

Лидия Филякина

Как запомнить таблицу умножения

ИЛИ
ПРОГУЛКА С КЛЮЧОМ
В ПОЛЕ СОТНИ



МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВАРИАЦИИ

УДК 372.3/4:51(072)

ББК 74.102

Ф 57

Филякина Л. К.

Ф 57 **Как запомнить таблицу умножения**, или Прогулка с ключом в поле сотни. Математические вариации / под ред. М.В. Ганькиной. — 4-е изд. — СПб.: Образовательные проекты, 2023. — 128 с. — (Школа для всех).

ISBN 978-5-98368-187-3

Как известно, лучший отдых — это смена занятий. Математика тоже может оказаться и серьёзным делом, и отдыхом одновременно. Книга Л.К. Филякиной нацелена на то, чтобы послужить не РАзвлечением, а скорее ЗАвлечением в математику. В каждом разделе книги можно не просто считать, но и, считая, играть — вдвоём, втроём или в командах: взрослый заводит игру, а дети подхватывают.

Свой подход к делу Лидия Филякина назвала «Интуитивно-образным возрождением в образовании». Она предлагает папам и мамам, бабушкам и дедушкам и, конечно, учителям вернуться к математике вместе со своими детьми, внуками и учениками — и вернуться так, чтобы это всем доставило и удовольствие от разгаданной загадки, и улыбку, и радость успеха. Задания этой книги протягивают ниточку от первых встреч с числами ко всему дальнейшему освоению математики, стараются сделать эти встречи запоминающимися, яркими и умными.

Содержание

<i>Предисловие</i>	7
Трудности традиционной методики преподавания	8
Подходы к таблице	9
Исследование таблицы умножения двух	12
Исследование таблицы пяти и изучение времени	42
Таблица умножения девяти и деления на девять — зеркальная	53
Таблица умножения восьми и деления на восемь	75
Умножение четырёх и деление на четыре	89
Умножение трёх и деление на три	97
Умножение шести и деление на шесть	107
Умножение семи и деление на семь — самая удивительная из всех таблиц	115
<i>Послесловие</i>	122
<i>Об авторе этой книги</i>	125

ПРЕДИСЛОВИЕ

«Прогулка с ключом в поле сотни» предлагает самые разные подходы к изучению таблиц умножения, как бы разглядывая их с разных сторон; строит «поля сотни» каждой из них, предлагает «ключ-код» для запоминания.

Каждая из таблиц задаётся треугольником представлений:

- геометрически-зрительных,
- алгебраически-формульно-знаковых и
- пространственно-телесно-ручных.

Программные моменты не только второго класса, но и всей начальной школы осваиваются объёмными включениями — в игре, разнообразных занятиях, догадках, разговорах, спорах.

Материал строится таким образом, чтобы образных и интуитивных подходов было как можно больше.

Надеемся, что с помощью этой книги таблица умножения будет на ваших уроках прожита, а не заучена (заучить можно и до умопомрачения, и даже до отвращения!); что вашим ребятам будет интересно исследовать её и быть участниками тех открытий, которые она в себе таит.

ТРУДНОСТИ ТРАДИЦИОННОЙ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ

Кто из нас не помнит состояния скуки при штудировании таблицы умножения? А если она ещё и никак не запоминается?

Традиционная методика преподавания таблицы умножения использует обычный механический вид памяти на последовательность, основным принципом которого является переместительный закон умножения.

Для тех, кто составляет эти методики, очевидно, что, если знаешь $2 \times 9 = 18$, то знаешь и $9 \times 2 = 18$. Но это может быть совсем не очевидно для того, кто с этим знакомится.

Разве $9 + 9 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$? Как это?

На таблицу двух отводится чуть не 30 уроков, а на таблицу девяти — всего-то два часа. В результате самые трудные для усвоения таблицы на 6, 7, 8 и 9 очень долго остаются для учеников камнем преткновения. Практически каждый третьеклассник без шпаргалки в конце тетради не обходится.

