УЧЕБНИК ДЛЯ ВУЗОВ

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

К. В. Криничанский

ОСНОВЫ ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ



ИЗДАТЕЛЬСТВО Прометей

УДК 336.3 (075.8)
ББК 65.050.3
К 82

Рекомендован учебно-научным Департаментом финансовых рынков и банков Финансового университета при Правительстве Российской Федерации

Рецензенты:

Смирнов Е.Н., докт. экон. наук, профессор, заместитель заведующего кафедрой экономической теори и мировой экономики ФГБОУ ВО «Государственный университет управления»;
Панова С.А., докт. техн. наук, канд. экон. наук, профессор Департамента финансовых рынков и банков ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»;
Соловьев П.Ю., канд. экон. наук, генеральный директор ООО «АйТиАй Технологии».

Криничанский К.В.
К 82 **Основы финансовых вычислений:** Учебник / К.В. Криничанский. — М.: Прометей, 2019. — 392 с.

ISBN 978-5-907166-02-8

В книге раскрывается понятийный аппарат теории финансовых вычислений, излагаются концептуальные предпосылки финансово-математического анализа, раскрываются методики расчета и планирования параметров кредитных, депозитных, инвестиционных операций, сделок с ценными бумагами и т.п. Изложение сопровождается необходимыми графическими иллюстрациями, при решении ряда ключевых примеров показаны способы расчета с использованием табличного редактора MS Excel и его надстроек. Книга предназначена для студентов, обучающихся в бакалавриате и магистратуре по направлениям подготовки Экономика, Менеджмент, Прикладная математика и информатика, а также широкого круга интересующихся вопросами поиска эффективных решений в области экономики, финансов и инвестиций.

УДК 336.3 (075.8)
ББК 65.050.3

ISBN 978-5-907166-02-8

© К.В. Криничанский, 2019
© Издательство «Прометей», 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 8

Глава 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ 13

1.1. Базовые концепции теории финансовых вычислений 13

1.2. Термины и обозначения в теории финансовых вычислений 17

1.3. Ссудный процент, учетная ставка и другие виды процентных ставок 24

Вопросы и задания 28

Глава 2. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПРОСТЫХ ПРОЦЕНТОВ 30

2.1. Наращение по простым процентам 30

2.2. Простые учетные ставки и учетные операции 38

2.3. Наращение при плавающей процентной ставке 42

2.4. Операция капитализации процентов 44

Вопросы и задания 46

Глава 3. МЕТОДЫ ФИНАНСОВО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СЛОЖНЫХ И НЕПРЕРЫВНЫХ ПРОЦЕНТОВ 50

3.1. Формула наращения по сложным процентам и ее следствия 51

3.2. Варьирование параметрами коэффициента наращения 55

3.3. Номинальная и эффективная процентные ставки 57

3.4. Непрерывное начисление процентов 69

3.5. Операция дисконтирования 74

Вопросы и задания 77

Глава 4. ПРИНЦИП ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ В ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ И ЕГО ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ 81

4.1. Эквивалентность процентных ставок 81

4.2. Расчет средней процентной ставки 93

Вопросы и задания 103

Глава 5. РАСЧЕТЫ ПАРАМЕТРОВ КОНТРАКТОВ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ КОНТРАКТНЫХ УСЛОВИЙ И ПРОБЛЕМА ВЫБОРА 102

5.1. Принципы и методы осуществления изменения условий контрактов 102

5.2. Выбор между разновреме́нными платежами 107

5.3. Сплиты и консолидации 114

Вопросы и задания 123

Глава 6. УЧЕТ ИНФЛЯЦИИ И НАЛОГОВ В ПРАКТИКЕ ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ 127

6.1. Измерение инфляции 127

6.2. Влияние инфляции на процесс наращения капитала 130

6.3. Защита от инфляции: метод индексации ставки процентов 134

6.4. Расчет нормы доходности, учитывающей инфляцию и налоги 141

Вопросы и задания 145

Глава 7. ДЕНЕЖНЫЕ ПОТОКИ И АННУИТЕТЫ. АНАЛИЗ ПОСТОЯННЫХ ФИНАНСОВЫХ РЕНТ 147

7.1. Понятие денежного потока и финансовой ренты 148

7.2. Параметры и характеристики денежных потоков. Классификация денежных потоков и финансовых рент 152

