Под редакцией М. И. СКАНАВИ

Сборник задач по математике

ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В ВУЗЫ

ГЕОМЕТРИЯ

с решениями

УДК 51(076.2)
ББК 22.1я72
С23

Авторы
*В. К. Егерев, В. В. Зайцев, Б. А. Кордемский, Т. Н. Маслова,
И. Ф. Орловская, Р. И. Позойский, Г. С. Ряховская,
М. И. Сканави, А. М. Суходский, Н. М. Фёдорова*

Научное редактирование книги и подготовка ее к изданию
выполнены *А. М. Суходским*

С23 **Сборник задач по математике для поступающих в вузы (с решениями).** В 2 кн. Кн. 2. Геометрия / В. К. Егерев, В. В. Зайцев, Б. А. Кордемский и др.; Под ред. М. И. Сканави. — 10-е изд., испр. — Москва : Мир и Образование, 2022. — 512 с.: ил.

ISBN 978-5-94666-951-1
ISBN 978-5-94666-947-4 (Книга 2)

Классический сборник задач под редакцией М. И. Сканави содержит расширенные теоретические сведения справочного характера по курсу геометрии и примеры решения задач с объяснениями применяемых методов. В сборник также вошли дополнительные главы «Комбинаторика и бином Ньютона» и «Комплексные числа».

Задачи в сборнике разбиты на три группы по уровню сложности и объединены по типам и методам решения. Ко всем задачам даны ответы, указания или решения.

Пособие поможет при подготовке к выпускным экзаменам в школе — сдаче ОГЭ и ЕГЭ, а также к поступлению в вуз.

Книга адресована учащимся старших классов, абитуриентам, репетиторам и преподавателям.

УДК 51(076.2)
ББК 22.1я72

ISBN 978-5-94666-951-1
ISBN 978-5-94666-947-4 (Книга 2)

Г Л А В А 11

ЗАДАЧИ ПО ПЛАНИМЕТРИИ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1°. ***Произвольный треугольник*** (a, b, c — стороны; α, β, γ — противолежащие им углы; p — полупериметр; R — радиус описанной окружности; r — радиус вписанной окружности; S — площадь; h_a — высота, проведенная к стороне a):

$$S = \frac{1}{2} a h_a; \qquad (11.1)$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin\alpha; \qquad (11.2)$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ (**формула Герона**)}; \qquad (11.3)$$

$$r = \frac{S}{p}; \qquad (11.4)$$

$$R = \frac{abc}{4S}; \qquad (11.5)$$

$$S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}; \qquad (11.6)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \text{ (**теорема косинусов**)}; \qquad (11.7)$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R \text{ (**теорема синусов**)}. \qquad (11.8)$$

2°. ***Прямоугольный треугольник*** (a, b — катеты; c — гипотенуза; a_c, b_c — проекции катетов на гипотенузу):

$$S = \frac{1}{2} ab; \qquad (11.9)$$

$$S = \frac{1}{2} c h_c; \qquad (11.10)$$

$$r = \frac{a+b-c}{2}; \qquad (11.11)$$

$$R = \frac{c}{2}; \qquad (11.12)$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (**теорема Пифагора**)}; \qquad (11.13)$$

$$\frac{a_c}{h_c} = \frac{h_c}{b_c}; \qquad (11.14)$$

$$\frac{a_c}{a} = \frac{a}{c}; \qquad (11.15)$$

$$\frac{b_c}{b} = \frac{b}{c}; \qquad (11.16)$$

$$a = c\sin\alpha = c\cos\beta = b\,\mathrm{tg}\,\alpha = b\,\mathrm{ctg}\,\beta. \qquad (11.17)$$

3°. ***Равносторонний треугольник*:**

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}; \qquad (11.18)$$

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}; \qquad (11.19)$$

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \qquad (11.20)$$

4°. ***Произвольный выпуклый четырехугольник*** (d_1 и d_2 — диагонали; φ — угол между ними; S — площадь):

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\varphi. \qquad (11.21)$$

5°. ***Параллелограмм*** (a и b — смежные стороны; α — угол между ними; h_a — высота, проведенная к стороне a):

$$S = ah_a = ab\sin\alpha = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\varphi. \qquad (11.22)$$

6°. ***Ромб*:**

$$S = ah_a = a^2\sin\alpha = \frac{1}{2} d_1 d_2. \qquad (11.23)$$

7°. ***Прямоугольник*** (d — диагональ):

$$S = ab = \frac{1}{2} d^2 \sin\varphi. \qquad (11.24)$$

8°. ***Квадрат***:

$$S = a^2 = \frac{1}{2} d^2. \qquad (11.25)$$

9°. ***Трапеция*** (a и b — основания; h — расстояние между ними; l — средняя линия):

$$l = \frac{a+b}{2}; \quad (11.26)$$

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = lh. \quad (11.27)$$

10°. ***Описанный многоугольник*** (p — полупериметр; r — радиус вписанной окружности):

$$S = pr. \quad (11.28)$$

11°. ***Правильный многоугольник*** (a_n — сторона правильного n-угольника; R — радиус описанной окружности; r — радиус вписанной окружности):

$$a_3 = R\sqrt{3};\ a_4 = R\sqrt{2};\ a_6 = R; \quad (11.29)$$

$$S = \frac{na_n r}{2}. \quad (11.30)$$

12°. ***Окружность, круг*** (r — радиус; C — длина окружности; S — площадь круга):

$$C = 2\pi r; \quad (11.31)$$

$$S = \pi r^2. \quad (11.32)$$

13°. ***Сектор*** (l — длина дуги, ограничивающей сектор; $n°$ — градусная мера центрального угла; α — радианная мера центрального угла):

$$l = \frac{\pi r n^\circ}{180^\circ} = r\alpha; \quad (11.33)$$

$$S = \frac{\pi r^2 n^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{2} r^2 \alpha. \quad (11.34)$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ЭЛЕМЕНТАМИ ФИГУР

1°. *Три медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении* 2 : 1, *считая от вершины треугольника.*

☐ Пусть медианы AD и BE пересекаются в точке O (рис. 11.1). Построим четырехугольник $MNDE$, где M и N — середины отрезков AO и BO. Тогда $MN \parallel AB$ и $MN = 0{,}5AB$ как средняя линия ΔAOB; $ED \parallel AB$ и $ED = 0{,}5AB$ как средняя