Полгода тоскливо изучаются однообразные примеры на табличное умножение. Затем только переходят к умножению двузначных чисел.

До конца второго класса (а шестилетки — третьего) дети не изучают трёхзначные числа. А, между тем, номера заданий изображаются именно ими. Абсурд!

ПОДХОДЫ К ТАБЛИЦЕ

Уже в первом классе наши ребята осваивают сложение и вычитание трёхзначных чисел. Каждый вид счёта имеет особое выражение. И теперь, во втором классе, тот же принцип объёмного изучения материала будет исходным. Работаем сразу во всём поле сотни, не запрещая, а поощряя выход за его пределы.

Мы сразу захватываем концы таблицы умножения — умножение на два и на девять. Это особые, «ручные», столбики, которые легко запоминаются на руках.

Для некоторых учеников в классе (а их обычно порядка трети) очень трудно оторваться от подглядывания на последнюю страницу тетрадки. Им нужна какая-то опора — что-то, чтобы чувствовать себя уверенными. Каждый из столбиков получает свой «код» — ключ уверенности изучающего в том, что он — не беспомощен и ему есть на что опереть свой взор и подтолкнуть себя к воспоминанию данной таблицы.

Традиционный учитель, как правило, бессилен помочь ученику и кроме как: «Ты не выучил и поэтому не знаешь!» — ничего сказать, увы, не может. Наше же представление материала — это возможность вернуть обучаемого к тому же самому месту в материале, не наращивая трудности, а протягивая ниточку от уже известного к новому, неизвестному. Но при этом не лишая ученика поддержек и обновляя их каждый раз, когда говорится о том же самом.

Известно, что человек семи-восьми лет не принимает возвратов. И если ему предлагать одно и то же задание, то он как бы тупеет, его мозг отказывается работать на том же материале. **Поэтому, изучая одну и ту же таблицу, мы всякий раз предлагаем разные подходы к ней, каждый раз как бы разглядывая её с новой грани.**

Человек начинает познавать мир руками, ощупывая всё, что ему попадает. **Телесное, ручное освоение — самое первое и самое прочное.** Более того, если как-то так случается, что ребёнок в три года не освоил собственные пальцы, то ему просто необходим возврат к их освоению. Без этого он считать не научится.

Между тем, учителя старой закалки запрещают считать на пальцах! Окрик следует даже тогда, когда ребёнок только шевелит ими. Это насилие над человеческой природой. Мы никогда не запрещаем считать на пальцах. Более того, две таблицы умножения — двух и девяти, на которых строятся остальные, имеют своё ручное выражение.

Каждая из этих таблиц задаётся треугольником представлений: геометрически-зрительным, алгебраически-формульно-знаковым и пространственно-телесно-ручным. Впрочем, первые два представления в нашей работе имеет каждый из столбиков таблицы.

Строится поле сотни. Каждая клеточка поля сотни представляет собой число из этого поля. **У изучающего перед глазами сразу все числа, которые он будет осваивать на умножение и деление.** Когда на этом поле появятся рисунки столбиков данного числа таблицы, то можно будет предполагать и те числа, которые не входят в столбики таблицы, но имеют отношение к делению или умножению данного числа.

Главное, чтобы человек сразу осваивался во всей области заданных ему чисел и мог бы увидеть выход за пределы области.

Формульное представление для этого возраста — это движение в математических построениях самой таблицы. Но это и умение перейти от одного столбика к другому. А самое важное — найти слова для объяснения другому человеку, каким образом ты догадался об этих переходах. Ведь только тогда по-настоящему понял, когда можешь объяснить другому!

Уже здесь даются и сочетательный, и распределительный закон умножения. Но не для запоминания, а для действия с воспроизведением новой таблицы.

По отношению к ученику существующие учебники математики построены по принципу: «А вдруг ты ошибёшься!». Мы же пытаемся

сделать ровно наоборот: **«А вдруг ты догадаешься и найдёшь верное решение!»** — и сможешь рассказать другим о том, как ты догадался.

