

Пётр Земсков

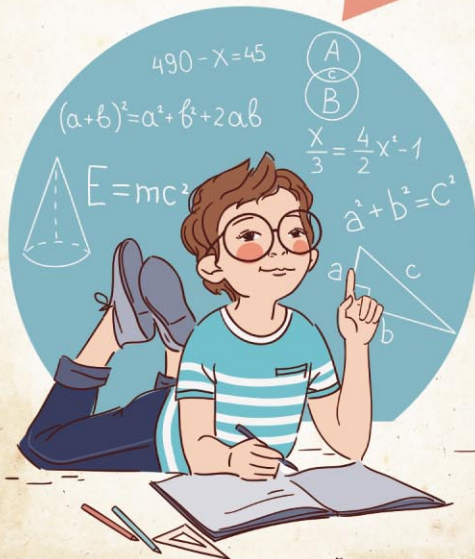
МАТЕМАТИКА И ФОКУСЫ

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ГОЛОВЛОМКИ
ДЛЯ РАЗВИТИЯ МОЗГА

$$\frac{FC}{FD} = \frac{64}{16}$$



$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 12 \\ \hline 24 \\ + 12 \\ \hline 144 \end{array}$$



$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$



$$x = ?$$



УДК 53
ББК 22.1
З 55

*В оформлении использованы материалы,
предоставленные Фотобанком Shutterstock,
Inc., Shutterstock.com*

Земсков, Пётр Александрович.

З 55 Математика и фокусы. Геометрические головоломки для развития мозга. — Москва : Издательство АСТ, 2022. — 224 с. : ил. — (Интеллектуальные игры и головоломки).

ISBN 978-5-17-137666-6

Вся наша жизнь — МАТЕМАТИКА. Математика — поэзия и музыка мысли! Математика это азарт и соперничество спорта, это секреты фокусов и волшебство магии!

В этой книге вы найдете увлекательные геометрические задачи-головоломки, которые вызовут интерес начинающих и опытных любителей математики. Практическая математика. Советы и рекомендации, не лишённые магии и юмора.

Пожалуй, это одна из редких книг, которая поможет взрослым и детям влюбиться в математику.

Вдохновение в геометрии нужно не меньше, чем в поэзии (А. С. Пушкин).

Все знают, что при решении головоломок развивается мозг, но мало кто знает, что развивается не только та его часть, что отвечает за решение математических задач, а весь мозг всесторонне, т. е. и те его отделы, которые руководят работой всего организма: нервной системой, внутренними органами и т.д. Налицо математическая терапия!!!

**УДК 53
ББК 22.1**

ISBN 978-5-17-137666-6

© ООО «Издательство АСТ», 2022

Оглавление

1. Соседские задачи	5
2. Невозможное — возможно.	11
3. Машины «баянистые» задачи.	20
4. Самый загадочный треугольник в геометрии	25
5. Легко ли быть пятиклассником?	36
6. Ты не поверишь!	44
7. Задачи народов мира	52
8. А вам слабо?	71
9. Задачи бывалого рыбака	79
10. Геометрическая стометровка.	89
11. Задачи по геометрии в трех словах.	93
12. Коварство «простеньких» задач из школьной геометрии. Скороговорки	96
13. Вот новый поворот	106
14. Прокачай мозг за 60 секунд	115
15. Есть ли математика без людей?	122
16. Математические задачи от великих писателей.	131
17. Как найти площадь Ленина?.	144
18. Побалуемся спичками?	154
19. От дворника до логиста. Задачи профессионалов	173
20. Задачи великих ученых	181
21. Загадки круга «Памяти Архимеда»	188
22. Эврика! Минута на обсуждение	198
23. Задачи для гениев геометрии	203
24. Поиграем в геометрию	214



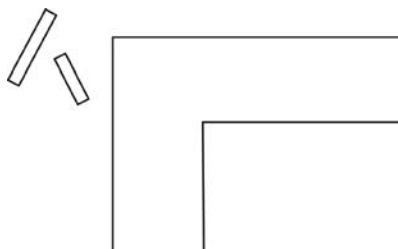
1. Соседские задачи

Кто-то думает, что геометрия есть только в школьном учебнике и в расписании уроков на неделю. А ведь она повсюду сопровождает человека с самого детства.

