - (b + c - a) + (-a + b)$;
- б) $-(c + d)$; д) $-m + (a - c)$; з) $(d - m) - b - (-m + x + d) + x$;
- в) $-(-x + y)$; е) $p - (-n + r - s)$; и) $k - (y - c) + (d - c - y) + (-k + d)$.

3

Раскрой скобки и найди значение выражения:

- а) $-3,64 - (12,45 - 3,64)$; д) $45 - (-7 + 18) - (34 - 18 + 26)$;
- б) $1\frac{3}{8} + (-2\frac{7}{9} + \frac{5}{8})$; е) $-9,7 + (-3,8 + 5,2) - (2,9 - 5,2 - 9,7) + 3,8$;
- в) $(5,6 - 7,2) - (-7,2 + 3,4)$; ж) $(1,8 - 6,03) - (-4,14 + 2,25 - 6,03) - 4,8$;
- г) $(2,4 - \frac{2}{3}) + 2,4 - (1,8 + 1\frac{5}{6})$; з) $-(5\frac{1}{3} - 4\frac{5}{16}) + 2\frac{1}{16} - (1\frac{2}{3} - 1\frac{5}{16} + 3\frac{11}{16})$.

4 Упрости выражение:

а) $2,8 - (a - 1,4)$;

д) $(6,4 - x) - (5,8 + x)$;

б) $-(-b + 3,2) + 0,7$;

е) $y - (4,3 + y) + 3,9$;

в) $c - (1,6 + c)$;

ж) $(-0,7 - m) - (-m + 0,5)$;

г) $(-5,9 + d) - d$;

з) $-(1,2 - n) + (n - 0,8)$.



5 Реши уравнение:

а) $-4,3 - (-1,8 - x) = 3$;

в) $(c - 6) - (4,5 - c) = -1,5$;

б) $\left(n + 1\frac{2}{9}\right) - 4\frac{2}{9} = -4,8$;

г) $1\frac{5}{6} - \left(k - \frac{7}{12}\right) + 2\frac{1}{12} = 0,9$.

6 Переведи на математический язык и реши задачи:

а) В трёх конкурсах приняли участие 80 человек. В первом конкурсе участвовало 28 человек, а во втором – на 6 человек меньше, чем в третьем. Сколько человек участвовало в третьем конкурсе?

б) Периметр треугольника равен 48,5 см. Одна его сторона равна 15,8 см, а вторая – на 1,9 см меньше, чем третья. Чему равна длина второй стороны?

7 Упрости выражения, используя распределительное свойство умножения:

а) $5(a + 2) - 12$;

г) $2(m - n) - (m + n)$;

ж) $3(b - 1) - 2(b - 2)$;

б) $9 - 2(-c + 4)$;

д) $(x - y) - 2(x + y)$;

з) $-2(d + 3) + 3(2 - d)$;

в) $m - 3(2 - m) + 8$;

е) $-2(a + b) + 2(a - b)$;

и) $5y - 2(y - 1) + 3(-y - 4)$.

8 Найди значение выражения. Есть ли в задаче лишние данные?

а) $3(x - 4) + 2(-x + 6)$, если $x = -1,8$;

б) $3b - 2(a - b) + a - 5(a + b)$, если $a = -0,5$, $b = \frac{1}{7}$.

9 Составь и упрости выражения:

а) К утроенной разности чисел m и n прибавить их удвоенную сумму.

б) Из удвоенной суммы чисел x и y вычесть разность утроенного числа x и числа y .

10 Составь выражение и найди его значение при данных значениях переменных:

а) Сначала поезд ехал 2 ч со скоростью v км/ч, потом он увеличил скорость на 10 км/ч и с этой скоростью проехал ещё 3 ч. Затем поезд проехал 1 ч со скоростью на 5 км/ч меньшей, чем вначале. Сколько километров ему ещё осталось проехать, если весь его путь составляет 625 км? ($v = 70, 80, 90$.)

б) Фермер отвёз в первый магазин n мешков картофеля, а во второй – на 4 мешка больше, чем в первый. Сколько тонн картофеля у него ещё осталось, если весь его урожай составил 3,2 т, а в каждом мешке по 50 кг? ($n = 10, 15, 20$.)

11 Раскрой скобки и упрости выражения:

а) $4x - (3x + (2x - 1))$; б) $y - (2y - (3y - 4))$; в) $z - (2z + (3z - (4z + 5)))$.

12 а) Докажи, что для любого натурального числа n сумма удвоенного предыдущего и утроенного последующего числа при делении на 5 даёт остаток, равный 1.

б) Докажи, что сумма четырёх последовательных натуральных чисел, кратных 3, при делении на 12 даёт остаток, равный 6.

13 Расставь скобки так, чтобы получилось верное равенство:

а) $m - n - m + n = 2m - 2n$; б) $m - n - m + n = 2m$.

π

14 Вычисли устно:

а) $-7 - (-3)$; б) $-2,5 \cdot (-8)$; в) $|90| : |-0,3|$; г) $0 : (-7,6)$;
 $0,4 - 0,9$; $-\frac{3}{4} \cdot 1,6$; $|-2,4| \cdot \left|\frac{1}{3}\right|$; $-1 \cdot \left(-1\frac{2}{9}\right)$;
 $-1,2 + 5$; $4,2 : (-0,7)$; $|-0,6| - |-4|$; $4,5 : (-1)$;
 $-0,7 - 0,8$; $(-0,125) : \frac{1}{8}$; $|-5,6| + |-0,2|$; $\left(3,4 - 3\frac{2}{5}\right) \cdot 6,4$.