Строится материал таким образом, чтобы интуитивных подходов было как можно больше, а значит, и попыток объясниться с другим тоже достаточно.

Вообще, когда объясняет знающий взрослый — это для детей нечто постороннее, внешнее, отстранённое. Другое дело — когда слова для объяснения находит сверстник! Тогда это становится нашим общим достоянием.

Если таблицы двух и девяти подробно исследуются изучающим, то остальные таблицы открываются, как бы втягиваются из этих двух на основании переместительного, сочетательного и распределительного законов умножения.

Признаки делимости на два, три, пять, девять не таятся от учеников до пятого класса, а являются итогом изучения таблиц. Они и позволяют выйти из поля сотни на умножение и деление любых чисел.

Мы с ребятами пытаемся найти признаки делимости и на четыре, и на шесть. Во втором классе мы пробуем найти лёгкие способы умножения двузначных чисел, не исключая умножение на одиннадцать и признак делимости на одиннадцать.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТАБЛИЦЫ УМНОЖЕНИЯ ДВУХ

Звучит песня В. Шаинского «Дважды два — четыре», и мы входим в мир таблицы двух. Правда, до этого у нас встречались примерчики на сложение «близнецов»: $8+8+8$ или $7+7+7+7+7$. Некоторые дети-хитрюшки уже и здесь *умно жили*, потому что мгновенно считали и всем успевали сообщить, что они *умножили*. Поэтому действие умножения как быстрого и удобного математического действия с близнецами становится вполне принятым в классе.

Теперь мы все учимся *умно жить*. Считаем двойками от нуля до ста. Рассматриваем таблицу двух. Запоминаем первые пять ответов и, загибая пальцы левой руки, повторяем их, проговаривая вслух: «Дважды один — два», — загнули первый (большой) палец левой руки. «Дважды два — четыре», — загнули второй (указательный) палец левой руки. «Дважды три — шесть», — третий (средний) палец левой руки. «Дважды четыре — восемь», — четвёртый (безымянный) палец левой руки. «Дважды пять — десять», — пятый (мизинец) левой руки. Кулачок закрыт.

РУЧНАЯ ТАБЛИЦА УМНОЖЕНИЯ ДВУХ

Если вы ищете в этом какой-то особый замысел, то пока не найдёте. Просто загибаем пальцы, демонстрируя самим себе, что первые пять результатов умножения двух мы перечислили.

$2 \times 1 = 2$	— 1-й палец	— 02
$2 \times 2 = 4$	— 2-й	— 04
$2 \times 3 = 6$	— 3-й	— 06
$2 \times 4 = 8$	— 4-й	— 08
$2 \times 5 = 10$	— 5-й	— 10



$$\underline{2 \times 3 = 6}$$

Пишем в тетради так:

2	$2 \times 1 = 2$	
4	$2 \times 2 = 4$	$2 + 2 = 4$
6	$2 \times 3 = 6$	$2 + 2 + 2 = 6$
8	$2 \times 4 = 8$	$2 + 2 + 2 + 2 = 8$
0	$2 \times 5 = 10$	$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$

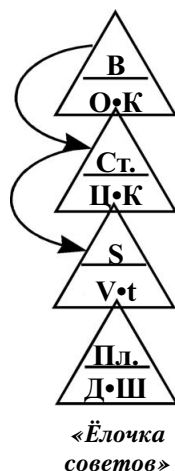
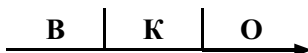
На листочек записываем столбиком конечные цифры ответов и вкладываем в обложку тетрадки.

Пишем столбик умножения двух в тетрадь и разучиваем в парах попеременно, поочерёдно закрывая ответ. Если забылось — то считаем сложением (смотри третий столбик). А сколько раз надо складывать двоечки-близняшки, покажет загнутый палец. Если загнут безымянный, то складываем четыре раза и получаем 8. Во время общего заучивания учитель обязательно сам показывает, в каком порядке загибают пальцы, и делает это вместе с детьми, стоя рядом (а не лицом к детям).