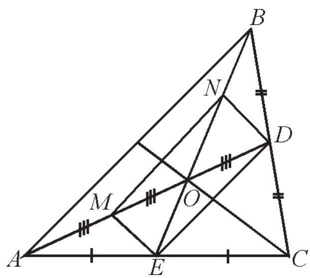

Рис. 11.1

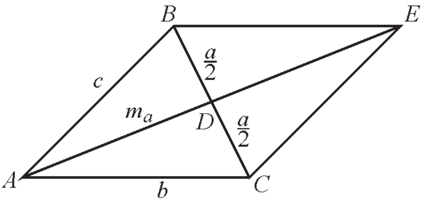

Рис. 11.2

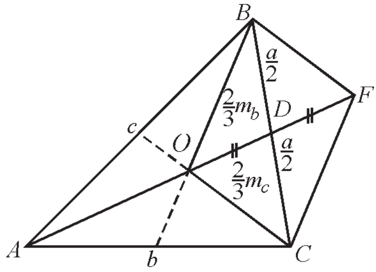

Рис. 11.3

линия ΔABC. Поэтому $MN \parallel ED$ и $MN = ED$, т. е. фигура $MNDE$ — параллелограмм с диагоналями MD и NE. Значит, $MO = OD$ и так как $MO = AM$, то $AM = MO = OD$. Итак, точка O делит медиану AD в отношении $AO : OD = 2 : 1$ и в таком же отношении эта точка делит медиану BE.

Очевидно, что в том же отношении должна делить и третью медиану точка ее пересечения как с первой, так и со второй медианами. При этом третья медиана не может пересечь их в точках, отличных от O, поскольку тогда на каждой медиане имелись бы две различные точки, делящие ее в отношении 2 : 1, считая от вершины, что невозможно.■

2°. *Длина медианы треугольника выражается формулой*

$$m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}, \qquad (11.35)$$

где a, b, c — длины сторон треугольника.

□ Продолжим медиану AD (рис.11.2) на расстояние $DE = AD$ и построим отрезки BE и EC. В полученном четырехугольнике $ABEC$ точка D пересечения диагоналей $AE = 2m_a$ и $BC = a$ делит каждую из них пополам; следовательно, $ABEC$ — параллелограмм. Теперь используем теорему о том, что сумма квадратов длин диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов длин его сторон. Составив уравнение и решив его относительно m_a, получим искомое соотношение.■

3°. *Длина стороны треугольника выражается формулой*

$$a = \frac{2}{3}\sqrt{2(m_b^2 + m_c^2) - m_a^2}, \qquad (11.36)$$

где m_a, m_b, m_c — длины медиан треугольника.

□ Отметим на медиане AD точку O пересечения медиан ΔABC (рис.11.3); согласно свойству 1°, она делит AD в отношении $AO : OD = 2 : 1$. Продолжим OD на расстояние $DF = OD = \frac{1}{3}m_a$ и соединим точку F с B и C.

Теперь составим уравнение, связывающее длины сторон $BO = \frac{2}{3}m_b$, $CO = \frac{2}{3}m_c$ и диагоналей $OF = \frac{2}{3}m_a$, $BC = a$ параллелограмма $OBFC$. Решив это уравнение относительно a, получим искомое соотношение.■

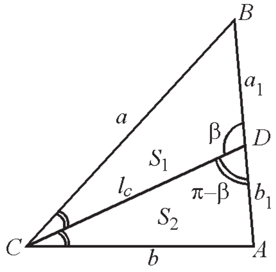

Рис. 11.4

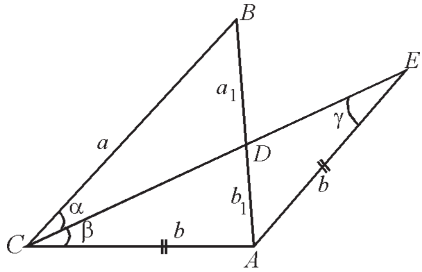

Рис. 11.5

4°. *Биссектриса делит сторону треугольника на отрезки, пропорциональные двум другим его сторонам, т. е.*

$$\frac{a}{b}=\frac{a_1}{b_1}, \qquad (11.37)$$

где a, b — стороны треугольника, a_1, b_1 — прилегающие к ним отрезки стороны c.

□ I способ. Пусть CD — биссектриса ΔABC (рис. 11.4). Треугольники BCD и ACD с основаниями a_1 и b_1 имеют общую высоту. Пусть их площади равны соответственно S_1 и S_2; тогда $S_1 : S_2 = a_1 : b_1$. С другой стороны, в силу формулы (11.2) имеем $S_1=\frac{1}{2}a\cdot CD\sin\frac{C}{2}$, $S_2=\frac{1}{2}b\cdot CD\sin\frac{C}{2}$, откуда $S_1 : S_2 = a : b$. Сравнивая полученные пропорции, заключаем, что $a_1 : b_1 = a : b$.

II способ. Пусть $\angle BDC=\beta$ (рис.11.4); тогда $\angle ADC=\pi-\beta$. Согласно теореме синусов (11.8), имеем $a_1 : a=\sin\frac{C}{2}:\sin\beta$ (из ΔBCD) и $b_1 : b=\sin\frac{C}{2}:\sin(\pi-\beta)=\sin\frac{C}{2}:\sin\beta$ (из ΔACD). Сравнивая эти пропорции, заключаем, что $a_1 : a = b_1 : b$, откуда $a_1 : b_1 = a : b$.

III способ. Продолжим биссектрису CD до пересечения в точке E с прямой $AE \parallel CB$ (рис.11.5). Имеем $\angle\alpha=\angle\beta$ (по условию) и $\angle\alpha=\angle\gamma$ (углы при параллельных CB и AE и секущей CE). Сопоставив эти равенства, получим $\angle\beta=\angle\gamma$. Следовательно, $\Delta\ ACE$ — равнобедренный и $AE = AC = b$; $\Delta\ AED \sim \Delta\ BCD$ (вследствие равенства углов), откуда $a_1 : b_1 = a : b$.■

5°. *Длина биссектрисы треугольника выражается формулой*

$$l_c=\sqrt{ab-a_1b_1}, \qquad (11.38)$$

где a и b — длины двух сторон треугольника ABC; a_1 и b_1 — отрезки третьей стороны (см. рис.11.4).

□ I способ. Применив теорему косинусов (11.7) к ΔBDC и ΔADC с равными углами BCD и ACD, составим уравнение

$$\frac{l_c^2 + a^2 - a_1^2}{2al_c} = \frac{l_c^2 + b^2 - b_1^2}{2bl_c},$$

откуда $b(l_c^2 + a^2 - a_1^2) = a(l_c^2 + b^2 - b_1^2)$, или $l_c^2(b-a) - ab(b-a) = = (a_1 b)a_1 - (ab_1)b_1$. Используя равенство $ab_1 = a_1 b$, вытекающее из формулы (11.37), имеем

$$(b-a)(l_c^2 - ab) = ab_1 a_1 - a_1 b b_1, \text{ или } (b-a)(l_c^2 - ab) = -a_1 b_1 (b-a).$$

Полагая $b \neq a$, разделим обе части последнего равенства на $b - a$, откуда $l_c^2 = ab - a_1 b_1$.