15 Вычисли устно, расположи ответы в порядке возрастания и сопоставь их соответствующим буквам. Зачеркни две буквы так, чтобы получилось название геометрической фигуры. Сможешь ли ты её нарисовать? А дать определение?

28	0,2	1	1,8	-6	4
$\cdot 0,25$	$\cdot 0,3$	$: 0,25$	-5	$\cdot 0,5$	$: 0,8$
-0,6	+1,2	-6	+1,7	+2	-2,6
$: 1,6$	$: 0,6$	$\cdot 3,5$	$: 0,3$	-0,2	$: 0,03$
$: 0,1$	-0,9	+5,6	$\cdot 0,9$	$: 0,6$	$\cdot 0,2$
Б	У	О	Р	К	М

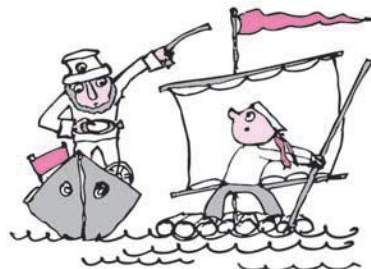
16 БЛИЦтурнир

а) Автобус проехал за первый час a км, за второй – b км, а за третий – c км. С какой средней скоростью он ехал?

б) Пешеход первые 5 мин шёл со скоростью n м/мин, а следующие 15 мин – со скоростью k м/мин. Найди среднюю скорость пешехода на этом участке.

в) Лодка прошла d км по течению реки за 2 ч, а против течения – за 3 ч. Чему равна собственная скорость лодки? Чему равна скорость течения реки?

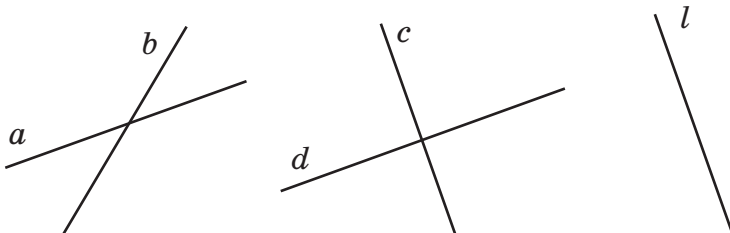
г) Катер и плот плывут по реке в одном направлении: катер – со скоростью x км/ч, а плот – со скоростью реки, равной y км/ч. Какое расстояние проплывёт катер за 4 ч против течения реки, если его собственная скорость не изменится?



17 Реши уравнение и отметь его корни на координатной прямой. Найди координаты середины отрезка, соединяющего отмеченные точки. Что ты замечаешь?

а) $|a - 4| = 1$; б) $|b - 2| = 3$; в) $|c + 1| = 2$; г) $|d + 3| = 4$.

18 Найди на чертеже и перечисли все пары: а) пересекающихся прямых; б) непересекающихся прямых; в) параллельных прямых; г) перпендикулярных прямых. В каких из заданий (а) – (г) оказались одни и те же пары прямых? Как ты думаешь почему?



Д **19** Найди значения выражений, сопоставь их соответствующим буквам и расшифруй название геометрической фигуры. По справочнику найди определение этой фигуры и начерти её в тетради.

Р $-4,5 + (-a + 5,6)$, если $a = -2,9$; **П** $(-1,1 + m) - (3,1 - m)$, если $m = 0,9$;

О $-(2b - 3) + b$, если $b = 1,4$; **Л** $-(n - 4,6) + (2,9 - n)$, если $n = 4,5$;

Г $c - (1,8 - c)$, если $c = 0,7$; **Е** $0,5 - (2x + 1,2) - x$, если $x = -0,3$;

М $-d - (0,7 - 3d)$, если $d = -0,8$; **А** $(y - 5,4) - (-2,6 + y)$, если $y = 3$.

-2,4	-2,8	4	-2,8	-1,5	-1,5	0,2	-1,5	1,6	-0,4	4	-2,8	-2,3	-2,3

20 Реши уравнение и сделай проверку:

а) $-(a + 4) - 19 = 7$; б) $2\frac{1}{3} - (y - \frac{5}{12}) = 1,75$.

21 Переведи на математический язык и реши задачу:

В цирковом представлении участвовало 8 жонглёров, акробатов было на 6 больше, чем клоунов, а дрессировщиков – на 7 меньше, чем акробатов. Сколько было клоунов, если всего в этом представлении участвовало 28 артистов?



22 Докажи, что для любого натурального числа n среднее арифметическое его предыдущего и последующего чисел равно этому числу.

- 23** Найди значения выражений, сопоставь их соответствующим буквам и расположи полученные числа в порядке убывания. Расшифруй название математического термина. Что он означает?

Н $-4(a + 1) - 5$, если $a = -0,7$;

Б $4(n - 2) - 3(n + 2)$, если $n = 7,6$;

Е $2b - 3(b - 4)$, если $b = 6,8$;

О $-2(7 + d) + 3(-d + 5)$, если $d = -1,9$;

Р $-m + 2(-m + 3)$, если $m = -0,8$;

К $-x + (3 - 2x) - 2(x + 4)$, если $x = -3,4$.