7.3. Наращенная сумма постоянной ренты 159

7.3.1. Годовая рента с годовой процентной ставкой 159

7.3.2. Наращенная сумма годовой ренты с начислением процентов чаще одного раза в год 166

7.3.3. Наращенные суммы p-периодных рент 167

7.3.4. Наращенная сумма годовой ренты с непрерывным начислением процентов 169

7.4. Приведенная стоимость постоянных рент 171

7.4.1. Годовая рента с годовой процентной ставкой 171

7.4.2 Приведенная стоимость годовой ренты с начислением процентов более одного раза в год 176

7.4.3. Приведенная стоимость бесконечных рент с постоянным платежом 178

7.5. Некоторые зависимости между обобщающими характеристиками финансовых рент 181

7.5.1. Зависимость между наращенной суммой и приведенной стоимостью ренты 181

7.5.2. Соотношение обобщающих характеристик рент пренумерандо, постнумерандо и рент с платежами в середине периода 182

7.6. Модели, основанные на использовании понятия приведенной стоимости потока платежей 183

7.6.1. Модель депозитной книжки 183

7.6.2. Модель купли/продажи бизнеса 189

7.6.3. Модель финансирования инвестиционного фонда 192

Вопросы и задания 195

Глава 8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОСТОЯННЫХ РЕНТ 198

8.1. Определение величины разового платежа 198

8.2. Определение срока ренты 205

8.3. Определение ставки процента 213

8.3.1. Метод линейной интерполяции 214

8.3.2. Метод Ньютона-Рафсона 219

Вопросы и задания 225

Глава 9. АНАЛИЗ ОТЛОЖЕННЫХ И НЕПРЕРЫВНЫХ РЕНТ 229

9.1. Анализ отложенных рент 229

9.2. Постоянная непрерывная рента 233

9.2.1. Расчет обобщающих характеристик непрерывной ренты 233

9.2.2. Определение срока постоянной непрерывной ренты 238

9.2.3. Определение ставки процентов в расчетах с использованием модели постоянной непрерывной ренты 239

Вопросы и задания 242

Глава 10. АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ПЕРЕМЕННЫХ ПОТОКОВ ПЛАТЕЖЕЙ И ФИНАНСОВЫХ РЕНТ 245

10.1. Понятие и виды переменных потоков платежей 245

10.2. Потоки с разовыми изменениями платежей 247

10.2.1. Нерегулярный поток платежей 247

10.2.2. Переменная рента с разовыми изменениями величины платежа 249

10.3. Непрерывные переменные потоки платежей 253

10.3.1. Линейно изменяющийся непрерывный поток платежей 254

10.3.2. Экспоненциальный непрерывный поток платежей 256

Вопросы и задания 261

Глава 11. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ ФИНАНСОВЫХ РЕНТ В МОДЕЛИРОВАНИИ КРЕДИТА 264

11.1. Основные параметры плана погашения кредита 264

11.2. Погашение кредита разовым платежом 267

11.2.1. Создание погасительного фонда с помощью постоянных взносов 268

11.2.2. Создание погасительного фонда с помощью переменных взносов 271

11.3. Погашение кредита по схеме амортизации основного долга 275

11.3.1. Погашение основного долга равными долями 275

11.3.2. Погашение кредита равными срочными уплатами 280

11.3.3. Погашение кредита переменными срочными платежами 291

Вопросы и задания 295

Глава 12. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ОКУПАЕМОСТИ И СРАВНИТЕЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ 299

12.1. Основные вопросы оценки эффективности инвестиционных проектов 299

12.2. Методика определения и правило чистой приведенной стоимости 304

12.3. Методика расчета и правило внутренней нормы рентабельности 311

12.4. Расчет срока окупаемости 318

12.5. Методика определения индекса рентабельности проекта 323

Вопросы и задания 327

Глава 13. ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В ОПЕРАЦИЯХ НА РЫНКЕ ЦЕННЫХ БУМАГ 331

