



ИНФОРМАТИКА

Л. Л. Босова
А. Ю. Босова

8

к л а с с

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

УДК 373.167.1:004+004(075.3)
ББК 32.81я721
Б85

Учебник допущен к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, в соответствии с Приказом Министерства просвещения Российской Федерации № 858 от 21.09.2022 г.

Издание выходит в pdf-формате.

Босова, Людмила Леонидовна.

Б85 Информатика : 8-й класс : базовый уровень : учебник :
издание в pdf-формате / Л. Л. Босова, А. Ю. Босова. — 5-е изд.,
перераб. — Москва : Просвещение, 2023. — 272 с. : ил.
ISBN 978-5-09-110058-7 (электр. изд.). — Текст: электронный.
ISBN 978-5-09-102543-9 (печ. изд.).

Учебник входит в состав УМК по информатике для 7–9 классов, включающего авторскую программу, учебники, электронные приложения, методическое пособие, рабочие тетради, сборники задач и другие компоненты. УМК может использоваться после вводного курса информатики в 5–6 классах или полностью самостоятельно обеспечивать освоение обязательного курса информатики в 7–9 классах, поддерживая базовую (1 ч/нед.) модель изучения предмета на уровне основного общего образования. Содержание учебника структурировано по темам «Системы счисления», «Элементы математической логики» (тематический раздел «Теоретические основы информатики»), «Основы алгоритмизации», «Начала программирования» (тематический раздел «Алгоритмы и программирование»). Теоретический материал поддержан развёрнутым аппаратом организации усвоения изучаемого материала, направленным на достижение обучающимися личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов, обеспечивающим подготовку школьников к государственной итоговой аттестации по информатике в форме основного государственного экзамена (ОГЭ). Выдержан принцип инвариантности к конкретным моделям компьютеров и версиям программного обеспечения. Соответствует ФГОС ООО и Примерной рабочей программе по информатике для основного общего образования.

УДК 373.167.1:004+004(075.3)
ББК 32.81я721

Учебное издание

Босова Людмила Леонидовна, Босова Анна Юрьевна

ИНФОРМАТИКА

8 класс

Базовый уровень

Учебник

Центр развития углублённого и профильного образования,
функциональной грамотности, технологии и ИКТ-компетенций

Ответственный за выпуск *О. Полежаева*

Ведущий редактор *О. Полежаева*. Художественное оформление *Е. Чайко*

Технический редактор *Е. Денюкова*. Корректор *О. Шутова*

Компьютерная вёрстка *Л. Катуриковой*

Дата подписания к использованию 14.08.2023. Формат 70×100/16.

Усл. печ. л. 22,1. Тираж экз. Заказ .

Акционерное общество «Издательство «Просвещение», Российская Федерация, 127473,
г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, помещение 1Н.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — vopros@prosv.ru

ISBN 978-5-09-110058-7 (электр. изд.)
ISBN 978-5-09-102543-9 (печ. изд.).

© АО «Издательство «Просвещение»,
2020, 2023

© Художественное оформление.
АО «Издательство «Просвещение»,
2020, 2023

Все права защищены

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Глава 1. Системы счисления	5
§ 1.1. Общие сведения о системах счисления	5
§ 1.2. Двоичная система счисления	14
§ 1.3. Системы счисления, родственные двоичной	22
§ 1.4. Системы счисления и представление информации в компьютере	30
Тестовые задания для самоконтроля	36
Глава 2. Элементы математической логики	39
§ 2.1. Высказывания и логические связки	39
§ 2.2. Логические операции и логические выражения	47
§ 2.3. Таблицы истинности логических выражений	59
§ 2.4. Логические элементы	64
Тестовые задания для самоконтроля	70
Глава 3. Основы алгоритмизации	73
§ 3.1. Алгоритмы и исполнители	73
§ 3.2. Способы записи алгоритмов	86
§ 3.3. Объекты алгоритмов	93
§ 3.4. Алгоритмическая конструкция «следование». Линейные алгоритмы	103
§ 3.5. Алгоритмическая конструкция «ветвление». Разветвляющиеся алгоритмы	111
§ 3.6. Алгоритмическая конструкция «повторение». Циклические алгоритмы	118
Тестовые задания для самоконтроля	137
Глава 4. Начала программирования на языке Паскаль	146
§ 4.1. Общие сведения о языке программирования Паскаль	146
§ 4.2. Организация ввода и вывода данных	154
§ 4.3. Программирование линейных алгоритмов	162