Как-то раз...

1) Весной я очень любил, как и многие мои ровесники, пускать самодельные кораблики в ручьях, которые текли по канавам вдоль улиц. И во время одной из таких забав я увидел условие настоящей геометрической задачи:

Вот ров с прямыми углами и две доски, длина каждой доски немного короче ширины рва. Как с помощью этих досок переправиться через ров? Ни гвоздей, ни молотка нет. Ров не перепрыгнуть, не переплыть.



2) Комната и пять стульев. Задача — расставить пять стульев в прямоугольной комнате так, чтобы у каждой стены стояло по два стула и все стулья располагались вдоль стен.

3) Как-то раз к нам домой пришел сосед Трофим Петрович и в руках держал круглую столешницу. Вот, говорит, проблема: купил столешницу, а не отмечено, куда крепить



ножку. «Тебе повезло, — отвечает мой отец. — Петя как раз заканчивает 7 класс, его знаний геометрии должно хватить, давай его попросим. Вот, сынок, задача: найти центр круга».

И мне, не без помощи отца, удалось найти центр этой столешницы абсолютно точно. Попробуйте и вы догадаться, как это можно сделать.



4) В этот же вечер Трофим Петрович пригласил нас с отцом пить чай за новым столом. Отец попросил кофе и говорит:

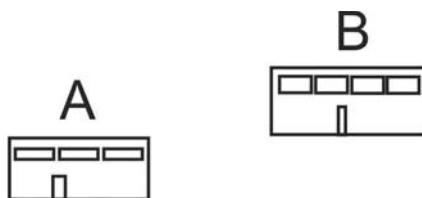
- Нет ли у тебя молока?
- Есть.
- Вот и замечательно.

Итак, слушай условие. Вот я беру ложку молока и выливаю в чашку с кофе, тщательно размешиваю, условимся считать, что равномерно. Теперь беру ложку получившегося напитка и выливаю в чашку с молоком.

Вопрос: чего больше — кофе в молоке или молока в кофе?

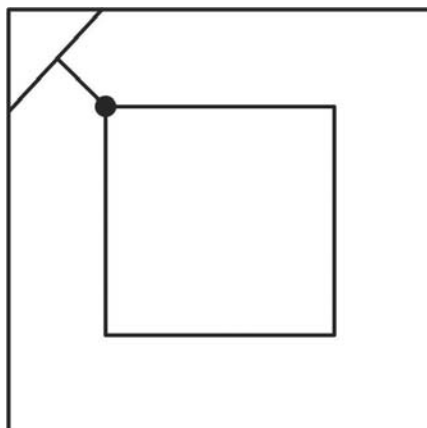
5) А профессия у нашего соседа была самая что ни на есть современная. Трофим Петрович был логист — специалист по транспортным потокам. И вот как-то раз, зная наше увлечение математическими задачами, он обратился за помощью. Вот, извольте, вашему вниманию условие и рисунок.

Вот железная дорога — на рисунке обозначена прямой линией. Вот склад А и склад В находятся по одну сторону от ж/д, но на разных расстояниях от нее. Нужно на ж/д установить станцию, где будет склад С, но сделать это нужно так, чтобы сумма отрезков АС и СВ (т. е. $AC + BC$) была наименьшей. Путь из А в С, а потом из С в В был наименьшим.

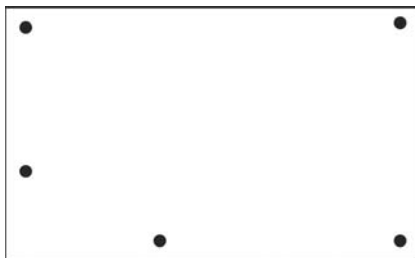


Ответы и решения «Соседских задач»

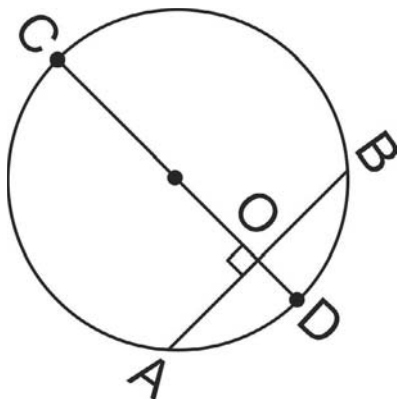
1) Вот расположение досок, которое позволит перейти через ров.