13.1. Акции: модель дисконтирования дивидендов 332

13.2. Модель нулевого роста дивидендов 334

13.3. Модель постоянного роста дивидендов 336

13.4. Смешанная модель: модель переменного роста 338

13.5. Оценка с учетом конечного срока владения 340

13.6. Оценка доходности купонных облигаций 343

13.7. Оценка чувствительности цены облигации к уровню процентной ставки 350

Вопросы и задания 359

Приложение 1 364

Приложение 2 368

Приложение 3 372

Приложение 4 376

Приложение 5 380

Приложение 6 384

Литература 388

Рекомендуемые периодические издания 391

ПРЕДИСЛОВИЕ

Основы финансовых вычислений — это прикладная дисциплина. Ее целью является обеспечение субъектов управления финансами методами, техниками и приемами, способствующими должному выполнению данными субъектами функций планирования, прогнозирования, мониторинга. Сами субъекты управления представляют здесь все категории экономических единиц, так что речь идет о том, что методы и приемы финансовых вычислений охватывают в итоге все сферы финансов — личные финансы, финансы организаций и публичные финансы.

Представляемая дисциплина нередко излагается под другими названиями — «Финансовая математика», «Финансовые и коммерческие расчеты», «Количественный финансовый анализ», «Математика финансового менеджмента». Как самостоятельные области изучения — это довольно молодые дисциплины. При этом они опираются на понятийный аппарат и инструментарий с многовековой историей. Категории капитала и процента, концепции начисления и взимания процентов, методы расчета рентабельности, оценка экономической целесообразности инвестиций, расчет параметров рент и прочие методы разрабатывались не одним поколением финансистов, учетчиков, юристов, представителей делового сообщества.

Современная теория финансовых вычислений ориентирована на решение разных по своей сложности задач. Изначально она была ориентирована на выработку единых принципов и построение на их основе методов осуществления финансовых и коммерческих расчетов. В настоящее время она все более обращается к сложным задачам, к которым следует отнести:

– разработку методов управления капиталом;

– анализ ситуаций, предполагающих выбор из альтернативных вариантов в связи с заключаемыми или пересматриваемыми финансовыми, инвестиционными или коммерческими контрактами;

– анализ сложных финансовых инструментов, в том числе ценных бумаг, производных финансовых инструментов;

– анализ операций с отдельными категориями объектов инвестирования, такими как драгоценные металлы, земля и недвижимость;

– методологическое развитие теории страхования, риск-менеджмента и пр.

В настоящее время методами и техникой теории финансовых вычислений пользуется большое число ученых, специалистов, участников рынка. Менеджеры, акционеры, инвесторы, финансовые аналитики, представители органов государственного управления в той или иной мере заинтересованы в ответе на вопросы, подобные перечисленным ниже.

Каким способом в конкретной ситуации измерить степень эффективности участия определенного экономического субъекта в контракте?

Как правильно выбрать оптимальный или наиболее эффективный из допускаемых текущей ситуацией альтернативных вариантов экономического поведения или рассматриваемых проектов? Какими критериями при этом следует руководствоваться?

Какова оценка конечных результатов операции для каждой из участвующих в ней сторон?

Какова зависимость конечных результатов от основных параметров операции или сделки? Как измерить взаимосвязь этих параметров? Каковы должны быть их допустимые граничные значения?

Как разработать план оптимального выполнения финансовых операций?

Каковы окажутся финансовые результаты сделки в случае изменения ее условий? Как влияют условия среды на экономические характеристики инвестиционного проекта? И так далее.

На все эти вопросы пытается найти ответ междисциплинарная область, именуемая основами финансовых вычислений.