§ 4.4. Программирование разветвляющихся алгоритмов	173
§ 4.5. Программирование циклических алгоритмов	182
Тестовые задания для самоконтроля	196
Глава 5. Начала программирования на языке Python	202
§ 5.1. Общие сведения о языке программирования Python	202
§ 5.2. Организация ввода и вывода данных	212
§ 5.3. Программирование линейных алгоритмов	222
§ 5.4. Программирование разветвляющихся алгоритмов	234
§ 5.5. Программирование циклических алгоритмов	242
Тестовые задания для самоконтроля	256
Ключи к тестовым заданиям для самоконтроля	260
Ответы к вопросам и заданиям для самостоятельной подготовки	262
Приложение 1. Отладка программ в PascalABC.NET	267
Приложение 2. Некоторые операторы библиотеки GraphABC в PascalABC.NET	269
Приложение 3. Некоторые операторы модуля Graph в Python	270

Глава 1

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

§ 1.1

Общие сведения о системах счисления

Ключевые слова:

- система счисления
- цифра
- алфавит
- непозиционная система счисления
- позиционная система счисления
- основание
- развёрнутая форма записи числа
- свёрнутая форма записи числа

1.1.1. История систем счисления

Как только люди начали считать (а это произошло ещё в каменном веке), у них появилась потребность в записи чисел.

Система счисления — это знаковая система, определяющая правила записи чисел. Знаки, с помощью которых записываются числа, называются **цифрами**, а их совокупность — **алфавитом системы счисления**.



В любой системе счисления цифры служат для обозначения чисел, называемых *узловыми*; остальные числа (*алгоритмические*) получаются из узловых чисел в результате некоторых операций.

Системы счисления различаются выбором узловых чисел и способами образования алгоритмических чисел. Можно выделить следующие виды систем счисления:

- 1) унарная система;
- 2) непозиционные системы;
- 3) позиционные системы.

Находки археологов на стоянках первобытных людей свидетельствуют о том, что первоначально количество предметов отображалось равным количеством каких-либо значков: зарубок, чёрточек, точек. Такая система записи чисел называется *унарной* (единичной), так как любое число в ней образуется путём повторения одного знака, символизирующего единицу.

Отголоски унарной системы счисления встречаются и сегодня. Сами того не осознавая, ею пользуются малыши, показывая на пальцах свой возраст; унарная система счисления (счётные палочки) используется для обучения детей счёту; её можно разглядеть в индикаторах уровня звукового сигнала в современных аудиосистемах.

Унарная система — не самый удобный способ записи чисел. Записывать таким образом большие количества утомительно, да и записи при этом получаются очень длинными. С течением времени возникли иные, более экономичные системы счисления.

Примерно в третьем тысячелетии до нашей эры египтяне придумали числовую систему, в которой для обозначения узловых чисел 1, 10, 100 и т. д. были предусмотрены специальные значки — иероглифы. Вот они (рис. 1.1).



Рис. 1.1. Алфавит египетской системы счисления

Все остальные (алгоритмические) числа составлялись из этих узловых чисел при помощи операции сложения. Например, чтобы изобразить число 3252, рисовали три цветка лотоса (три тысячи), два свёрнутых пальмовых листа (две сотни), пять дуг (пять десятков) и два шеста (две единицы). Величина числа не зависела от того, в каком порядке располагались составляющие его знаки: их можно было записывать сверху вниз, справа налево или вперемешку.



Система счисления называется **непозиционной**, если в ней количественный эквивалент (значение) цифры не зависит от её положения (места, позиции) в записи числа.

Примером непозиционной системы счисления, которая сохранилась до наших дней, может служить система счисления, придуманная более двух с половиной тысяч лет назад в Древнем Риме.

В основе римской системы счисления лежат узловые числа 1, 5, 10, 50, 100, 500 и 1000, обозначаемые соответственно знаками I (один палец), V (раскрытая ладонь), X (две сложенные ладони), L, C, D и M (рис. 1.2).

**Рис. 1.2.** Римские цифры

Запись алгоритмических чисел получается путём сложения и вычитания узловых чисел с учётом следующего правила: значение каждого меньшего знака, поставленного слева от большего, вычитается из значения большего знака; значение каждого меньшего знака, поставленного справа от большего, прибавляется к значению большего знака.