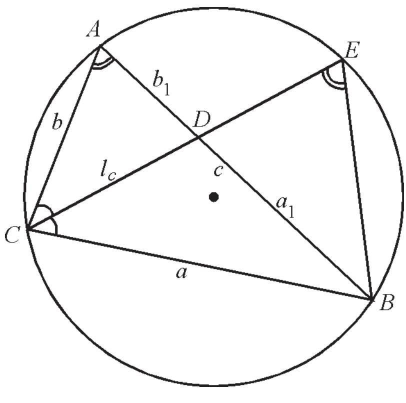

Рис. 11.6

II способ. Опишем около ΔABC окружность, продолжим биссектрису $CD = l_c$ до пересечения с окружностью в точке E (рис.11.6) и соединим B с E. Так как $\Delta ADC \sim \sim \Delta EBC$, то $\frac{l_c}{b} = \frac{a}{l_c + DE}$, или $ab = l_c(l_c + DE)$. Учитывая, что $l_c \cdot DE = a_1 b_1$, запишем последнее равенство в виде $ab = l_c^2 + a_1 b_1$, откуда $l_c = \sqrt{ab - a_1 b_1}$. ■

6°. *Длина биссектрисы треугольника выражается через длины его сторон a, b и c по формуле*

$$l_c = \frac{\sqrt{ab(a+b+c)(a+b-c)}}{a+b}. \tag{11.39}$$

□ Запишем соотношение (11.38) в виде $l_c^2 = ab - a_1(c - a_1)$. Далее, используя формулу (11.37), получаем $\frac{a}{b} = \frac{a_1}{c - a_1}$, т. е. $a_1 = \frac{ac}{a+b}$. Отсюда находим $l_c^2 = ab - \frac{ac}{a+b}\left(c - \frac{ac}{a+b}\right)$ и требуемое значение l_c.■

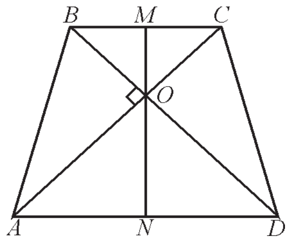

Рис. 11.7

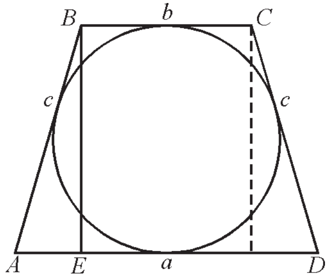

Рис. 11.8

7°. *Для всякого треугольника зависимость между его высотами* h_a, h_b, h_c *и радиусом* r *вписанной окружности выражается формулой*

$$\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{1}{r}. \qquad (11.40)$$

□ Используя формулы (11.4) и (11.1), имеем $S = rp$, $2S = ah_a = bh_b = ch_c$. Отсюда находим

$$\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{a}{2S}+\frac{b}{2S}+\frac{c}{2S}=\frac{a+b+c}{2}\cdot\frac{1}{S}=p\cdot\frac{1}{S}=\frac{1}{r}. \blacksquare$$

8°. *Площадь* S *равнобедренной трапеции, диагонали которой взаимно перпендикулярны, равна квадрату ее высоты, т. е.* $S = h^2$.

□ В равнобедренной трапеции осью симметрии является перпендикуляр MN к ее основаниям, проходящий через точку O пересечения диагоналей (рис.11.7). Так как $\angle AOD = 90^\circ$, то $AD = 2ON$ и $BC = 2OM$. Следовательно,

$$S_{ABCD}=\frac{AD+BC}{2}\cdot MN=(ON+OM)\,MN=MN^2=h^2. \blacksquare$$

9°. *Высота равнобедренной трапеции, в которую можно вписать окружность, является средним геометрическим ее оснований.*

□ Так как в четырехугольнике, описанном около окружности, суммы длин противоположных сторон равны, то $a + b = 2c$ (рис.11.8), откуда $AB=\frac{a+b}{2}$.

Далее имеем $AE=\frac{a-b}{2}$ и из прямоугольного треугольника BEA находим $BE^2 = AB^2 - AE^2$, т. е. $h^2=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2=ab$. ■

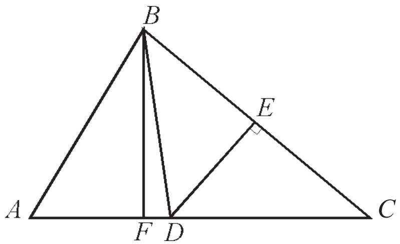

Рис. 11.9

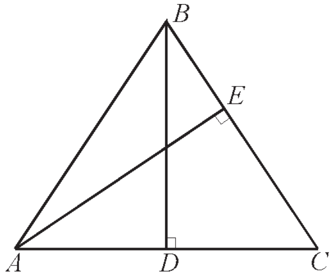

Рис. 11.10

Пример 1. Площадь треугольника ABC равна 30 см^2. На стороне AC взята точка D так, что $AD : DC = 2 : 3$. Длина перпендикуляра DE, проведенного к стороне BC, равна 9 см. Найти BC.

☐ Проведем BD (рис.11.9); треугольники ABD и BDC имеют общую высоту BF, следовательно, их площади относятся как длины оснований, т. е. $S_{\Delta ABD} : S_{\Delta BDC} = AD : DC = 2 : 3$, откуда $S_{\Delta BDC} = \frac{3}{5} S_{\Delta ABC} = 18$ см^2. С другой стороны, согласно формуле (11.1), $S_{\Delta BDC} = 0{,}5 BC \cdot DE$, т. е. $18 = 0{,}5\ BC \cdot 9$, откуда $BC = 4$ см.■

Пример 2. В равнобедренном треугольнике высоты, проведенные к основанию и к боковой стороне, равны соответственно 10 и 12 см. Найти длину основания.

☐ В ΔABC имеем $AB = BC$, $BD \perp AC$, $AE \perp BC$, $BD = 10$ см и $AE = 12$ см (рис.11.10). Пусть $AC = x$, $AB = BC = y$. Прямоугольные треугольники AEC и BDC подобны (угол C — общий); следовательно, $BC : AC = BD : AE$, или $y : x = 10 : 12 = 5 : 6$. Применяя теорему Пифагора (11.13) к ΔBDC, имеем $BC^2 = BD^2 + DC^2$, т. е. $y^2 = 100 + \frac{x^2}{4}$. Решив систему уравнений $\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{5}{6}, \\ y^2 = 100 + \frac{x^2}{4}, \end{cases}$ получим $x = 15$.