2) Три стула по углам и два по сторонам, прилегающим к пустому углу.



3) Найти центр круга. Проведем хорду АВ (хорда — это отрезок, соединяющий две точки на окружности) и построим серединный перпендикуляр CD — он и будет диаметром. А теперь с помощью циркуля и линейки найдем его середину. Это и будет центр круга.

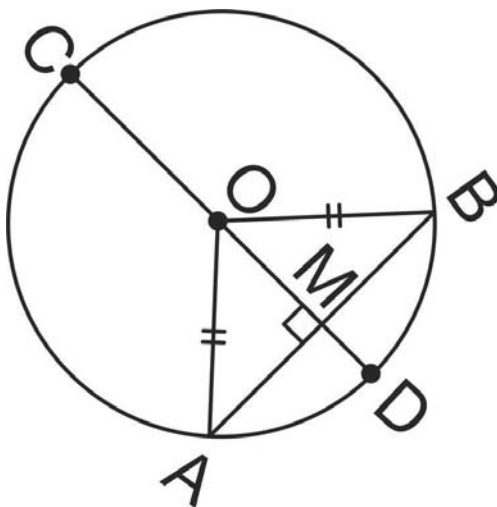


Доказательство:

$\triangle AOB$ — равнобедренный, так как OA и OB — радиусы $\Rightarrow$

OM — медиана и высота $\Rightarrow$ мы делаем вывод, что центр O лежит на серединном перпендикуляре и хорде AB . И ког-

да продлим OM , получим диаметр CD . Остается найти его середину.

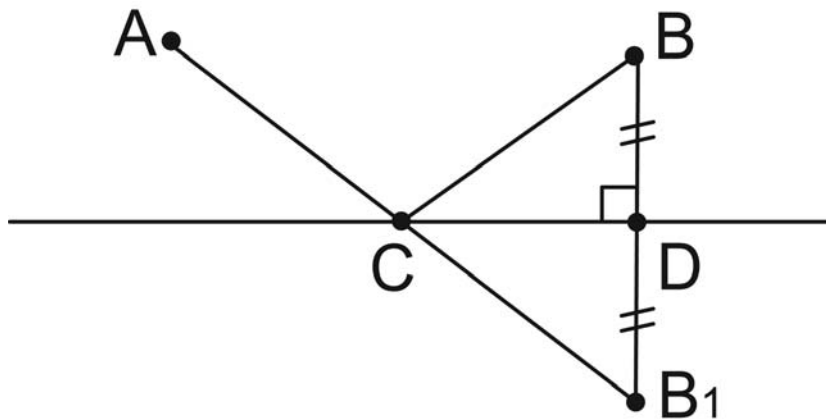


4) Представьте себе в чашке n ложек кофе, тогда при равномерном размешивании в каждую ложку кофе попало по одной капельке молока, т. е. n штук, а одна $(n + 1)$ -я капля осталась в той самой ложке, некогда полной молока. А место молочных капель, которые ушли в кофе, заняли такие же капли кофе. Вывод: в молоко попало столько кофе, сколько вылилось в кофе.

5) Где поставить точку C , чтобы $AC + CB$ было наименьшим? Что является кратчайшим расстоянием между точками? Расстояние по прямой. Опустим у точки B перпендикуляр BD на нашу прямую и отложим на его продолжении точку B_1 , такую, что $BD = DB_1$. Соединим точки A и B_1 . Получим на пересечении отрезка AB_1 и нашей прямой точку C . AB_1 — кратчайшее расстояние между точка-



ми A и B_1 . Отрезок $AB_1 = AC + CB_1$. Рассмотрим $\triangle BCB_1$. У него отрезок CD является медианой и высотой, следовательно, $\triangle BCB_1$ равнобедренный и $CB_1 = CB \Rightarrow AC + CB = AC + CB_1 \Rightarrow$ точка C — искомая точка.



2. Невозможное — возможно

Невозможное — возможно!

Невозможно? Не, возможно!

Почему «Математика и фокусы»? Я знаю точно: невозможное возможно. Это мои давние увлечения. Я учитель математики, и этим все сказано, а еще фокусник, известный в узких кругах))))).