Например, запись IX обозначает число 9, а запись XI — число 11. Десятичное число 99 имеет такое представление:

$$XCIX = \underbrace{-10}_{\text{от } 100} + \underbrace{100}_{\text{от } 100} - \underbrace{1}_{\text{от } 10} + \underbrace{10}_{\text{от } 10}$$

В наши дни любую из римских цифр предлагается использовать в записи одного числа не более трёх раз подряд (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Запись чисел в римской системе счисления

Единицы	Десятки	Сотни	Тысячи
1 I	10 X	100 C	1000 M
2 II	20 XX	200 CC	2000 MM
3 III	30 XXX	300 CCC	3000 MMM
4 IV	40 XL	400 CD	
5 V	50 L	500 D	
6 VI	60 LX	600 DC	
7 VII	70 LXX	700 DCC	
8 VIII	80 LXXX	800 DCCC	
9 IX	90 XC	900 CM	

Таблица 1.1 позволяет быстро и правильно записать в римской системе счисления любое целое число от 1 до 3999. Чтобы это сделать, для цифр, стоящих в разрядах тысяч, сотен, десятков и единиц исходного числа, по таблице подбираются и выписываются в порядке следования соответствующие кодовые группы. Для того

чтобы записать числа, бóльшие 3999, применяют специальные правила, но знакомство с ними выходит за рамки нашего курса.

Римскими цифрами пользовались очень долго. Ещё 200 лет назад в деловых бумагах числа должны были обозначаться римскими цифрами (считалось, что обычные арабские цифры легко подделать). Римская система счисления сегодня используется в основном для наименования знаменательных дат, томов, разделов и глав в книгах.



Наряду с иероглифическими в древности широко применялись алфавитные системы счисления, в которых числа изображались буквами алфавита. Так, в Древней Греции числа 1, 2, ..., 9 обозначали первыми девятью буквами греческого алфавита: $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 3$ и т. д. Для обозначения десятков применялись следующие девять букв: $\iota = 10$, $\kappa = 20$, $\lambda = 30$, $\mu = 40$ и т. д. Для обозначения сотен использовались последние девять букв: $\rho = 100$, $\sigma = 200$, $\tau = 300$ и т. д.

Алфавитной нумерацией пользовались также южные и восточные славянские народы (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Славянский цифровой алфавит

Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент
Ѧ	Аз	1	Ѧ	И	10	Ѧ	Рцы	100
Ѣ	Веди	2	Ѣ	Како	20	Ѣ	Слово	200
Ѧ	Глаголь	3	Ѣ	Люди	30	Ѣ	Твердо	300
Ѧ	Добро	4	Ѣ	Мыслете	40	Ѣ	Ук	400
Ѣ	Есть	5	Ѣ	Наш	50	Ѣ	Ферт	500
Ѣ	Зело	6	Ѣ	Кси	60	Ѣ	Хер	600
Ѣ	Земля	7	Ѣ	Он	70	Ѣ	Пси	700
Ѣ	Иже	8	Ѣ	Покой	80	Ѣ	Омега	800
Ѣ	Фита	9	Ѣ	Червь	90	Ѣ	Цы	900

Над буквой, обозначающей цифру (или над всем числом), ставился специальный значок (тѣтло). Например, если записать в славянской нумерации числа 55, 288, 1 и 498, то можно прочитать фразу:

нѣ спи, а ѣчи

Для записи тысяч, десятков тысяч, сотен тысяч и т. д. использовались те же буквы, что и для чисел 1–9, но с добавленными к ним специальными значками (рис. 1.3).



Рис. 1.3. Славянская алфавитная нумерация

В России славянская нумерация сохранялась до конца XVII века. При Петре I возобладала арабская нумерация, которой мы пользуемся и сейчас. Славянская нумерация сохранилась только в богослужебных книгах.

1.1.2. Позиционные системы счисления

Рассмотренные нами иероглифические и алфавитные системы счисления имели один существенный недостаток — в них было очень трудно выполнять арифметические операции. Этого неудобства нет у позиционных систем.

Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент (значение) цифры зависит от её положения (места, позиции, разряда) в записи числа.

Основные достоинства любой позиционной системы счисления — простота выполнения арифметических операций и ограниченное количество символов, необходимых для записи любых чисел.



Знаменитый французский математик, механик, физик и астроном Пьер-Симон Лаплас (1749–1827) такими словами оценил «открытие» позиционной системы счисления: «Мысль выражать все числа немногими знаками, придавая им значение по форме, ещё значение по месту, настолько проста, что именно из-за этой простоты трудно оценить, насколько она удивительна».