Итак, $AC = 15$ см.■

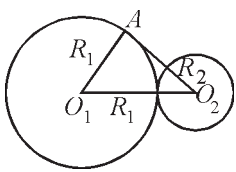

Рис. 11.11

Пример 3. Две окружности касаются внешним образом. К первой из них проведена касательная, проходящая через центр второй окружности. Расстояние от точки касания до центра второй окружности равно утроенному радиусу этой окружности. Во сколько раз длина первой окружности больше длины второй окружности?

☐ Пусть O_1 и O_2 — центры окружностей, A — точка касания (рис.11.11). Тогда $O_1A = R_1$, $O_1O_2 = R_1 + R_2$, $O_2A = 3R_2$ (по условию). Требуется найти отноше-

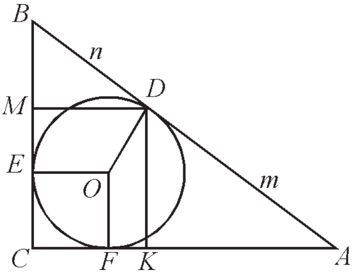

Рис. 11.12

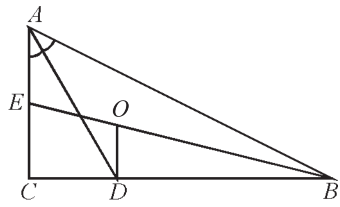

Рис. 11.13

ние $2\pi R_1 : 2\pi R_2 = R_1 : R_2$. В прямоугольном треугольнике O_1AO_2 $(\angle A = 90^\circ)$ имеем $O_1O_2^2 = O_1A^2 + O_2A^2$, или $(R_1 + R_2)^2 = R_1^2 + (3R_2)^2$. Упростив это равенство, получим $R_1 = 4R_2$, откуда $R_1 : R_2 = 4$.■

Пример 4. Точка касания окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, делит гипотенузу на отрезки длиной m и n. Доказать, что площадь треугольника $S = mn$. Найти площадь прямоугольника, вписанного в данный треугольник так, что одна его вершина совпадает с вершиной прямого угла, а противоположная вершина — с точкой касания окружности и гипотенузы.

□ Пусть D, E, F — точки касания (рис.11.12); тогда $AD = AF = m$, $BD = BE = n$, $CE = CF = r$ — радиус вписанной окружности, $p = r + m + n$ — полупериметр. Далее, используя формулу (11.9), находим

$$S = \frac{(r+m)(r+n)}{2}, \text{ или } 2S = r^2 + r(m + n) + mn = r(r + m + n) + mn = rp + mn.$$

Так как $rp = S$ в силу равенства (11.4), то $2S = S + mn$, откуда $S = mn$.

Пусть $CMDK$ — вписанный прямоугольник. Поскольку $DK \parallel BC$, используя гомотетию с центром в A и коэффициентом $k = \dfrac{m}{m+n}$, найдем площадь S_1 треугольника AKD:

$$S_1 = S_{\Delta ABC} \cdot \frac{m^2}{(m+n)^2} = \frac{m^3 n}{(m+n)^2}.$$

Аналогично для площади S_2 треугольника BMD имеем

$$S_2 = S_{\Delta ABC} \cdot \frac{n^2}{(m+n)^2} = \frac{mn^3}{(m+n)^2}.$$

Искомая площадь

$$S_{CMDK} = mn - \frac{m^3 n + mn^3}{(m+n)^2} = \frac{2m^2 n^2}{(m+n)^2}. \blacksquare$$

Пример 5. В прямоугольном треугольнике проведена биссектриса острого угла; отрезок, соединяющий ее основание с точкой пересечения медиан, перпендикулярен катету. Найти углы треугольника.

□ Пусть BE — медиана, O — точка пересечения медиан, AD — биссектриса и $OD \perp BC$ (рис.11.13). Согласно свойству точки пересечения медиан, $EO : OB = 1 : 2$. Так как $OD \| EC$, то по теореме Фалеса $CD : DB = EO : OB = 1 : 2$. Используя свойство биссектрисы треугольника, получаем $CD : DB = AC : AB$, т. е. $AC : AB = 1 : 2$. Следовательно, $\sin B = 0{,}5$, откуда $\angle B = 30^\circ$, $\angle A = 60^\circ$. ■

Группа А

11.001. Точка на гипотенузе, равноудаленная от обоих катетов, делит гипотенузу на отрезки длиной 30 и 40 см. Найти катеты треугольника.

11.002. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна m и делит прямой угол в отношении 1 : 2. Найти стороны треугольника.

11.003. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию с разностью 1 см. Найти длину гипотенузы.

11.004. Определить острые углы прямоугольного треугольника, если медиана, проведенная к его гипотенузе, делит прямой угол в отношении 1 : 2.

11.005. Катеты прямоугольного треугольника равны 9 и 12 см. Найти расстояние между точкой пересечения его биссектрис и точкой пересечения медиан.

11.006. Найти биссектрисы острых углов прямоугольного треугольника с катетами 24 и 18 см.

11.007. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит противоположный катет на отрезки длиной 4 и 5 см. Определить площадь треугольника.

11.008. Через вершину прямого угла прямоугольного треугольника с катетами 6 и 8 м проведен перпендикуляр к гипотенузе. Вычислить площади образовавшихся треугольников.

11.009. Площадь прямоугольного треугольника равна $2\sqrt{3}$ см^2. Определить его высоту, проведенную к гипотенузе, если она делит прямой угол в отношении 1 : 2.

11.010. В равнобедренном треугольнике с боковой стороной, равной 4 см, проведена медиана боковой стороны. Найти основание треугольника, если медиана равна 3 см.

11.011. Основание равнобедренного треугольника равно $4\sqrt{2}$ см, а медиана боковой стороны равна 5 см. Найти длину боковой стороны.

11.012. Найти длины сторон равнобедренного треугольника ABC с основанием AC, если известно, что длины его высот AN и BM равны соответственно n и m.

11.013. В равнобедренном треугольнике основание и боковая сторона равны соответственно 5 и 20 см. Найти биссектрису угла при основании треугольника.

11.014. Вычислить площадь равнобедренного треугольника, если длина высоты, проведенной к боковой стороне, равна 12 см, а длина основания равна 15 см.

11.015. Найти площадь равнобедренного треугольника, если основание его равно a, а длина высоты, проведенной к основанию, равна длине отрезка, соединяющего середины основания и боковой стороны.

11.016. Высота, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, равна H и вдвое больше своей проекции на боковую сторону. Найти площадь треугольника.

11.017. Найти длины сторон AB и AC треугольника ABC, если $BC = 8$ см, а длины высот, проведенных к AC и BC, равны соответственно 6,4 и 4 см.