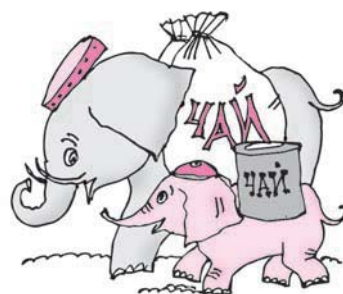
- 24** Составь выражение и найди его значение при данных значениях букв:

Пароход плыл 5 ч по течению реки и 3 ч против течения. С какой средней скоростью он плыл, если его собственная скорость равна v км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч? ($v = 28; 29,7; 35,5$.)

- С** **25*** Раздели 25 рублей на 2 части так, чтобы одна часть была в 49 раз больше другой.

- 26*** **Старинная задача**

Имеет некто чай двух сортов – цейлонский по 5 гривен за фунт и индийский по 8 гривен за фунт. В каких долях надо смешать эти два сорта, чтобы получить чай стоимостью 6 гривен за фунт?



2. Коэффициент

Если выражение со скобками представляет собой произведение чисел, то для его преобразования можно воспользоваться законами умножения. При этом используются известные нам правила знаков.

Пример 1.

Упростить выражение $12x \cdot 0,25 \cdot (-5y)$.

Решение:

Данное выражение представляет собой произведение множителей 12; x ; 0,25; -5 и y . На основании сочетательного закона умножения можно отдельно сгруппировать числовые и буквенные множители:

$$12x \cdot 0,25 \cdot (-5y) = (12 \cdot 0,25 \cdot (-5)) \cdot (xy) = -15xy.$$

Число -15 , полученное в результате умножения всех числовых множителей, называют **коэффициентом**. Коэффициент обычно записывают перед буквенными множителями. Вообще, *если выражение является произведением числа и буквенной части, то числовой множитель в этом выражении называют коэффициентом*.

Например, коэффициент выражения $\frac{5}{6}a^2b$ равен $\frac{5}{6}$, а коэффициент выражения $-3,8mn^3$ равен $-3,8$.

Если в записи буквенного выражения отсутствует числовой множитель, то на помощь приходят равенства:

$$a = 1 \cdot a \quad \text{и} \quad -a = -1 \cdot a.$$

Эти равенства показывают, что коэффициентом выражения a является число 1, а выражения $(-a)$ — число (-1) . Аналогично коэффициентом выражения, например, $(-xy^2z)$ считают число -1 , а коэффициент выражения kr равен числу 1.

Пример 2.

Раскрыть скобки и упростить выражение $-2(5x - y + 4)$.

Решение:

Раскроем скобки и упростим каждое слагаемое:

$$-2(5x - y + 4) = -2 \cdot 5x + 2y - 2 \cdot 4 = -10x + 2y - 8.$$

Пример 3.

Раскрыть скобки и упростить выражение $3(-2a + b) - 2(a + 7b)$.

Решение:

$$3(-2a + b) - 2(a + 7b) = -6a + 3b - 2a - 14b = -8a - 11b.$$



К

27 Назови коэффициенты выражений. Какое из этих выражений может быть «лишним»? Почему?

- а) $2xy$; б) k^5 ; в) $-3ab^4$; г) $-\frac{5}{6}m^3n^2$; д) $7c^4d \cdot (-2)$.

28

Прочитай выражения. Чем они похожи и чем отличаются? Найди их коэффициенты и буквенные части:

- а) $(-2x)^2$, $-2x^2$ и $(-2)^2x$; б) $(-2m)^4$, $-2m^4$ и $(-2)^4m$.

29

Определи коэффициент выражения (устно):

- а) $-a \cdot (-b) \cdot (-c) \cdot d$; в) $(-c)^2 \cdot (-m)^3$; д) $(-a)^5 \cdot (-b)^4$;
б) $-x \cdot (-y) \cdot (-n) \cdot (-m)$; г) $(-c^2) \cdot (-m^3)$; е) $(-a^5) \cdot (-b^4)$.

30

Определи коэффициент и буквенную часть выражения (устно):

- а) $2a \cdot 7$; г) $4mn \cdot (-0,2)$; ж) $2c \cdot (-c) \cdot (-8)$; к) $(-5a)^2$;
б) $3b \cdot (-5c)$; д) $-x \cdot 2p \cdot (-0,5)$; з) $y \cdot 6y \cdot (-0,01y)$; л) $-5a^2$;
в) $-\frac{1}{2}x \cdot (-y)$; е) $-b \cdot (-3d) \cdot (-\frac{1}{3})$; и) $-0,25n \cdot (-4n^2)$; м) $(-5)^2a$.

31

Упрости выражение и подчеркни его коэффициент:

- а) $-3a \cdot (-2b)$; в) $-1,5a \cdot (-a) \cdot 2a$; д) $0,8dy \cdot (-12,5y^2)$; ж) $(-0,7n)^2$;
б) $\frac{5}{12}x \cdot (-4y)$; г) $c \cdot (-\frac{4}{9}c) \cdot 0,9$; е) $-\frac{1}{3}m^2 \cdot (-15mb)$; з) $-3x \cdot (-3x)^2$.