Десятичная система записи чисел, которой мы привыкли пользоваться в повседневной жизни, с которой мы знакомы с детства, в которой производим все наши вычисления, — пример позиционной системы счисления.

Алфавит десятичной системы составляют цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

У позиционной системы счисления есть основание. Основание десятичной системы — число 10; степени основания определяют «веса» позиций (разрядов) в записи числа. Из двух одинаковых цифр, находящихся в записи числа рядом, левая цифра имеет в 10 раз большее значение, чем правая.

Пример 1

В десятичном числе $355 = 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 5 \cdot 1$ цифры 5, находящиеся в разных позициях, имеют различные количественные значения: 5 десятков и 5 единиц.

Алгоритмические числа образуются в десятичной позиционной системе счисления следующим образом: значения цифр умножаются на «веса» соответствующих позиций (разрядов) и все полученные произведения складываются. Это отчётливо прослеживается в числительных русского языка, например: «три-ста пять-десят пять».

Арифметические действия над десятичными числами выполняются с помощью достаточно простых операций, в основе которых лежат известные каждому школьнику таблицы умножения и сложения, а также правило переноса: если в результате сложения двух цифр получается число, которое больше или равно 10, то оно записывается с помощью нескольких цифр, находящихся на соседних позициях.



Потребовалось много тысячелетий, чтобы люди научились называть и записывать числа так, как это делаем мы с вами. Начало этому было положено в Древнем Египте и Вавилоне. Дело в основном завершили индийские математики в V–VII веках нашей эры. Важным достижением индийской науки было введение особого обозначения для пропуска разрядов — нуля. Арабы, познакомившись с этой нумерацией первыми, по достоинству её оценили, усвоили и перенесли в Европу. Получив название арабской, эта система в XII веке нашей эры распространилась по всей Европе и, будучи проще и удобнее остальных систем счисления, быстро их вытеснила и стала использоваться повсеместно.

Существует множество позиционных систем счисления. Позиционная система счисления определяется основанием, в качестве которого можно использовать произвольное целое число $q > 1$. Алфавитом позиционной системы счисления с основанием q служат числа $0, 1, \dots, q - 1$, каждое из которых может быть записано с помощью одного уникального символа; младшей цифрой всегда является 0.

В позиционной системе счисления с основанием q любое неотрицательное целое число может быть представлено в виде

$$A_q = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_0 \cdot q^0. \quad (1)$$

Здесь:

A — число;

q — основание системы счисления;

a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество разрядов числа;

q^i — «вес» i -го разряда.

Запись числа по формуле (1) называется **развёрнутой формой** записи. **Свёрнутой формой** записи числа называется его представление в виде $a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0$.



Пример 2

Рассмотрим десятичное число 4351. Его свёрнутая форма записи настолько привычна, что мы не замечаем, как в уме переходим к развёрнутой записи, умножая цифры числа на «веса» разрядов и складывая полученные произведения:

$$4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0.$$



Чтобы перевести число из позиционной системы счисления с основанием q в десятичную систему счисления, необходимо записать исходное число в развёрнутой форме и вычислить значение получившегося арифметического выражения.

Пример 3

Переведём в десятичную систему счисления число 1423_5 , представленное в системе счисления с основанием 5.

Построим развёрнутую запись числа 1423_5 :

$$1423_5 = 1 \times 5^3 + 4 \times 5^2 + 2 \times 5^1 + 3 \times 5^0$$

Вычислим значение выражения:

$$1 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0 = 125 + 100 + 10 + 3 = 238.$$

Итак, $1423_5 = 238_{10}$.

САМОЕ ГЛАВНОЕ

Система счисления — это знаковая система, определяющая правила записи чисел. Знаки, с помощью которых записываются числа, называются цифрами, а их совокупность — алфавитом системы счисления.

Система счисления называется непозиционной, если количественный эквивалент (значение) цифры не зависит от её положения (места, позиции) в записи числа.

Система счисления называется позиционной, если количественный эквивалент (значение) цифры зависит от её положения (места, позиции, разряда) в записи числа.

Позиционная система счисления определяется основанием, в качестве которого можно использовать произвольное целое число $q > 1$. Алфавитом позиционной системы счисления с основанием q служат числа $0, 1, \dots, q-1$, каждое из которых может быть записано с помощью одного уникального символа; младшей цифрой всегда является 0.

В позиционной системе счисления с основанием q любое неотрицательное целое число может быть представлено в развёрнутой форме:

$$A_q = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_0 \cdot q^0.$$

Здесь:

A — число;

q — основание системы счисления;

a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество разрядов числа;

q^i — «вес» i -го разряда.