11.018. В треугольнике длины двух сторон составляют 6 и 3 см. Найти длину третьей стороны, если полусумма высот, проведенных к данным сторонам, равна третьей высоте.

11.019. Длина основания треугольника равна 36 см. Прямая, параллельная основанию, делит площадь треугольника пополам. Найти длину отрезка этой прямой, заключенного между сторонами треугольника.

11.020. На каждой медиане правильного треугольника взята точка, делящая медиану в отношении 3 : 1, считая от вершины. Во сколько раз площадь треугольника с вершинами в этих трех точках меньше площади исходного треугольника?

11.021. Прямая, параллельная основанию треугольника, делит его на части, площади которых относятся как 2 : 1. В каком отношении, считая от вершины, она делит боковые стороны?

11.022. Основание треугольника равно 30 см, а боковые стороны равны 26 и 28 см. Высота разделена в отношении 2 : 3 (считая от вершины), и через точку деления проведена прямая, параллельная основанию. Определить площадь полученной при этом трапеции.

11.023. Из точки A, не лежащей на окружности, проведены к ней касательная и секущая. Расстояние от точки A до точки касания равно 16 см, а до одной из точек пересечения секущей с окружностью равно 32 см. Найти радиус окружности, если секущая удалена от ее центра на 5 см.

11.024. Из внешней точки к окружности проведены секущая длиной 12 см и касательная, длина которой составляет $\frac{2}{3}$ внутреннего отрезка секущей. Определить длину касательной.

11.025. Хорда окружности равна 10 см. Через один конец хорды проведена касательная к окружности, а через другой — секущая, параллельная касательной. Определить радиус окружности, если внутренний отрезок секущей равен 12 см.

11.026. Две окружности радиусов $R = 3$ см и $r = 1$ см касаются внешним образом. Найти расстояния от точки касания окружностей до их общих касательных.

11.027. Из одной точки проведены две касательные к окружности. Длина каждой касательной 12 см, а расстояние между точками касания 14,4 см. Определить радиус окружности.

11.028. В острый угол, равный 60°, вписаны две окружности, извне касающиеся друг друга. Радиус меньшей окружности равен r. Найти радиус большей окружности.

11.029. Через концы дуги окружности, содержащей 120°, проведены касательные, и в фигуру, ограниченную этими касательными и данной дугой, вписана окружность. Доказать, что ее длина равна длине исходной дуги.

11.030. В окружности проведены две хорды $AB = a$ и $AC = b$. Длина дуги AC вдвое больше длины дуги AB. Найти радиус окружности.

11.031. Общая хорда двух пересекающихся окружностей видна из их центров под углами 90° и 60°. Найти радиусы окружностей, если расстояние между их центрами равно $\sqrt{3}+1$.

11.032. В сектор AOB с радиусом R и углом 90° вписана окружность, касающаяся отрезков OA, OB и дуги AB. Найти радиус окружности.

11.033. Дана точка P, удаленная на 7 см от центра окружности радиуса 11 см. Через эту точку проведена хорда длиной 18 см. Каковы длины отрезков, на которые делится хорда точкой P?

11.034. В окружности радиуса r проведена хорда, равная $0{,}5r$. Через один конец хорды проведена касательная к окружности, а через другой — секущая, параллельная касательной. Найти расстояние между касательной и секущей.

11.035. В большем из двух концентрических кругов проведена хорда, равная 32 см и касающаяся меньшего круга. Определить длину радиуса каждого из кругов, если ширина образовавшегося кольца равна 8 см.

11.036. Круг радиуса R разделен двумя концентрическими с ним окружностями на три равновеликие фигуры. Найти радиусы этих окружностей.

11.037. Площадь кругового кольца равна S. Радиус большей окружности равен длине меньшей окружности. Определить радиус последней.

11.038. Определить площадь кругового кольца, заключенного между двумя концентрическими окружностями, длины которых равны C_1 и C_2 $(C_1 > C_2)$.

11.039. Хорда AB постоянной длины скользит своими концами по окружности радиуса R. Точка C этой хорды, находящаяся на расстояниях a и b от концов A и B хорды, описывает при полном обороте окружность. Вычислить площадь кольца, заключенного между данной окружностью и окружностью, описанной точкой C.

11.040. Внутри круга радиуса 15 см взята точка M на расстоянии 13 см от центра. Через эту точку проведена хорда длиной 18 см. Найти длины отрезков, на которые точка M делит хорду.

11.041. В круговой сектор с центральным углом 120° вписан круг. Найти радиус описанного круга, если радиус данного круга равен R.

11.042. В круговой сектор, дуга которого содержит 60°, вписан круг. Найти отношение площади этого круга к площади сектора.

11.043. Круг радиуса R обложен четырьмя равными кругами, касающимися данного так, что каждые два соседних из этих четырех кругов касаются друг друга. Вычислить площадь одного из этих кругов.

11.044. Три окружности разных радиусов попарно касаются друг друга. Отрезки, соединяющие их центры, образуют прямоугольный треугольник. Найти радиус меньшей окружности, если радиусы большей и средней окружностей равны 6 и 4 см.

11.045. Три равные окружности радиуса r попарно касаются одна другой. Вычислить площадь фигуры, расположенной вне окружностей и ограниченной их дугами, заключенными между точками касания.

11.046. Общей хордой двух кругов стягиваются дуги в 60° и 120°. Найти отношение площадей этих кругов.

11.047. Доказать, что если диаметр полукруга разделить на две произвольные части и на каждой из них построить как на диаметре полуокружность (внутри данного полукруга), то площадь, заключенная между тремя полуокружностями, равна площади круга, диаметр которого равен длине перпендикуляра к диаметру полукруга, проведенного в точке деления до пересечения с окружностью.

11.048. Определить площадь круга, вписанного в сектор круга радиуса R с хордой $2a$.

11.049. Сторона равностороннего треугольника, вписанного в окружность, равна a. Вычислить площадь отсекаемого ею сегмента.

11.050. Сторона квадрата, вписанного в окружность, равна a. Вычислить площадь отсекаемого ею сегмента.

11.051. Круг разделен на два сегмента хордой, равной стороне правильного вписанного треугольника. Определить отношение площадей этих сегментов.

11.052. Круг, радиус которого равен R, разделен на два сегмента хордой, равной стороне вписанного квадрата. Определить площадь меньшего из этих сегментов.

11.053. В круге радиуса R по разные стороны от центра проведены две параллельные хорды, одна из которых равна стороне правильного вписанного треугольника, а другая — стороне правильного вписанного шестиугольника. Определить площадь части круга, содержащейся между хордами.

11.054. Три окружности радиусов $R_1 = 6$ см, $R_2 = 7$ см, $R_3 = 8$ см попарно касаются друг друга. Определить площадь треугольника, вершины которого совпадают с центрами этих окружностей.