Если перевести на английский, то прозвучит это так: math and magic, т. е. магия математики, волшебство математики.

И действительно, многие математические задачи и их решения не просто похожи на фокус, а являются настоящим чудом.

1) Вот и греческий математик Фалес Милетский поразил египетского фараона, когда измерил высоту пирамиды Хеопса без подъема на вершину пирамиды. По тем временам это было настоящим волшебством! Как ему это удалось?

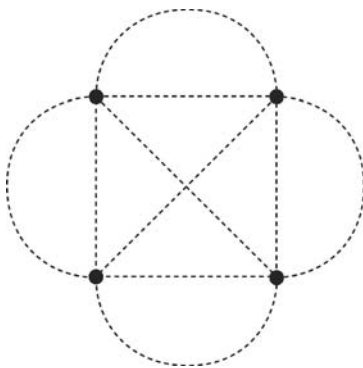
2) Как-то я спросил у своих учеников-пятиклассников: «Можно ли обойти у нас в школе все классы, не проходя дважды ни через одну дверь?»

И получил мгновенный ответ: нет, конечно, наше путешествие с таким условием оборвется да вот хотя бы в кабинете математики, ведь у него одна дверь, зайти и выйти придется через нее (не окном же пользоваться — мы на третьем этаже). Таким образом, чтобы условие выполнилось, необходимо иметь еще одну дверь.

Кажется, я начинаю делать подсказки, которые помогут ответить на следующий вопрос: сможете ли вы начертить

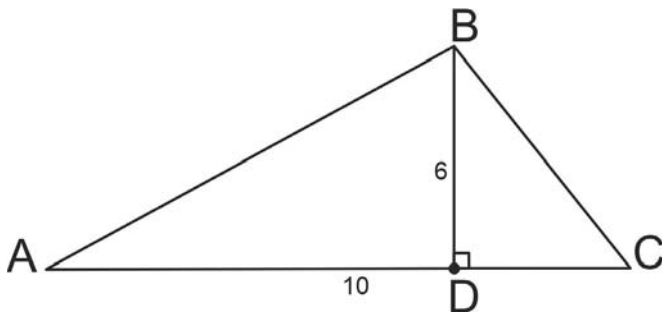


данную фигуру одним росчерком, не проводя дважды ни по одной линии и не отрывая руки? Вот вам чистый лист с пунктирными фигурками. Дерзайте!



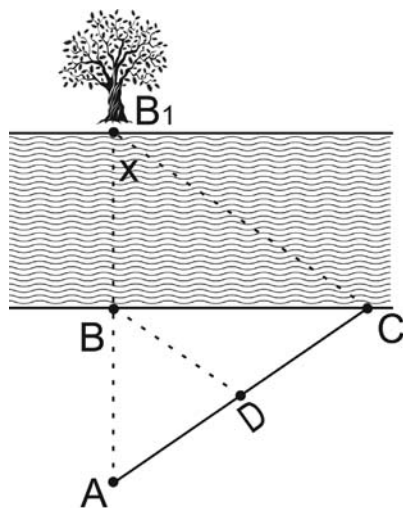
3) Задача, которую исключили из экзамена в Америке.

Эту задачу благополучно на протяжении десяти лет решали американские школьники на выпускных экзаменах. Но дети, учившиеся в российских школах и волею судьбы сдававшие экзамены в американских школах, не могли решить эту задачу. Заинтригованы? Вот условие: в прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10, а высота, проведенная из вершины прямого угла, — 6. Найти площадь этого треугольника.



4) А теперь просто фантастическая задача!!!

Однажды, подойдя к берегу реки, мой друг Джон Иваныч заявил: спорим, я вычислю ширину реки, т. е. найду расстояние от нашего берега до противоположного, как говорится, на кончике пера. И нарисовал на листке вот такой чертеж. Восстановите ход его мысли, если на нашем берегу можно выполнять любые измерительные действия, а на другой берег нет возможности перебраться.