Чтобы перевести число из позиционной системы счисления с основанием q в десятичную систему счисления, необходимо записать исходное число в развёрнутой форме и вычислить значение получившегося арифметического выражения.

Вопросы и задания



1. Найдите дополнительную информацию об унарной, позиционных и непозиционных системах счисления. Чем они различаются? Приведите примеры.
2. Выясните с помощью Интернета, как слова «тьма», «легион», «леодр», «вран», «колода» связаны с темой «Системы счисления» и что они обозначают.
3. На постаменте памятника Петру I в Санкт-Петербурге римскими цифрами записан год открытия памятника: MDCCCLXXXII. В каком году был открыт этот памятник?
4. Как вы считаете, почему позиционные системы счисления с основаниями 5, 10, 12 и 20 называют системами счисления анатомического происхождения?
5. Как от свёрнутой формы записи десятичного числа перейти к его развёрнутой форме?
6. Запишите в развёрнутой форме числа:
 - а) 143511_{10} ;
 - б) 143511_8 ;
 - в) 143511_{16} .
7. Вычислите десятичные эквиваленты следующих чисел:
 - а) 172_8 ;
 - б) 219_{16} ;
 - в) 101010_2 ;
 - г) 243_6 .
8. Укажите, какое из чисел 110011_2 , 111_4 , 35_8 и 16_{16} является:
 - а) наибольшим;
 - б) наименьшим.



9. Укажите минимальное основание системы счисления, в которой могут быть записаны числа 123, 222, 111, 241. Определите десятичный эквивалент данных чисел в найденной системе счисления.
10. Верны ли следующие равенства?
 - а) $33_4 = 21_7$;
 - б) $33_7 = 21_4$.
11. Найдите основание x системы счисления, если:
 - а) $14_x = 9_{10}$;
 - б) $2002_x = 130_{10}$.
12. Какое двузначное в десятичной системе счисления число окажется «круглым» (с двумя нулями в конце) в пятеричной системе счисления? Если таких чисел несколько, то перечислите их все.
13. Постройте граф, отражающий разновидности систем счисления.

§ 1.2

Двоичная система счисления

Ключевые слова:

- двоичная система счисления
- «веса» двоичных разрядов
- алфавит двоичной системы счисления
- двоичная арифметика

1.2.1. Двоичные числа и их перевод в десятичную систему счисления



Двоичной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием 2.

Для записи чисел в двоичной системе счисления используются только две цифры: 0 и 1.

Для работы с двоичными числами надо знать «веса» двоичных разрядов (табл. 1.3).

Таблица 1.3

Степени числа 2

n	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
2^n	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Любое двоичное число можно записать в развёрнутой форме. Запишем, например, в развёрнутой форме двоичное число 10011_2 :

$$10011_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0.$$

Эту запись можно сделать проще, если не включать в сумму слагаемые с нулевыми сомножителями и не писать сомножители, равные 1. Другими словами, достаточно включать в развёрнутую запись только степени двойки, соответствующие единичным коэффициентам:

$$10011_2 = 2^4 + 2^1 + 2^0.$$

Такая форма записи «подсказывает» правило перевода целых двоичных чисел в десятичную систему счисления: необходимо вычислить сумму степеней двойки, соответствующих единицам в свёрнутой форме записи двоичного числа:

$$10011_2 = 2^4 + 2^1 + 2^0 = 16 + 2 + 1 = 19_{10}.$$



1.2.2. Перевод целых чисел из десятичной системы счисления в двоичную

Переводить небольшие целые числа (например, от 0 до 1024) в двоичную систему счисления можно с помощью таблицы степеней числа 2. Рассмотрим этот способ на примере числа 684.

Наша задача — представить число 684 в виде суммы степеней числа 2. Начнём с наибольшей степени числа 2, не превышающей исходное число. Очевидно, это 512. Запишем:

$$684 = 512 + 172.$$

Подберём для числа 172 наибольшую степень числа 2, не превышающую число 172. Очевидно, это 128. Запишем:

$$684 = 512 + 128 + 44.$$

Продолжив аналогичные рассуждения, получим:

$$684 = 512 + 128 + 32 + 8 + 4.$$

Воспользуемся уже знакомой вам таблицей степеней двойки и добавим в неё строку, в которую впишем 1, если соответствующее значение степени вошло в записанную выше сумму, и 0 — в противном случае.

n	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
2^n	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
A_2	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0

Выпишем все полученные нули и единицы слева направо — это и будет двоичная запись числа 648:

$$A_2 = 01010101100_2, \text{ или } 1010101100_2.$$

Нули, стоящие левее первой единицы, являются незначащими, их можно удалять из записи двоичного числа.