11.055. Каждая из трех равных окружностей радиуса r касается двух других. Найти площадь треугольника, образованного общими внешними касательными к этим окружностям.

11.056. В круг радиуса R вписаны два правильных треугольника так, что при их взаимном пересечении каждая из сторон разделилась на три равных отрезка. Найти площадь пересечения этих треугольников.

11.057. Общая хорда двух окружностей служит для одной из них стороной вписанного квадрата, а для другой — стороной правильного вписанного шестиугольника. Найти расстояние между центрами окружностей, если радиус меньшей из них равен r (рассмотреть два возможных случая расположения окружностей).

11.058. Общая хорда двух пересекающихся окружностей равна a и служит для одной окружности стороной правильного вписанного треугольника, а для другой — стороной вписанного квадрата. Определить расстояние между центрами окружностей (рассмотреть два возможных случая).

11.059. Одна из двух параллельных прямых касается окружности радиуса R в точке A, а другая пересекает эту окружность в точках B и C. Выразить площадь треугольника ABC как функцию расстояния x между прямыми.

11.060. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки длиной 5 и 12 см. Найти катеты треугольника.

11.061. Радиусы вписанной и описанной окружностей прямоугольного треугольника равны соответственно 2 и 5 см. Найти катеты треугольника.

11.062. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 15 см, а радиус вписанной в него окружности равен 6 см. Найти стороны треугольника.

11.063. Один из катетов прямоугольного треугольника равеи 15 см, а радиус окружности, вписанной в треугольник, равен 3 см. Найти площадь треугольника.

11.064. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, относится к радиусу вписанной в него окружности как 5 : 2. Найти площадь треугольника, если один из его катетов равен a.

11.065. В прямоугольный треугольник вписана полуокружность так, что диаметр лежит на гипотенузе, а центр делит гипотенузу на отрезки длиной 15 и 20 см. Найти площадь треугольника и длину вписанной полуокружности.

11.066. На большем катете треугольника как на диаметре построена полуокружность. Найти ее длину, если длина меньшего катета 30 см, а хорда, соединяющая вершину прямого угла с точкой пересечения гипотенузы и полуокружности, равна 24 см.

11.067. Окружность касается большего катета прямоугольного треугольника, проходит через вершину противолежащего острого угла и имеет центр на гипотенузе треугольника. Каков радиус окружности, если длины катетов равны 5 и 12?

11.068. Найти радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 3 см, а один из катетов равен 10 см.

11.069. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15 см, а проекция другого катета на гипотенузу равна 16 см. Найти радиус окружности, вписанной в треугольник.

11.070. Периметр прямоугольного треугольника равен $2p$, а гипотенуза равна c. Определить площадь круга, вписанного в треугольник.

11.071. Найти площадь круга, вписанного в прямоугольный треугольник, если проекции катетов на гипотенузу равны 9 и 16 м.

11.072. Найти площадь круга, вписанного в прямоугольный треугольник, если высота, проведенная к гипотенузе, делит последнюю на отрезки длиной 25,6 и 14,4 см.

11.073. Периметр прямоугольного треугольника равен 24 см, площадь его равна 24 см^2. Найти площадь описанного круга.

11.074. Катеты прямоугольного треугольника равны 6 и 8 см. Найти расстояние от центра вписанной в треугольник окружности до центра описанной около него окружности.

11.075. Окружность касается одного из катетов равнобедренного прямоугольного треугольника и проходит через вершину противоположного острого угла. Найти радиус окружности, если ее центр лежит на гипотенузе, а катет треугольника равен a.

$\boxed{\textbf{11.076.}}$ Найти отношение радиуса окружности, вписанной в равнобедренный прямоугольный треугольник, к высоте, опущенной на гипотенузу.

11.077. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 10 см, основание равно 12 см. К окружности, вписанной в треугольник, проведены касательные, параллельные высоте треугольника и отсекающие от данного треугольника два прямоугольных треугольника. Найти длины сторон этих треугольников.

11.078. Длина высоты, проведенной к основанию равнобедренного треугольника, равна 25 см, а радиус вписанной окружности равен 8 см. Найти длину основания треугольника.

11.079. В равнобедренный треугольник с углом 120° при вершине и боковой стороной a вписана окружность. Найти радиус этой окружности.

$\boxed{\textbf{11.080.}}$ В равнобедренном треугольнике основание равно 30 см, а боковая сторона равна 39 см. Определить радиус вписанного круга.

11.081. Найти площадь равнобедренного треугольника с углом 120°, если радиус вписанного круга равен $\sqrt[4]{12}$ см.

11.082. В равнобедренном треугольнике основание равно 16 см, а боковая сторона равна 10 см. Найти радиусы вписанной и описанной окружностей и расстояние между их центрами.

11.083. Найти площадь круга, описанного около равнобедренного треугольника, если основание этого треугольника равно 24 см, а боковая сторона равна 13 см.

$\boxed{\textbf{11.084.}}$ К окружности, вписанной в равнобедренный треугольник с основанием 12 см и высотой 8 см, проведена касательная, параллельная основанию. Найти длину отрезка этой касательной, заключенного между сторонами треугольника.

11.085. На основании равнобедренного треугольника, равном 8 см, как на хорде построена окружность, касающаяся боковых сторон треугольника. Найти радиус окружности, если длина высоты, проведенной к основанию треугольника, равна 3 см.

11.086. Из точки A проведены две прямые, касающиеся окружности радиуса R в точках B и C так, что треугольник ABC — равносторонний. Найти его площадь.

11.087. Площадь равностороннего треугольника, вписанного в окружность, равна Q^2. Доказать, что радиус окружности равен $\frac{2Q\sqrt[4]{3}}{3}$.

11.088. В окружность, диаметр которой равен $\sqrt{12}$, вписан правильный треугольник. На его высоте как на стороне построен другой правильный треугольник, в который вписана новая окружность. Найти радиус этой окружности.

11.089. В правильный треугольник вписана окружность и около него описана окружность. Найти площадь образовавшегося кольца, если сторона треугольника равна a.

11.090. Каждая сторона правильного треугольника разделена на три равные части, и соответственные точки деления, считая в одном направлении, соединены между собой. В полученный правильный треугольник вписана окружность радиуса $r = 6$ см. Определить стороны треугольников.

11.091. Дан правильный треугольник ABC. Точка K делит сторону AC в отношении 2 : 1, а точка M — сторону AB в отношении 1 : 2 (считая в обоих случаях от вершины A). Показать, что длина отрезка KM равна радиусу окружности, описанной около треугольника ABC.

11.092. В равносторонний треугольник вписана окружность. Этой окружности и сторон треугольника касаются три малые окружности. Найти сторону треугольника, если радиус малой окружности равен r.