32 Раскрой скобки и упрости выражение. Найди слагаемые, которые являются буквенными выражениями, и назови их коэффициенты:

- а) $-3(-2a + 5)$; в) $4(-x + 3y) - 2(x + 5y)$; д) $5(3c - 2) + 2(4 - 7c)$;
 б) $2(5b - 4c + 3)$; г) $-2(6d - k) + 3(4d - 2k)$; е) $3(-8 + 2y) - 4(2y - 6)$.

33 Запиши на математическом языке переместительное и сочетательное свойства умножения. Пользуясь ими, найди значения выражений:

- а) $-5 \cdot (-0,78) \cdot 2 \cdot (-2,5) \cdot (-4)$; б) $-0,4 \cdot \frac{9}{17} \cdot (-0,25) \cdot 1,25 \cdot (-8) \cdot 17$.

34 Опровергни утверждение и построй его отрицание:

- а) $\forall a \in \mathbb{Q}: (-a)^2 = -a^2$; в) $\exists a \in \mathbb{Q}: (-a)^2 \neq a^2$;
 б) $\forall a \in \mathbb{Q}: (-a)^2 \neq -a^2$; г) $\exists a \in \mathbb{Q}: (-a)^3 \neq -a^3$.

($\mathbb{Q}$ – множество рациональных чисел.)



35 Прочитай выражения:

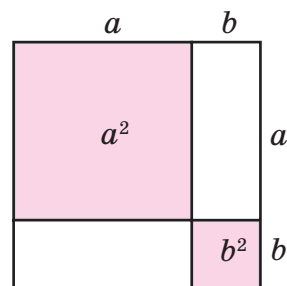
$$(a + b)^2; \quad a^2 + b^2; \quad a^2 + 2ab + b^2.$$

Найди значения этих выражений, если:

- а) $a = 3, b = 5$; б) $a = -1, b = -4$; в) $a = -2, b = 3$.

Что ты замечаешь?

Проверь свою гипотезу для произвольно выбранных значений a и b . Попробуй обосновать ее, используя графическую модель.



36 Арифметический фокус

Объясни арифметический фокус, используя математический язык:

Задумали число, увеличили его на 7, сумму умножили на 3, к произведению прибавили 4 и из результата вычли утроенное задуманное число. В ответе получилось 25.

37 Задумали число, умножили его на 8, произведение вычли из 100, разность удвоили, результат вычли из 15 и получили 7. Какое число задумали?

38 Упрости выражение и подчеркни его коэффициент:

- а) $5 \cdot (-1,2x)$; в) $-2n \cdot 0,4n$; д) $(-4c)^2$;
 б) $-\frac{2}{9}a \cdot (-3b)$; г) $y^2 \cdot (-6y) \cdot (-0,5)$; е) $(-0,1d)^3$.

39 Раскрой скобки и при необходимости упрости выражение:

- а) $-2(c + 7)$; б) $5(2a - 3) - 4(3a - 4)$; в) $-2(2x + 3y) + 3(-x + 2y)$.

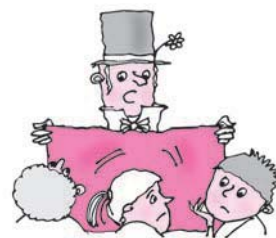
40 а) Задумали число, вычли из него 16, разность умножили на 7, результат вычли из 40 и получили 12. Какое число задумали?

б) Придумай и реши свою задачу про задуманное число.



41*

Учитель показал ребятам арифметический фокус: он предложил задумать положительное число, умножить его само на себя, к полученному результату прибавить удвоенное задуманное число и ещё 1. По объявленному результату он назвал задуманное число. Как это сделал учитель?



3. Приведение подобных слагаемых

При работе с выражениями вначале их обычно *упрощают*, переходя к выражениям, записанным в более компактной, удобной форме.

Пусть, например, требуется найти значение выражения

$$-4,2x + 0,3x - 8,9x + x + 1,8x$$

при $x = 2,56$. Вычисления значительно упростятся, если заметить, что все слагаемые имеют один и тот же буквенный множитель x .

На основании распределительного закона умножения общий множитель можно вынести за скобки. Тогда в скобках останется сумма коэффициентов слагаемых, равная (-10) . Поэтому данное выражение равно $(-10x)$:

$$-4,2x + 0,3x - 8,9x + x + 1,8x = (-4,2 + 0,3 - 8,9 + 1 + 1,8)x = -10x.$$

Аналогичные преобразования можно выполнить во всех случаях, когда слагаемые имеют одинаковую буквенную часть. Такие слагаемые называются **подобными**, а сами преобразования называются *приведением подобных слагаемых*.

Пример 1.

Найти значение выражения $1,4ab^2 - 9ab^2 + 3,6ab^2 - ab^2$ при $a = 2$, $b = -0,5$.

Решение:

В данном выражении все слагаемые подобны, так как они имеют одну и ту же буквенную часть ab^2 . Приведём подобные слагаемые:

$$1,4ab^2 - 9ab^2 + 3,6ab^2 - ab^2 = (1,4 - 9 + 3,6 - 1)ab^2 = -5ab^2.$$

Если $a = 2$, $b = -0,5$, то $-5ab^2 = -5 \cdot 2 \cdot (-0,5)^2 = -10 \cdot 0,25 = -2,5$.