Рассмотрим ещё один способ перевода целых чисел из десятичной системы счисления в двоичную, основанный на операции деления с остатком.

На основании формулы (1) для неотрицательных целых двоичных чисел можно записать:

$$a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0 = a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_0 \cdot 2^0. \quad (1')$$

Разделим $a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_0 \cdot 2^0$ на 2. Неполное частное будет равно $a_{n-1} \cdot 2^{n-2} + a_{n-2} \cdot 2^{n-3} + \dots + a_1$, а остаток будет равен a_0 .

Полученное частное опять разделим на 2, остаток от деления будет равен a_1 .

Если продолжить этот процесс деления, то на n -м шаге получим набор цифр:

$$a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1},$$

которые входят в двоичное представление исходного числа и совпадают с остатками при его последовательном делении на 2. Но эти цифры в исходном числе были записаны справа налево. Мы получили правило перевода целых десятичных чисел в двоичную систему счисления.



Для перевода целого десятичного числа в двоичную систему счисления нужно последовательно выполнять деление данного числа и получаемых неполных частных на 2 до тех пор, пока не получим неполное частное, равное нулю. Представление исходного числа в двоичной системе счисления образуется путём последовательной записи полученных остатков, начиная с последнего.

Переведём по этому правилу в двоичную систему счисления десятичное число 11:

$$\begin{array}{l} 11 : 2 = 5 \text{ (ост. 1)} \\ 5 : 2 = 2 \text{ (ост. 1)} \\ 2 : 2 = 1 \text{ (ост. 0)} \\ 1 : 2 = 0 \text{ (ост. 1)} \end{array} \quad \uparrow$$

Выписав все остатки, начиная с последнего, получим двоичную запись исходного десятичного числа:

$$11_{10} = 1011_2.$$

Записывать рассмотренную выше последовательность действий (алгоритм перевода) можно и «уголком»:

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 2} \\ \underline{10} 5 2 \\ 1 4 2 2 \\ 1 2 1 2 \\ 0 0 0 \\ 1 \end{array}$$

Выписывая остатки от деления в направлении, указанном стрелкой, получим тот же результат: $11_{10} = 1011_2$.

Рассмотрим ещё один, более компактный способ записи перевода чисел из десятичной системы в двоичную. Его можно использовать при переводе больших (например, трёхзначных) чисел:

363	181	90	45	22	11	5	2	1	0
1	1	0	1	0	1	1	0	1	

$363_{10} = 101101011_2$

1.2.3. Двоичная арифметика

Арифметика двоичной системы счисления основывается на использовании следующих таблиц сложения и умножения:

+	0	1			×	0	1
0	0	1			0	0	0
1	1	10			1	0	1

Таблица двоичного сложения предельно проста. $1 + 1 = 10$, поэтому 0 остаётся в младшем разряде, а 1 переносится в старший разряд.

Пример 1

Рассмотрим примеры сложения чисел в двоичной системе счисления.



		1	0	0	1				1	1	1	1	
	+	1	0	1	0							1	
		1	0	0	1	1			1	0	0	0	0

$$1001_2 + 1010_2 = 10011_2; \quad 1111_2 + 1_2 = 10000_2.$$

Операция умножения двоичных чисел выполняется по обычной схеме, применяемой в десятичной системе счисления, с последовательным умножением множимого на очередную цифру множителя.

Пример 2

Выполним умножение двоичных чисел 1011_2 и 101_2 :



			1	0	1	1	
		×		1	0	1	
			1	0	1	1	
	+		1	0	1	1	
		1	0	1	1		
		1	1	0	1	1	1

$$1011_2 \cdot 101_2 = 110111_2.$$

Таким образом, в двоичной системе счисления умножение сводится к сдвигам множимого и сложениям.

Вычитание, как и сложение, выполняется «столбиком». Очевидно, что:

$$0 - 0 = 0,$$

$$1 - 0 = 1,$$

$$1 - 1 = 0.$$

Но что получится, если необходимо вычесть из нуля единицу?

В аналогичной ситуации в десятичной системе счисления мы занимаем единицу в старшем разряде. Так же надо поступать и в двоичной системе счисления. При этом надо помнить, что в двоичной системе счисления единица старшего разряда образуется из двух единиц соседнего с нею младшего разряда.