11.093. На диаметре $2R$ полуокружности построен правильный треугольник, сторона которого равна диаметру. Треугольник расположен по ту же сторону от диаметра, что и полуокружность. Вычислить площадь той части треугольника, которая лежит вне круга.

11.094. На диаметре полукруга построен правильный треугольник, стороны которого равны диаметру. Как относятся площади частей треугольника, лежащих вне и внутри круга?

11.095. В окружность радиуса R вписан треугольник с углами 15° и 60°. Найти площадь треугольника.

11.096. Стороны треугольника равны 13, 14 и 15 см. Найти отношение площадей описанного и вписанного в треугольник кругов.

11.097. В треугольнике длины сторон относятся как 2 : 3 : 4. В него вписан полукруг с диаметром, лежащим на большей стороне. Найти отношение площади полукруга к площади треугольника.

11.098. Дан треугольник со сторонами 12, 15 и 18 см. Проведена окружность, касающаяся обеих меньших сторон и имеющая центр на большей стороне. Найти отрезки, на которые центр окружности делит бóльшую сторону треугольника.

11.099. Расстояние от центра круга до хорды длиной 16 см равно 15 см. Найти площадь треугольника, описанного около круга, если периметр треугольника равен 200 см.

11.100. Доказать, что отношение периметра треугольника к одной из его сторон равно отношению высоты, опущенной на эту сторону, к радиусу вписанной окружности.

11.101. В прямоугольный треугольник с катетами a и b вписан квадрат, имеющий с треугольником общий прямой угол. Найти периметр квадрата.

11.102. В правильный треугольник вписан квадрат, сторона которого равна m. Найти сторону треугольника.

11.103. Найти площадь квадрата, вписанного в правильный треугольник со стороной a.

$\boxed{\textbf{11.104.}}$ Сторона правильного треугольника, вписанного в окружность, равна a. Вычислить площадь квадрата, вписанного в ту же окружность.

11.105. На сторонах квадрата вне его построены правильные треугольники, и их вершины последовательно соединены. Определить отношение периметра полученного четырехугольника к периметру данного квадрата.

11.106. В квадрате, сторона которого a, середины двух смежных сторон соединены между собой и с противоположной вершиной квадрата. Найти площадь внутреннего треугольника.

11.107. В равнобедренный треугольник вписан квадрат единичной площади, одна сторона которого лежит на основании треугольника. Найти площадь треугольника, если известно, что центры масс треугольника и квадрата совпадают (центр масс треугольника лежит на пересечении его медиан).

$\boxed{\textbf{11.108.}}$ Площадь равнобедренного треугольника равна $\frac{1}{3}$ площади квадрата, построенного на основании этого треугольника. Длины боковых сторон треугольника короче длины его основания на 1 см. Найти длины сторон и высоты треугольника, проведенной к основанию.

11.109. Найти площадь правильного треугольника, вписанного в квадрат со стороной a при условии, что одна из вершин треугольника совпадает с вершиной квадрата.

11.110. На сторонах равнобедренного прямоугольного треугольника с гипотенузой c вне этого треугольника построены квадраты. Центры этих квадратов соединены между собой. Найти площадь полученного треугольника.

11.111. В квадрате со стороной 12 см середины двух смежных сторон соединены между собой и с противоположной вершиной квадрата. Найти радиус круга, вписанного в образовавшийся треугольник.

$\boxed{\textbf{11.112.}}$ В квадрат вписан другой квадрат, вершины которого лежат на сторонах первого, а стороны составляют со сторонами первого квадрата углы в 60°. Какую часть площади данного квадрата составляет площадь вписанного?

11.113. Дан квадрат, две вершины которого лежат на окружности радиуса R, две другие — на касательной к этой окружности. Найти длину диагонали квадрата.

11.114. Около квадрата со стороной a описана окружность. В один из образовавшихся сегментов вписан квадрат. Определить площадь этого квадрата.

11.115. В сегмент, дуга которого равна 60°, вписан квадрат. Вычислить площадь квадрата, если радиус круга равен $2\sqrt{3}+\sqrt{17}$.

$\boxed{\textbf{11.116.}}$ Сторона квадрата, вписанного в окружность, отсекает сегмент, площадь которого равна $(2\pi - 4)$ см^2. Найти площадь квадрата.

11.117. Площадь прямоугольника равна 9 см^2, а величина одного из углов, образованного диагоналями, равна 120°. Найти стороны прямоугольника.

11.118. В круг радиуса R вписан прямоугольник, площадь которого вдвое меньше площади круга. Определить стороны прямоугольника.

11.119. В прямоугольнике проведены биссектрисы двух углов, прилежащих к большей стороне. На какие части делится площадь прямоугольника этими биссектрисами, если стороны прямоугольника равны 2 и 4 м?

11.120. В прямоугольный треугольник с углом 60° вписан ромб со стороной, равной 6 см, так, что угол в 60° у них общий и все вершины ромба лежат на сторонах треугольника. Найти стороны треугольника.

11.121. В треугольник вписан ромб так, что один угол у них общий, а противоположная вершина делит сторону треугольника в отношении 2 : 3. Диагонали ромба равны m и n. Найти стороны треугольника, содержащие стороны ромба.

11.122. Сумма длин диагоналей ромба равна m, а его площадь равна S. Найти сторону ромба.

11.123. В ромб с острым углом 30° вписан круг, площадь которого равна Q. Найти площадь ромба.

11.124. Периметр ромба равен 2 м, длины его диагоналей относятся как 3 : 4. Найти площадь ромба.

11.125. Определить сторону ромба, зная, что площадь его равна S, а длины диагоналей относятся как $m : n$.

11.126. Периметр ромба равен $2p$; длины диагоналей относятся как $m : n$. Вычислить площадь ромба.

11.127. Высота ромба равна 12 см, а одна из его диагоналей равна 15 см. Найти площадь ромба.

11.128. Высота ромба, проведенная из вершины тупого угла, делит его сторону на отрезки длиной m и n, считая от вершины острого угла. Определить диагонали ромба.

11.129. Ромб, у которого сторона равна меньшей диагонали, равновелик кругу радиуса R. Определить сторону ромба.

11.130. В ромб с острым углом 30° вписан круг, а в круг — квадрат. Найти отношение площади ромба к площади квадрата.

11.131. В пересечение двух равных кругов вписан ромб с диагоналями 12 и 6 см. Найти радиус каждой из окружностей.

11.132. В ромб, который делится своей диагональю на два равносторонних треугольника, вписана окружность радиуса 2. Найти сторону ромба.

11.133. Доказать, что если в четырехугольнике диагонали лежат на биссектрисах его углов, то такой четырехугольник есть ромб.