АЛГОРИТМЫ ЗАДАЧ ОКВ

Задачи на умножение и деление выстраиваются в «ёлочку советов»¹.

Так же, как и в первом классе, текстовые задачи пока не берём, а учимся их сочинять сами по схеме ОКВ. Это основная аббревиатура этих задач. Окошко «О» включает одинаковые в одном, окошко «В» — все, всего, во всех, а окошко «К» — количество. Сочиняем задачи и записываем в горизонтальную схему.



¹Подробнее о «ёлочке советов» см. в книге *Филякина Л.К.* «Игровой счёт в сотне». СПб., 2010 и др. издания.

О	К	В
по 30 огурцов	2 ящика	?
по 30 огурцов	3 ящика	?
по 30 огурцов	4 ящика	?
по 30 огурцов	5 ящиков	?

*В каждом (одном) ящике
по 30 огурцов.*

О	К	В
по 2 л	2 банки	?
по 2 л	3 банки	?
по 2 л	4 банки	?
по 2 л	5 банок	?

*В одной (каждой,
одинаковой) по 2 литра сока.*

Это важно, потому что тогда легко будет «сливать коктейли», то есть собирать комбинированные задачи. Сочиняем на уроке устно не менее восьми-девяти задач, записывая одну из них.

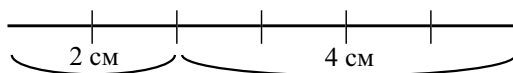
Где же это мы «умно жили»? На схеме советов показываем, как нашли решение (ответ) во всех. Первые четыре задачи решаем сложением, а вторые четыре — умножением.

В поддержку понимания смысла умножения чертим отрезки. Пририсовываем два одинаковых отрезка друг к другу и узнаём длину нового отрезка. По 2 см, по 3 см, по 4 см, по 5 см.

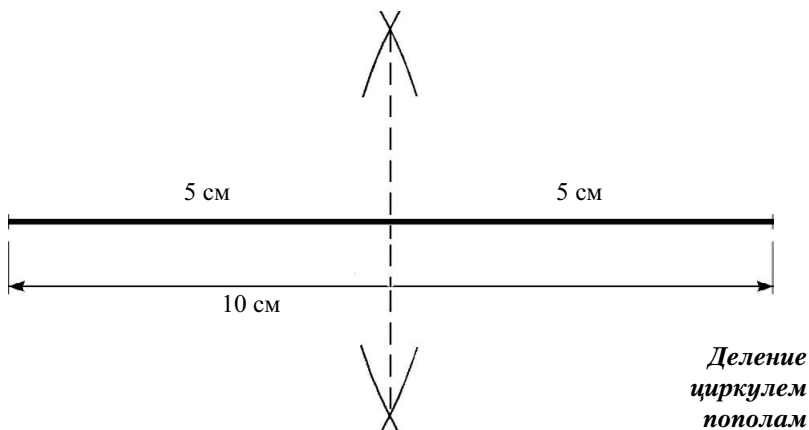
Одинаковое повторение несколько раз — это и есть умножение.

Мы также достаточно долгое время работаем с умножением и делением на два. Но это связано с тем, что на данной таблице мы даём всю операторику действий с умножением и делением вплоть до умножения столбиком и деления углом.

ДЕЛЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ НА ОТРЕЗКАХ



Деление начинается с отрезков. Вначале выясняем вопрос, что означает поделиться с другим. Ребята дружно объясняют, что делятся со своими друзьями поровну. Вот и предлагаем разделить отрезки 10 см, 8 см, 6 см, 4 см на две равные части. Учитель показывает своё решение, разделив 6 см на 2 см и на 4 см.



Внимательные ученики отвергнут это решение, так как части неравные. Выясняем, кто догадался, что получилось в результате деления отрезков на равные части.