Таблица вычитания в двоичной системе счисления будет иметь вид

-	0	1	
0	0	•1	
1	1	0	

Пример 3

Выполним вычитание двоичных чисел 10101_2 и 1010_2 :

		1		1	
	•1	0	•1	0	1
-		1	0	1	0
		1	0	1	1

$$10101_2 - 1010_2 = 1011_2.$$

Деление двоичных чисел сводится к операциям сравнения и вычитания и оформляется «уголком».

Пример 4

Разделим число 110110_2 на 110_2 :

	1	1	0	1	1	0	1	1	0
-	1	1	0				1	0	0
				1	1	0			
				1	1	0			
					0				

$$110110_2 : 110_2 = 1001_2.$$



Правильность выполнения арифметических операций в двоичной системе счисления вы всегда можете проверить, переводя в десятичную систему двоичные операнды и полученный результат.



Как известно, компьютеры работают с информацией, представленной в двоичном коде. Исходя из этого, естественно было бы предположить, что именно конструкторы электронных вычислительных машин придумали и двоичную систему счисления. Но это не так. Двоичная система счисления с 0 и 1 была описана выдающимся немецким философом и математиком Готфридом Лёйбницем (1646–1716) и несколько веков не представляла никакой практической ценности. Сегодня она является основой нашего цифрового окружения.

САМОЕ ГЛАВНОЕ

Двоичной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием 2. Для записи чисел в двоичной системе счисления используются только две цифры: 0 и 1.

Для работы с двоичными числами надо знать «веса» двоичных разрядов — степени числа 2:

n	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
2^n	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Для перевода двоичных чисел в десятичную систему счисления достаточно вычислить сумму степеней двойки, соответствующих единицам в свёрнутой форме записи двоичного числа.

Для перевода целого десятичного числа в двоичную систему счисления нужно последовательно выполнять деление данного числа и получаемых неполных частных на 2 до тех пор, пока не получим частное, равное нулю. Представление исходного числа в двоичной системе счисления образуется путём последовательной записи полученных остатков, начиная с последнего.

Арифметические операции в двоичной системе счисления выполняются по тем же правилам, что и в десятичной системе счисления.

**Вопросы и задания**

1. Вычислите десятичные эквиваленты двоичных чисел:
 - а) 111_2 ;
 - б) 1010_2 ;
 - в) 11011_2 .
2. В некоторый момент времени в пробирке находилась 1 бактерия. Известно, что каждую секунду бактерий в пробирке становится вдвое больше. Сколько их будет через 12 секунд?
3. Переведите целые числа из десятичной системы счисления в двоичную:
 - а) 89;
 - б) 600;
 - в) 2020.
4. Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа?
 - а) 128;
 - б) 129;
 - в) 255.
5. Сколько значащих нулей в двоичной записи десятичного числа?
 - а) 126;
 - б) 127;
 - в) 128.
6. Найдите сумму двоичных чисел. Результат запишите в десятичной системе счисления.
 - а) $101010 + 1101$;
 - б) $1010 + 1010$;
 - в) $10101 + 111$.
7. Найдите произведение двоичных чисел. Результат запишите в десятичной системе счисления.
 - а) $1010 \cdot 11$;
 - б) $111 \cdot 101$;
 - в) $1010 \cdot 111$.
8. Найдите разность двоичных чисел. Результат запишите в десятичной системе счисления.
 - а) $10101 - 101$;
 - б) $10101 - 1101$;
 - в) $10101 - 1111$.

9. Найдите частное двоичных чисел. Результат запишите в десятичной системе счисления.
- $101101 : 101$;
 - $1001000 : 1001$;
 - $1111001 : 1011$.
10. Расставьте знаки арифметических операций так, чтобы были верны следующие равенства в двоичной системе:
- $1100 ? 11 ? 100 = 100000$;
 - $1100 ? 10 ? 10 = 100$;
 - $1100 ? 11 ? 100 = 0$.
11. Какими преимуществами и недостатками обладает двоичная система счисления по сравнению с десятичной?

§ 1.3

Системы счисления, родственные двоичной

Ключевые слова:

- восьмеричная система счисления
- шестнадцатеричная система счисления
- двоичная триада
- двоичная тетрада

1.3.1. Восьмеричная система счисления



Восьмеричной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием 8.