О т в е т: $-2,5$.

Пример 2.

Привести подобные слагаемые в выражении $-2x - y + 4 + 5y - 8x - 6 + x$.

Решение:

В этом выражении есть три группы подобных слагаемых:

- 1) слагаемые $-2x$, $-8x$ и x имеют буквенную часть x ;
- 2) слагаемые $-y$ и $5y$ имеют буквенную часть y ;
- 3) слагаемые 4 и -6 не имеют буквенной части (их называют *свободными членами*).

Приведём подобные слагаемые в каждой из выделенных групп:

$$\begin{aligned} \underline{-2x} - \underline{y} + \underline{4} + \underline{5y} - \underline{8x} - \underline{6} + \underline{x} &= (-2 - 8 + 1)x + (-1 + 5)y + (4 - 6) = \\ &= -9x + 4y - 2. \end{aligned}$$

О т в е т: $-9x + 4y - 2$.

Пример 3.

Упростить выражение $4(2n - 3k) - 2(-n - 3k + 6) - 3(k - 5)$.

Р е ш е н и е:

Раскроем скобки в выражении и приведём подобные слагаемые:

$$\begin{aligned} 4(2n - 3k) - 2(-n - 3k + 6) - 3(k - 5) &= 8n - 12k + 2n + 6k - 12 - 3k + 15 = \\ &= (8 + 2)n + (-12 + 6 - 3)k + (-12 + 15) = 10n - 9k + 3. \end{aligned}$$

О т в е т: $10n - 9k + 3$.

К

42 Что общего у слагаемых в каждом выражении? Упрости их, используя распределительное свойство умножения.

а) $-4n + n + 2n$; в) $-0,3a - a + 2,1a$; д) $1,8y - 2y + y - 0,4y - 1,3y$;

б) $3x - 7x - x$; г) $c - 1,6c - 0,9c$; е) $-\frac{4}{5}b + 0,2b - \frac{5}{6}b + b + \frac{1}{3}b$.

43 Найди подобные слагаемые и назови их коэффициенты:

а) $4a - \frac{1}{7}b + 2,3b - \frac{3}{7}a$; в) $-5a^2 + 9a - 4 + a^2 + 7 - 18a$;

б) $-0,3x^2y + xy^2 + 5x^2y - 2,1xy^2$; г) $2n^3m + 4,3nm^3 - 0,5n^2m^2 + 3,6nm^3$.

44 Приведи подобные слагаемые (устно):

а) $-3y + 12 - y - 5$; б) $2k - k^2 - 3k + 4$; в) $0,6x - x + 1,6y + 0,4x$.

45 Приведи подобные слагаемые:

а) $-7c + 3d + 8c - 5d$; в) $\frac{3}{5}k - \frac{2}{7}n - 3k - \frac{5}{7}n + 0,4k$;

б) $-9 + 2m - 4 - m + 8$; г) $-1 + p^2 - 3p + 0,2 - 0,5p^2 + 0,8 + 2,4p$.

46 Найди значение выражения:

а) $-\frac{2}{3}m + 4c + \frac{1}{2}m - 2,5c + \frac{1}{6}m$, если $c = -4$, $m = 5,6$;

б) $1,8x^2 + 0,6y^2 - 5,1y^2 + 3,2x^2 + 4,5y^2$, если $x = -0,8$, $y = 2,7$.

47 Раскрой скобки и приведи подобные слагаемые:

а) $-(y - 16) + 4(2y - 3)$; г) $-b(1 + x) + b(1 - x)$;

б) $5(a - 2b) + 3(-a + 3b)$; д) $1,6(2p - k) - 0,8(4p - 5k)$;

в) $4(m + 5n) - 5(m - 3n)$; е) $-0,2(5c + 3d) - 0,5(-4c + 0,8d)$.

48 Реши уравнение:

а) $8(x - 4) + 3(2 - x) = -21$;

в) $3(2n - 5) - 2(3 - 4n) = 0$;

б) $2(3y + 4) - (9y - 7) = 15$;

г) $-4(0,3k - 0,4) + 6(-0,8k + 0,2) = 0$.

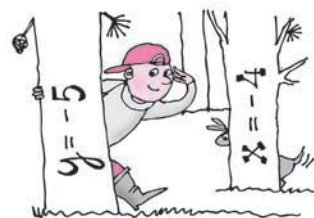
49 Найди значение выражения:

а) $2(6a - 1) + 4(2 - a)$, если $a = -0,625$;

б) $15b - 3(2b + 5) + 2(-5b + 7)$, если $b = -0,8$;

в) $2n(n - 4) - n(n - 8)$, если $n = -1,5$;

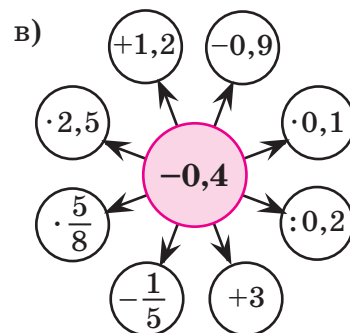
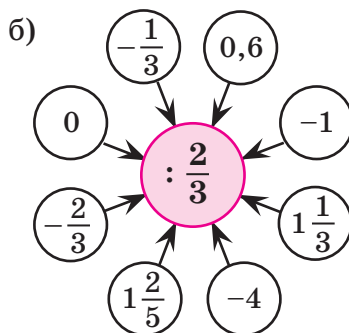
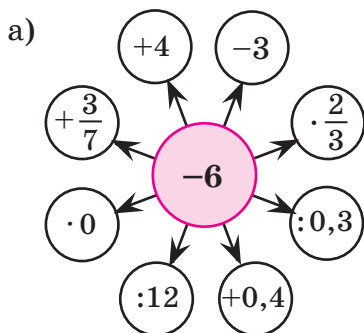
г) $x(x + y) - y(x - y)$, если $x = -4$, $y = -5$.