5) Как вы думаете, что общего у комнаты, в которой вы живете, и у простого строительного кирпича? Вот что про свою комнату написала ученица челябинской школы Даша Иванова: «Не знаю, как вы, а я живу в параллелепипеде! У всех стены как стены, а у меня грани. Мой параллелепипед многогранен, как и мои таланты. Одна грань представляет собой прозрачный прямоугольник, из которого видны чудесные серые одинаковые девятиэтажные параллелепипеды нашего славного города. Над моей головой висит лю-



стра в точке пересечения диагоналей верхней грани моего параллелепипеда. У всех это называется углами, а у меня вершины, там чисто и тепло, там 90° . И плинтус прибит не к полу, а к четырем горизонтальным ребрам. Всем удачи в изучении геометрии».

Вот и кирпич — тоже параллелепипед. Комната — уникальный параллелепипед, внутри которого можно выполнять любые измерительные работы, например измерить длину его диагонали рулеткой. А как измерить диагональ кирпича? Именно измерить, а не вычислить.

Нарисовать стопку кирпичей.



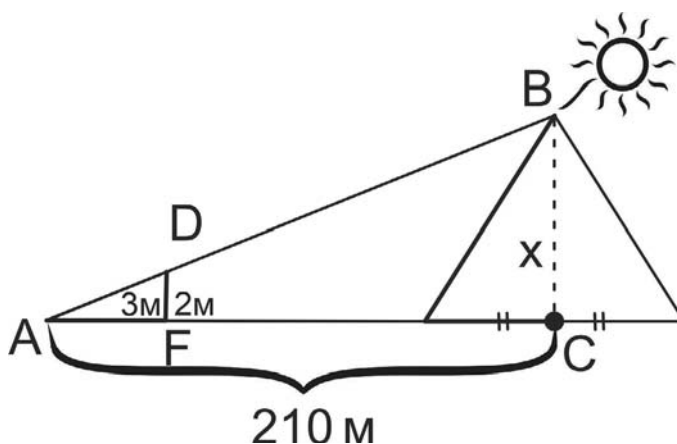
Ответы и решения

1) Фалес выбрал солнечный день для своих манипуляций. Приготовил двухметровый шест. Поставил шест так, чтобы концы тени от пирамиды и шеста совпали, и в этом месте мгновенно сделал отметку. А теперь внимание на рисунок.

Измеряем расстояние от конца тени А до основания шеста — 3 м, до основания высоты пирамиды — 210 м. Видим два подобных треугольника $\triangle ADF$ и $\triangle ABC \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{3}{210} \Rightarrow x = \frac{210 \cdot 2}{3} = 140$$

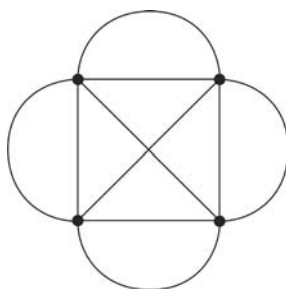
И вот вам задание для самостоятельной работы. А как вычислить расстояние от конца тени до основания высоты пирамиды, если это основание внутри?



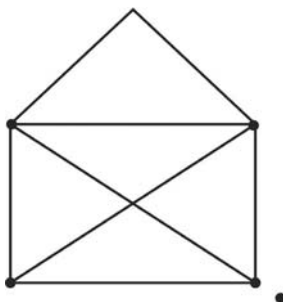
2) Эта задача — аналог задачи о кенигсбергских мостах, которую решил великий Леонард Эйлер. Он решал на примере островов и мостов. А мы решим на примере комнат и дверей или входов и выходов.

Итак, чтобы пройти комнату по нашему условию, для каждого входа должен быть и выход. Одним словом, комната должна иметь четное количество дверей. На нашем рисунке точки вершины играют роль комнат (у Эйлера это острова), а линии — двери (входы и выходы) (у Эйлера мосты). Смотрите: в наших вариантах-комнатах по пять дверей — нечетное количество. Вывод: эту фигуру невозможно начертить одним росчерком, не проводя дважды ни по одной линии.





Но возможно в случае, когда все вершины имеют четное количество входов-выходов, а две — нечетное. Тогда начинать движение нужно в одной из них, а заканчивать в другой. Вот самый известный пример: конвертик.



3) Задача, которую исключили из экзамена в Америке
Так эту задачу решает почти каждый:

$$S\Delta = \frac{ah}{2} \Rightarrow S\Delta = \frac{10 \cdot 6}{2} = 30. \text{ Но мы с вами предупреж-}$$

дены о подвохе!