Проверяем, действительно ли отрезки получились одинаковыми. Деление пополам делаем циркулем.

$$2 \times 4 = 8$$

→

$$8 : 2 = 4$$

←

$$8 : 4 = 2$$

←

Параллельно обращаем внимание на обратимость действий деления и умножения и записываем из столбиков:

Умножение на отрезках

$$O = 3 \text{ см}$$

$$K = 2$$

$$B = O \cdot K$$

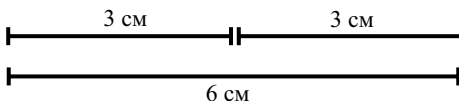
B =	O + O
	⏟
	K

одинаковые

$$3 + 3 = 6 \text{ см}$$

$$3 \times 2 = 6 \text{ см}$$

$$B = 6 \text{ см.}$$



ЗАДАЧИ НА ПОИСК ОДИНАКОВОГО

В момент работы с алгоритмом советов подбрасываем детям смешинку: «Идут Саша и Валя в школу. Навстречу им идут два их друга. Сколько мальчиков идут в школу?». (Имена могут быть как

однозначно мальчишеские, так и неоднозначные, делающими обсуждение вариантов решения более забавным.)

Решается задача рисунком, в котором видна направленность туда и обратно.

В обычае наших занятий на каждом уроке делать такие рисуночные задачи. Важно разобраться, что задача не имеет отношения к умножению. Такие задачи помогают уловить речевые поддержки при разговорах по разбору задачи и держаться смысловых моментов, а не формально представленных чисел.

❖ Записываем в тетрадь столбики:

2×5	$10 : 5$	$10 : 2$
2×4	$8 : 4$	$8 : 2$
2×3	$6 : 3$	$6 : 2$
2×2	$4 : 2$	—
2×1	$2 : 1$	$2 : 2$

❖ И включаем задачи на поиск, сколько одинакового в каждом одном вагоне, ведре и т.д.

О	К	В
?	2 ящика	10 кг
?	2 пакета	8 кг
?	2 тарелки	6 кг
?	2 тарелки	2 кг



$$O = \frac{B}{K}$$

$$O = B : K$$

❖ Последние две задачи делаем рисунком. Теперь вводим в работу и переместительный закон, но решаем всё сложением.

$$2 \times 1 = 2$$

$$2 \times 3 = 2 + 2 + 2$$

$$4 \times 2 = 4 + 4$$

$$1 \times 2 = 1 + 1$$

$$3 \times 2 = 3 + 3$$

$$2 \times 4 = 2 + 2 + 2 + 2$$

Переместительный закон входит как явная неожиданность, как особое таинство. Как закономерность он предстанет позже, когда повторимость его станет очевидной при заполнении сводной таблицы поля сотни. А пока он вполне достоин удивления.

$$4 \times 2 = 4 + 4 = 2 + 2 + 2 + 2 = 2 \times 4$$

Если приведённая выше строка как-то объяснима, то любая другая — странность!

$$5 \times 2 = 5 + 5$$

$$2 \times 5 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

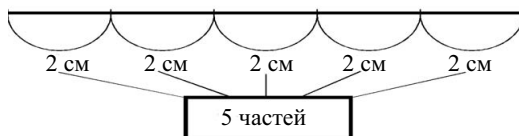
Хотя может найтись ученик, который даст и такой вариант:

$$5 \times 2 = 5 + 5 = \overset{2+3}{5} + \overset{2+3}{5} = \overset{2+1}{2} + \overset{2+1}{3} + 2 + 3 = 2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 1 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2 \times 5$$

Позднее эту особенность мы разберём при изучении равных площадей.

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА

❖ Вначале потренируемся на отрезках. Делим 10 см *по два сантиметра*.



О	К	В
по 2 морковки	? зайцам	10 морковок
по 2 бочонка мёда	? мишкам	8 бочонков мёда
по 2 орешка	? белкам	6 орешков
по 4 грибка	? ёжикам	4 грибка



$$О = \frac{В}{К}$$

О	К	В
по 1 яблоку	? детей	2 яблока
по 5 апельсинов	? тарелок	10 апельсинов
по 4 кг	? пакетов	8 кг
по 3 л	? банок	6 литров