50 а) В магазин привезли 32 кг конфет. Их разложили в пакеты и коробки, причём пакетов было на 16 меньше, чем коробок. В каждый пакет положили по 1,5 кг конфет, а в каждую коробку – по 0,5 кг. Сколько всего пакетов и коробок для этого потребовалось?

б) Патрульный катер плывёт по реке, скорость течения которой 2 км/ч. За 6 ч по течению реки и 8 ч против течения катер проплыл 164 км. Сколько времени ему потребуется, чтобы проплыть 54 км по озеру, если он будет плыть с той же скоростью?

π 51 Вычисли, используя рисунки:



52 Вычисли, применив распределительный закон умножения:

а) $0,8 \cdot 19 + 0,8 \cdot 21$;

в) $6 \cdot (-0,9) + 14 \cdot (-0,9)$;

д) $0,9 \cdot 2,43 - 2,43$;

б) $\frac{2}{9} \cdot 43 + \frac{2}{9} \cdot 32$;

г) $0,3 \cdot \frac{7}{11} - \frac{7}{11} \cdot 5,8$;

е) $1\frac{1}{3} \cdot 4,6 - 1\frac{1}{3} \cdot 4,35$.

53 Прочитай выражения:

$(a - b)^2$;

$a^2 - b^2$;

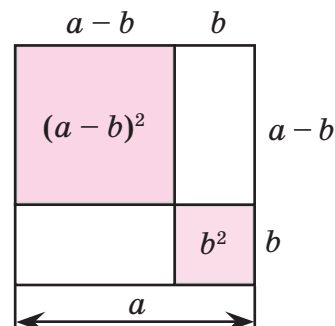
$a^2 - 2ab + b^2$.

Найди значения этих выражений, если:

а) $a = 4$, $b = 1$; б) $a = -3$, $b = 2$; в) $a = -1$, $b = -5$.

Что ты замечаешь?

Проверь свою гипотезу для произвольно выбранных значений a и b . Объясни полученный вывод, используя графическую модель.



54 Определи, истинно или ложно высказывание. Для ложных высказываний построй отрицания:

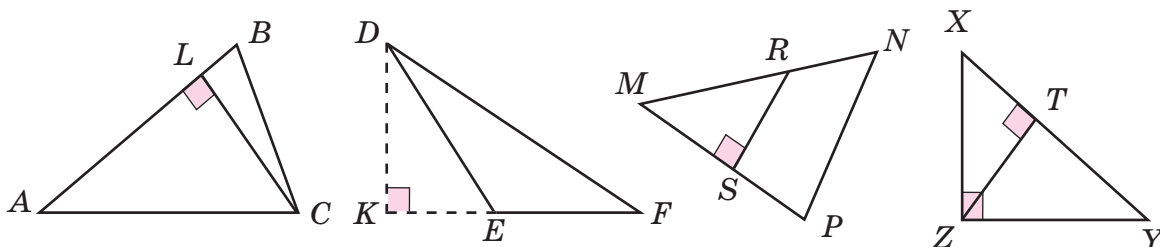
а) $\forall a, b \in \mathbb{Q}: -(a - b) = b - a$; в) $\exists a \in \mathbb{Q}: a^2 > (a + 1)^2$;

б) $\forall a, b \in \mathbb{Q}: -(a + b) = -a + b$; г) $\exists b \in \mathbb{Q}: b^3 < b^2$.

55 а) Прочитай определение и назови определяемое понятие.

Высотой треугольника называется перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону.

б) Найди отрезки, являющиеся высотами треугольников на рисунке.



в) Сколько высот в треугольнике?

г) Начерти треугольник и проводи все его высоты. Что ты замечаешь? Повтори эксперимент ещё раз и сформулируй *гипотезу*. Можно ли считать твою *гипотезу* доказанной на основании выполненных построений?

56 Вырази в процентах указанную часть величины: а) половина; б) четверть; в) пятая часть; г) треть; д) три четверти; е) три пятых.

57 На сколько процентов изменилась величина, если она: а) удвоилась; б) утроилась; в) уменьшилась в 4 раза; г) уменьшилась на четверть; д) увеличилась на половину?

58 БЛИЦтурнир

а) В одном классе a человек, а в другом – на 20% больше. Сколько человек в двух классах?

б) Товар продали за b р. Прибыль составила 8% от себестоимости. Чему равна себестоимость товара?

в) До снижения цены футболка стоила x р., а после снижения – y р. На сколько процентов снизилась цена?

г) Зарплату рабочего, равную n р., повысили сначала на 10%, а потом ещё на 40% от новой суммы. Какой стала зарплата после второго повышения?