11.134. На сторонах ромба как на диаметрах описаны полуокружности, обращенные внутрь ромба. Определить площадь полученной розетки, если диагонали ромба равны a и b.

11.135. Периметр параллелограмма равен 90 см, а острый угол содержит 60°. Диагональ параллелограмма делит его тупой угол на части в отношении 1 : 3. Найти стороны параллелограмма.

11.136. Величина одного из углов параллелограмма равна 60°, а меньшая диагональ равна $2\sqrt{31}$ см. Длина перпендикуляра, проведенного из точки пересечения диагоналей к большей стороне, равна $0{,}5\sqrt{75}$ см. Найти длины сторон и большей диагонали параллелограмма.

11.137. Перпендикуляр, проведенный из вершины параллелограмма к его диагонали, делит эту диагональ на отрезки длиной 6 и 15 см. Разность длин сторон параллелограмма равна 7 см. Найти длины сторон параллелограмма и его диагоналей.

11.138. В параллелограмме с периметром 32 см проведены диагонали. Разность между периметрами двух смежных треугольников равна 8 см. Найти длины сторон параллелограмма.

11.139. В параллелограмме *ABCD* высота, проведенная из вершины *B* тупого угла к стороне *AD*, делит ее в отношении 5 : 3, считая от вершины *D*. Найти отношение $AC : BD$, если $AD : AB = 2$.

$\boxed{\textbf{11.140.}}$ Через точки *R* и *E*, принадлежащие сторонам *AB* и *AD* параллелограмма *ABCD* и такие, что $AR = \frac{2}{3}AB,\ AE = \frac{1}{3}AD,$ проведена прямая. Найти отношение площади параллелограмма к площади полученного треугольника.

11.141. Доказать, что в параллелограмме *ABCD* расстояния от любой точки диагонали *AC* до сторон *BC* и *CD* обратно пропорциональны длинам этих сторон.

11.142. Доказать, что если через вершины четырехугольника провести прямые, параллельные его диагоналям, то площадь параллелограмма, определяемого этими прямыми, в 2 раза больше площади данного четырехугольника.

11.143. Две окружности радиуса *R* с центрами O_1 и O_2 касаются друг друга. Их пересекает прямая в точках *A, B, C* и *D* так, что $AB = BC = CD$. Найти площадь четырехугольника O_1ADO_2.

$\boxed{\textbf{11.144.}}$ В точках пересечения двух окружностей с радиусами 4 и 8 см касательные к ним взаимно перпендикулярны. Вычислить площадь фигуры O_1ABO_2, где *AB* — общая касательная к окружностям, а O_1 и O_2 — их центры.

11.145. Большее основание трапеции имеет длину 24 см. Найти длину ее меньшего основания, если известно, что расстояние между серединами диагоналей трапеции равно 4 см.

11.146. Один из углов трапеции равен 30°, а прямые, содержащие боковые стороны трапеции, пересекаются под прямым углом. Найти длину меньшей боковой стороны трапеции, если ее средняя линия равна 10 см, а одно из оснований равно 8 см.

11.147. Вычислить площадь трапеции, параллельные стороны которой содержат 16 и 44 см, а непараллельные — 17 и 25 см.

$\boxed{\textbf{11.148.}}$ Длины параллельных сторон трапеции равны 25 и 4 см, а длины непараллельных сторон — 20 и 13 см. Найти высоту трапеции.

11.149. Основания трапеции равны *a* и *b* ($a > b$), углы при большем основании равны $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{4}$. Найти площадь трапеции.

11.150. Вычислить площадь трапеции *ABCD* $(AD \parallel BC)$, если длины ее оснований относятся как 5 : 3 и площадь треугольника *ADM* равна 50 см^2, где *M* — точка пересечения прямых *AB* и *CD*.

11.151. Вычислить площадь трапеции по разности оснований, равной 14 см, и двум непараллельным сторонам, равным 13 и 15 см, если известно, что в трапецию можно вписать окружность.

11.152. В трапеции, площадь которой равна 594 м^2, высота 22 м, а разность параллельных сторон равна 6 м, найти длину каждой из параллельных сторон.

11.153. Доказать, что площадь трапеции равна произведению длины одной из непараллельных сторон и длины перпендикуляра, проведенного через середину другой боковой стороны к первой.

11.154. Трапеция разбита диагоналями на четыре треугольника. Найти отношение площадей треугольников, прилегающих к боковым сторонам трапеции.

11.155. Диагональ прямоугольной трапеции и ее боковая сторона равны. Найти длину средней линии, если высота трапеции равна 2 см, а боковая сторона равна 4 см.

11.156. Вычислить площадь прямоугольной трапеции, если ее острый угол равен 60°, меньшее основание равно *a,* а бóльшая боковая сторона равна *b.*

11.157. Прямые, содержащие боковые стороны равнобедренной трапеции, пересекаются под прямым углом. Найти длины сторон трапеции, если ее площадь равна 12 см^2, а длина высоты равна 2 см.

11.158. Определить боковую сторону равнобедренной трапеции, если ее основания равны 8 и 14 см, а площадь равна 44 см^2.

11.159. Диагональ равнобедренной трапеции делит ее тупой угол пополам. Меньшее основание трапеции равно 3 см, периметр равен 42 см. Найти площадь трапеции.

11.160. В равнобедренной трапеции одно основание равно 40 см, а другое — 24 см. Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Найти ее площадь.

11.161. В равнобедренной трапеции длина средней линии равна 5, а диагонали взаимно перпендикулярны. Найти площадь трапеции.

11.162. Большее основание трапеции в 2 раза больше ее меньшего основания. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. Найти отношение высоты каждой из двух полученных трапеций к высоте данной трапеции.

11.163. Основания равнобедренной трапеции равны a и b, боковая сторона равна c, а диагональ равна d. Доказать, что $d^2 = ab + c^2$.

11.164. Найти диагональ и боковую сторону равнобедренной трапеции с основаниями 20 и 12 см, если известно, что центр описанной окружности лежит на большем основании трапеции.

11.165. В равнобедренной трапеции даны основания $a = 21$ см, $b = 9$ см и высота $h = 8$ см. Найти радиус описанного круга.

11.166. В окружность радиуса R вписана трапеция, у которой нижнее основание вдвое больше каждой из остальных сторон. Найти площадь трапеции.

11.167. Длины оснований равнобедренной трапеции относятся как 5 : 12, а длина ее высоты равна 17 см. Вычислить радиус окружности, описанной около трапеции, если известно, что ее средняя линия равна высоте.

11.168. Найти площадь равнобедренной трапеции, если ее высота равна h, а боковая сторона видна из центра описанной окружности под углом 60°.

ОГЛАВЛЕНИЕ