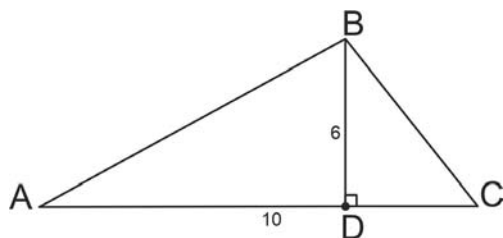
Вот что предложил один ученик восьмого класса: обозначить $CD = x$, тогда $AD = 10 - x$. Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее геометрическое для отрезков, на которые она делит гипотенузу $\Rightarrow x \cdot (10 - x) = 36$

$$x^2 - 10x + 36 = 0,$$

$D = 100 - 4 \cdot 36 < 0 \Rightarrow$ нет действительных корней.

Вывод: такого отрезка CD не существует.

Или иначе: выделим полный квадрат.



$$x^2 - 2 \cdot 5x + 25 + 9 = 0,$$

$$(x - 5)^2 + 9 = 0,$$

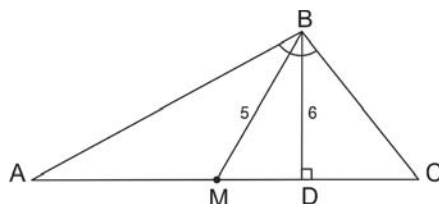
$(x - 5)^2 = -9$. Квадрат действительного числа не может быть отрицательным.

И снова делаем вывод, что с такими условиями треугольника не существует.

И наконец, способ без алгебры.

Проведем медиану из прямого угла. Она равна половине гипотенузы, т. е. $\frac{10}{2} = 5$. А теперь все внимание на $\triangle MBD$!

У него катет равен 6, а гипотенуза — 5, такого быть не может, так как она лежит напротив прямого угла, а катет — напротив острого. Вывод: такого треугольника не существует. Или иначе: перпендикуляр всегда короче наклонной, а здесь наоборот, снова вывод: такого не может быть.



4) Расстояние до недоступной точки. Ширина реки

Ход мыслей Джон Иваныча. Выбираем на другом берегу ориентир, например дерево. Выбираем точку наблюдения А, бросаем из нее взгляд прямую на ориентир B_1 , просим помощника установить точку пересечения этой прямой с нашим берегом — точку В (повторяем операцию провешивания прямой из 7 класса).

Теперь из точки А бросаем луч (взгляд) в любую точку нашего берега (точка С). Из точки С бросаем взгляд (луч) на ориентир B_1 , и величину $\angle B_1CB$ откладываем от луча ВС в сторону нашего берега, и на пересечении с АС получим точку D, так как $\angle B_1CB = \angle CBD$, а они накрест лежащие при прямых B_1C , BD и секущей BC, то $B_1C \parallel BD$ (по признаку параллельности), а значит, и соответственные углы равны, т. е. углы со звездочкой равны, а угол А общий для $\triangle ABD$ и $\triangle AB_1C$ (по двум углам) $\Rightarrow$ их стороны пропорциональны. Все, что на нашем берегу, можно измерить. Допустим, $AB = 12$ м; $AD = 7$ м; $AC = 28$ м. $AB_1 = x$. Составим пропорцию:

$$\frac{AB_1}{AB} = \frac{AC}{AD},$$

$$\frac{x}{12} = \frac{28}{7},$$

$$7x = 12 \cdot 28,$$

$$x = \frac{12 \cdot 28}{7},$$

$$x = 48 \text{ м.}$$

А теперь найдем ширину реки: $BB_1 = 48 - 12 = 36$ м.

Ответ: 36 м.



3. Мамины «баянистые» задачи

Зачем в книге «баянистые» задачи

В детстве я ходил на курсы игры на баяне. Странно, какое отношение имеет баян к математике? Все просто. Сейчас будут мамини задачи, многие из которых «баянистые». Вроде бы их все знают. Но на уроках в школе я столкнулся с тем, что многие дети не слышали об этих головоломках и задачках на сообразительность. Лет 15–20 я на устном счете их не задавал, полагая, что они всем известны. Однако в последнее время сталкиваюсь с тем, что ребята с большим интересом (желанием) пытаются решать такие загадки на смекалку.