д) Цену на компьютер снизили сначала на 20%, а потом ещё на 50% от новой цены. После этого компьютер стал стоить k р. Какой была его первоначальная цена?



59 Реши уравнение методом *проб и ошибок*:

а) $x^2 = 4$; б) $x^2 = -1$; в) $x^2 + 9 = 0$; г) $x^2 - 25 = 0$.

60 Обед в столовой состоит из салата, борща, котлет и компота. Салат стоит 24 р., стоимость борща составляет 25% стоимости всего обеда, котлеты на 60% дороже борща, а компот на 16 р. дешевле борща. Сколько стоит обед в этой столовой?

61 Найди значение выражения:

а) $2a - 9b + 7a + b + 5b - 8a$, если $a = 2,5$, $b = \frac{1}{4}$;
 б) $8x + 3 - 9x - 7 + 5 - x$, если $x = -0,3$;
 в) $-m^2 + 2m - 4 - 3m - 6 + 2m^2 + m$, если $m = -5$.



62 Раскрой скобки и приведи подобные слагаемые:

а) $-3(a + b) + 2(a - b)$; в) $5(x - 5) - 3(2x - 9)$;
 б) $2(m - 4n) - 4(m - 2n)$; г) $2y^2 - y(y - 3) + y(2 - y)$.

63 Реши уравнение:

а) $-2(x - 9) + 5(x - 4) = 25$; б) $4(5 - n) - 3(2n + 7) = 0$.

64 Составь выражение и найди его значение:

- а) Чернослив при сушке теряет 64% своей массы. Сколько надо взять свежего чернослива, чтобы получить 27 кг сушёного?
 б) Коммерческое предприятие продало товара на 5100 р. Убыток составил 15% от себестоимости. Чему равна себестоимость этого товара?
 в) Метр ткани до повышения цен стоил 96 р., а после повышения стал стоить 120 р. На сколько процентов повысилась цена?

65 В магазин привезли 180 кг яблок. Некоторая часть яблок была продана по цене 16 р., а затем их цена увеличилась на 25%. После продажи всех яблок выручка составила 3360 р. Какая часть яблок была продана по более высокой цене?

66 Найди значение выражения:

$$\frac{10,2 : (18,5 - (5 \frac{2}{3} \cdot 1,75 - 3 \frac{2}{3} \cdot 1,75)) : 2 \frac{1}{3}}{80,64 : 1,6 - 3,4 : \frac{1}{6}}.$$



67* Найди целые корни уравнения методом *проб и ошибок*:

* а) $x^2(x + 1) = 80$; б) $x^4 + x^2 = 20$; в) $x^5 - x^4 = 162$.

68* Крестьянина на рынке спросили: «Сколько стоит десяток яиц?» Он ответил замысловато: «Двадцать пять яиц без полушки стоят пять полушек без пяти яиц». По какой цене продавал крестьянин десяток яиц? (1 полушка – это $\frac{1}{4}$ копейки.)

4. Понятие уравнения

При построении математической модели задачи часто приходится по её условию составлять равенство, обозначая неизвестную величину какой-либо буквой – обычно буквой x .

Так поступали математики ещё в древности. При этом равенство с неизвестной величиной (или величинами) стали называть *уравнением*.

С уравнениями мы встречались, например, когда решали задачи методом проб и ошибок и методом перебора – мы находили неизвестное число x испытанием различных «кандидатов» на его роль. Фактически мы рассматривали букву x как переменную, а само уравнение – как равенство с переменной.

Итак, **уравнением** будем называть равенство, содержащее переменную, значение которой надо найти. Например, уравнениями являются равенства

$$x^4 = 16, \quad 2y + 3 = y^2, \quad 0,06 = (n - 0,1)(n - 0,2).$$

Напротив, записи

$$17 - 4x, \quad y + 8 \geq 25, \quad 12 + 3 = 15$$

уравнениями не являются: первые две записи не являются равенствами, а в равенстве $12 + 3 = 15$ нет переменной.

Таким образом, уравнение характеризуется двумя свойствами:

- 1) уравнение – это *равенство*;
- 2) в этом равенстве *имеется буква*, значение которой надо найти.

Отметим, что уравнение может содержать две и более переменных, но подробнее такие уравнения мы будем изучать в старших классах.

Уравнение, как и всякое предложение с переменной, при подстановке в него конкретных значений переменной может становиться истинным или ложным высказыванием.

Значение переменной, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство, называется **корнем уравнения**. Например, число 2 является корнем уравнения $x^3 - x = 6$, так как $2^3 - 2 = 6$. Напротив, число 3 не является корнем этого уравнения, так как $3^3 - 3 \neq 6$.

Заметим, что математический термин «корень» является примером *метафоры* в математическом языке. Подобно корню растения, который удерживает его в почве, корень уравнения «удерживает» его в множестве истинных высказываний.

После составления уравнения основной задачей становится нахождение **всех** его корней. Для этого прежде всего надо точно указать, в каком числовом множестве ищутся корни, или, как говорят, указать *множество значений переменной*.



В практических задачах множество значений переменной определяется жизненным смыслом её условий. Например, если буквой x обозначено количество учеников в школе, то в полученном уравнении разумно считать, что переменная x принимает только натуральные значения.