Для записи чисел в восьмеричной системе счисления используются цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

На основании формулы (1) для целого восьмеричного числа можно записать:

$$a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0 = a_{n-1} \cdot 8^{n-1} + a_{n-2} \cdot 8^{n-2} + \dots + a_0 \cdot 8^0. \quad (1'')$$

$$\text{Например: } \overset{3}{1}\overset{2}{0}\overset{6}{3}\overset{1}{0}_8 = 1 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 563_{10}.$$

Таким образом, для перевода целого восьмеричного числа в десятичную систему счисления следует перейти к его развёрнутой записи и вычислить значение получившегося выражения.



Для перевода целого десятичного числа в восьмеричную систему счисления надо последовательно выполнять деление данного числа и получаемых неполных частных на 8 до тех пор, пока не получим неполное частное, равное нулю. Представление исходного числа в восьмеричной системе счисления образуется путём последовательной записи полученных остатков, начиная с последнего.

Пример 1

Переведём десятичное число 103 в восьмеричную систему счисления:

$$\begin{array}{r}
 103 \overline{) 8} \\
 \underline{- 8} 12 8 \\
 \underline{- 23} 8 1 8 \\
 \underline{- 16} 4 0 8 \\
 7 1 0
 \end{array}$$

$$103_{10} = 147_8.$$

Между восьмеричной и двоичной системами счисления существует связь, основанная на том, что $8 = 2^3$.

Поставим в соответствие каждой восьмеричной цифре двоичную триаду — цепочку из трёх 0 и 1, имеющую такое же числовое значение, что и восьмеричная цифра (табл. 1.4).

Таблица 1.4

Восьмеричные цифры и их двоичное представление

Восьмеричная цифра	Двоичная триада
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111



Для перевода целого числа из восьмеричной системы счисления в двоичную достаточно заменить каждую восьмеричную цифру в записи числа на соответствующую ей двоичную триаду.

Пример 2

Переведём в двоичную систему счисления восьмеричное число 147_8 :



$$147_8 = 001\ 100\ 111_2.$$

Отбросив незначащие нули, получим:

$$147_8 = 1100111_2.$$

В том, что перевод выполнен правильно, нетрудно убедиться, если перевести полученное число в десятичную систему счисления:

$$\begin{aligned} 147_8 = 1100111_2 &= 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = \\ &= 64 + 32 + 4 + 2 + 1 = 103_{10}. \end{aligned}$$

Мы получили тот же результат, что и в примере 1.



Для перевода целого числа из двоичной системы счисления в восьмеричную достаточно разбить двоичную запись числа на триады справа налево и заменить каждую двоичную триаду на восьмеричную цифру.

Пример 3

Переведём в восьмеричную систему счисления двоичное число 1101101100_2 .



Это десятизначное число; 10 знаков нельзя разбить на группы по 3 знака. Дополним исходную двоичную запись до 12 знаков двумя незначащими нулями:

$$1101101100_2 = 001101101100_2.$$

Разобьём двоичную запись на триады:

$$001101101100_2 = 001\ 101\ 101\ 100_2.$$

Заменим триады восьмеричными цифрами:

$$001101101100_2 = 001\ 101\ 101\ 100_2 = 1554_8.$$

1.3.2. Шестнадцатеричная система счисления

Шестнадцатеричной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием 16.



Для записи чисел в шестнадцатеричной системе счисления используются цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Здесь только десять цифр из шестнадцати имеют общеизвестное обозначение 0, ..., 9. Для записи цифр с десятичными количественными эквивалентами 10, 11, 12, 13, 14, 15 используются первые пять букв латинского алфавита.

Таким образом, запись $3AF_{16}$ означает:

$${}^{210}3AF_{16} = 3 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 768 + 160 + 15 = 943_{10}.$$

Как видите, перевод шестнадцатеричного числа в десятичную систему счисления осуществляется через его развёрнутую запись. Обратный перевод (из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную) осуществляется путём деления на 16.

Пример 4

Переведём десятичное число 154 в шестнадцатеричную систему счисления:

$$\begin{array}{r|l} 154 & 16 \\ -144 & \\ \hline 10 & -9 \\ (A) & 0 \\ & 9 \\ & \hline & 0 \end{array}$$



$$154_{10} = 9A_{16}.$$

Связь между шестнадцатеричной и двоичной системами счисления основана на том, что $16 = 2^4$.

Поставим в соответствие каждой шестнадцатеричной цифре двоичную тетраду — цепочку из четырёх 0 и 1, имеющую такое же числовое значение, что и шестнадцатеричная цифра (табл. 1.5).