Может, утеряна культура домашних вечеров? Вот вам в книгу помещаю десять вопросов. Как говорится, от отца к сыну))).

Мамины задачи

Первое знакомство с математикой начинается, конечно, в семье. Я очень благодарен своей маме: она смогла мне привить любовь к математике. Ее зовут Раиса Петровна, родилась она еще до войны — в 1935 г. Она использовала, как я теперь понимаю, педагогический трюк или, лучше сказать, прием: частенько говорила, что дед Петр очень любил математику, в особенности геометрию. И просто обожал задачи и головоломки на смекалку. А я был назван в его честь и стремился перенять его способности и умения. И, едва только переступив через порог школы,

я заявил, что математика — мой любимый предмет. И на уроках математики я старался изо всех сил. И находил поддержку и помощь в математических вопросах дома. Мама подбрасывала мне разные интересные головоломки. Вот экспресс-тест на мамины головоломки.

1) Летело сорок сорок, впереди — сорок. Сколько было птиц?

2) Два отца и два сына несли три апельсина. Сколько было человек?

3) Что тяжелее — килограмм пуха или килограмм гвоздей?

4) Как человеку перевезти на другой берег реки волка, козу и капусту, если есть лодка, в которую помещается только сам хозяин и, кроме него, еще кто-то один: либо волк, либо коза, либо капуста. Но волка нельзя оставлять одного с козой (он ее съест), а козу нельзя оставлять с капустой (по той же причине).

5) Во дворе бегали цыплята и котята. Сколько было цыплят и сколько котят, если всего голов было 10, а лап — 26?

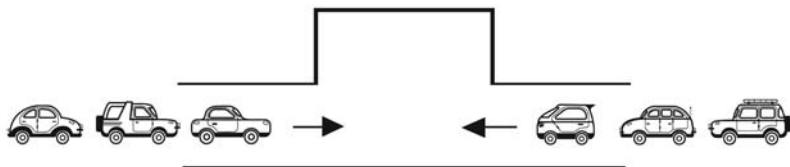
6) Семь братьев в семье, и у каждого есть сестра. Сколько детей в семье?

7) На одной руке 5 пальцев. Сколько на 10 руках?

8) Двое подошли к реке. На берегу была лодка, в которую вмещается только один человек. Однако они смогли переправиться через реку.



9) Узкая дорога и кармашек для одного автомобиля. Как разъехаться всем и продолжить путь каждый в своем направлении?



10) У двух людей были сливы. Если один даст второму две сливы, то у них станет поровну. А если второй отдаст две сливы первому, то у первого станет в два раза больше, чем у второго. Сколько слив было у каждого?

Сверяем ответы к маминым задачам.

1) 41 птица. Сорока-то — самка. Сорóк — самец.

2) Три человека: дедушка, отец и сын.

3) Равны.

4) Сначала козу, затем волка и забрать козу, далее оставить козу, взять капусту; оставить капусту с волком и вернуться за козой.

5) Семь цыплят и три котенка.

Допустим, что все 10 голов — цыплята, тогда лап у них 20.
 $26 - 20 = 6$ — это лапы, которые попарно принадлежат котяткам.

$$6 : 2 = 3 \text{ котенка.}$$

$$10 - 3 = 7 \text{ цыплят.}$$

6) Восемь детей. Одна сестра, она есть у каждого из братьев.

7) 50 пальцев.

8) Подошли с разных берегов.

9) Один, например справа, заходит в карман, оставшиеся двое справа сдают назад, а три слева едут вперед, освобождая выход из кармана, и тот, кто был в кармане, уезжает в своем направлении влево. Затем три левых снова возвращаются на исходную, а второй справа заходит в карман, и процедура повторяется.

10) Решим, как семиклассники!

$$\begin{aligned} \text{Пусть } x &— \text{I,} \\ y &— \text{II.} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x - 2 = y + 2 \\ x + 2 = (y - 2) \cdot 2, \\ x - y = 4 \\ x + 2 = 2y - 4. \end{cases}$$

Выведем из второго уравнения первое:

$$2 + y = 2y - 8,$$

$$y = 10,$$

$$x = 14.$$

А сейчас попробуем решить, как во втором классе.

Если первый отдал две сливы второму и у них стало поровну, то первоначально у них отличие на четыре сливы.