В общем случае множеством значений переменной считают *множество всех её значений, при котором уравнение имеет смысл*. Так, корни уравнения $x + 4 = 9$ мы будем искать на множестве рациональных чисел Q , то есть на множестве всех чисел, которые нам известны. А вот уравнение $\frac{x(x-3)}{x} = 0$ имеет смысл только для рациональных чисел x , отличных от нуля. Поэтому, несмотря на то что $x(x-3) = 0$ при $x = 0$ и $x = 3$, корнем исходного уравнения будет являться только $x = 3$.

Число корней уравнения может быть различным. Например, уравнение $2x = 6$ имеет всего один корень – число 3. Уравнение $x^2 = 25$ имеет два корня – числа 5 и -5 .

А корнем уравнения $2(x+4) = 2x+8$ является любое число, так как в обеих его частях стоят равные выражения.

Встречаются также уравнения, которые не имеют корней: например, $x + 4 = 2$, где $x \in N$. Действительно, сумма натуральных чисел x и 4 всегда больше 4, поэтому она не может быть равна 2. Таким образом, мы доказали, что данное уравнение не имеет натуральных корней. Если доказано, что корней у уравнения нет, то в математике также считают, что уравнение решено.

Проиллюстрировать это можно следующей бытовой ситуацией. Пусть мама попросила сына принести картошку из ящика, а там картошки не оказалось, и он ничего не принёс. Выполнил ли он просьбу мамы? Очевидно, да, ведь мама ни в чём не может его упрекнуть.

Таким образом, *решить уравнение* – значит найти все его корни или доказать, что корней у него нет (на множестве значений переменной).

Вместо фразы «найти все корни уравнения или доказать, что корней нет» можно сказать короче: «найти множество всех корней уравнения». Эти два словосочетания означают одно и то же.

Итак, **решить уравнение – значит найти множество всех его корней.**

Если корней нет, то говорят, что множество корней уравнения пустое. В ответе можно записывать «решений нет» или просто знак $\emptyset$.



К

69

Какие из следующих записей являются уравнениями:

а) $2^3 = 8$;

б) $|a - 3| = 7$;

в) $9x - x^2$;

г) $y \leq 4$;

д) $11n = n^3$?

70 Докажи, что:

- а) число -3 является корнем уравнения $x^2 - 5 = 2x + 10$;
 б) число 5 не является корнем уравнения $|-y| = -y$;
 в) число 0 является корнем уравнения $k^2 = 2k$;
 г) число -2 не является корнем уравнения $a(a-1)(a+1) = 0$.

71 Является ли корнем уравнения $2x^2 + 5x + 2 = 0$ число:

- а) 2 ; б) -2 ; в) $\frac{1}{2}$; г) $-\frac{1}{2}$?

72 Имеет ли корни уравнение и сколько:

- а) $|x| = 3$, б) $x^2 = 16$, в) $\frac{x(x-5)}{x} = 0$,
 $|y| = -3$, $x^2 = -16$, $\frac{2(y+3)(y-6)}{y} = 0$,
 $|z| = 0$; $x^2 = 0$; $-4z(z-1)(z+2)(z-3)(z+4) = 0$?



73 Докажи, что корнем уравнения является любое число:

- а) $(-x)^2 = x^2$; б) $(-x)^3 = -x^3$; в) $3(x-4) = x - 2(6-x)$; г) $|x| = |-x|$.

74 Докажи, что уравнение не имеет рациональных корней:

- а) $x + 4 = x - 3$; б) $x^2 + 1 = 0$; в) $|2x - 3| = -1$.

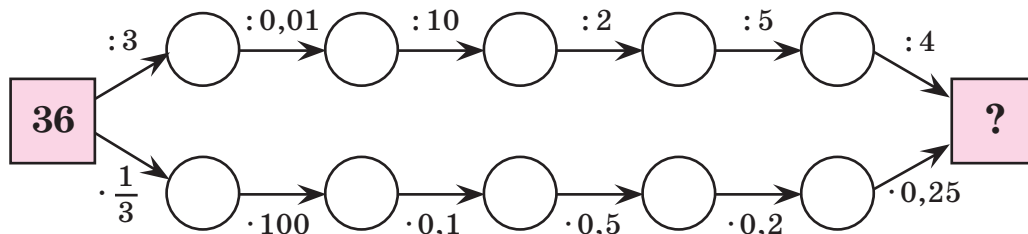
75 Найди множество корней уравнения:

- а) $6x - 2(3x - 7) = 14$; в) $z^2 = 25$; д) $|5b + 4| = 0$;
 б) $2y + 3(y - 2) - 5(y - 3) = 0$; г) $t^2 = -36$; е) $|c - 2| = 1$.

76 Реши уравнение $3x(x+2)(3x-5) = 0$ на множестве: а) Q ; б) Z ; в) N ; г) положительных чисел; д) неотрицательных чисел.



77 Вычисли устно. Что ты замечаешь?



78 Прочитай выражение, используя понятия обратного и противоположного числа. Устно найди значение выражения при $x = -2$.

- а) $\frac{1}{x}$; в) $-\frac{1}{x}$; д) $|-x|$; ж) $(-x)^2$;
 б) $-x$; г) $\frac{1}{-x}$; е) $-|x|$; з) $-x^2$.