Основы финансовых вычислений как учебная дисциплина во многом строится вокруг изучения методов определения изменения стоимости денег во времени. Однако в более широком рассмотрении она может включать не только разделы финансовой математики, но и методы актуарных расчетов, математику

случайных процессов, математическую статистику и теорию вероятностей. При этом в центре ее внимания — понятия стоимости и доходности, а ее главная задача — разработка методов и методик определения стоимостных и временны́х параметров финансовых и инвестиционных операций, процессов и сделок, а также моделей управления инвестициями, капиталом и его составляющими.

Методики расчетов, рассматриваемые в рамках изучаемой дисциплины, используются для определения параметров и задания характеристик инвестиционных стратегий и операций, государственных и негосударственных займов, кредитов, выпусков ценных бумаг, в расчетах амортизации, страховых премий, пенсионных начислений и выплат, при составлении планов погашения долга, оценке прибыльности рыночных сделок и операций.

Финансовая практика разнообразна и непрерывно меняется. Сделки и финансовые контракты могут предусматривать различного рода ограничения, оговорки, исключительные правила осуществления платежей, условия начисления процентов, которые привязаны к некоторым образом заданным обстоятельствам. Изложить детализированные методики, которые бы охватывали все возможные случаи,— недостижимая, да и в общем то избыточная цель. Главное, чего мы собираемся достичь — это ознакомить вас с основными направлениями финансово-математического анализа, основополагающими концепциями, применяемыми моделями, наконец, научить находить решения, приложимые в некоторых практических ситуациях.

Книга содержит тринадцать тем, представляющих основные разделы курса. В первых трех главах излагаются базовые положения данной дисциплины, раскрывается понятийный аппарат, постулируются подходы и методы анализа.

Четвертая, пятая и шестая главы посвящены рассмотрению одного из ключевых методов анализа в теории финансовых вычислений — метода финансовой эквивалентности. Мы разбираем возможности этого метода при решении таких практически важных задач, как замена одной схемы начисления процентов на другую; учет инфляционного фактора и обязательности уплаты налогов при разработке базовых показателей финансового

планирования; изменение условий контрактов. В главах с седьмой по двенадцатую вводятся основные понятия и разбираются методы теории денежных потоков, исследуются модели постоянных, переменных и непрерывных аннуитетов. Тринадцатая глава посвящена рассмотрению ряда методик расчета основных параметров, возникающих в связи с операциями на рынках акций и ценных бумаг с фиксированным доходом.

Особое внимание в книге уделено практическим иллюстрациям излагаемых финансово-математических методов. Рассматриваемые примеры охватывают такие сферы экономической деятельности, как финансы организаций и публичные финансы, банковское дело (в т.ч. сбережения и кредиты), инвестиционная деятельность — как в части финансовых, так и реальных инвестиций. Многие примеры снабжены иллюстрациями, инструктирующими читателя о возможности автоматизации расчетов путем использования при решении практических задач компьютерных программ и приложений (в частности, приложения *MS Excel*).

С целью упрощения усвоения материала в учебном пособии, как правило, опускаются доказательства используемых формул, однако подробно излагается экономический смысл параметров и результатов расчетов. В книге делаются ссылки на другие источники. Осваивающим курс впервые рекомендуется обращать внимание на порядок использования тех или иных методов, алгоритмы решения задач, обязательное согласование размерности величин в расчетах и прочие содержащиеся в пособии замечания, нацеленные на лучшее освоение дисциплины, понимание результатов и избежание ошибок.

В конце отдельных параграфов учебного пособия содержатся рекомендации по подготовке к освоению следующего параграфа или главы. Они включают основную опорную терминологию курса и советы по решению типовых задач. После каждой главы предлагаются вопросы и задачи для самостоятельной работы. Обращу внимание, что в процессе обучения очень важно практиковать решение достаточно большого числа задач с различными исходными условиями и ситуациями. Для этого можно воспользоваться банком задач, представленных как в настоящей книге, так и в других источниках.

Книга рекомендуется студентам бакалавриата, специалитета и магистратуры, обучающимся по направлениям «Экономика» и «Менеджмент», преподавателям экономических дисциплин. Излагаемый в данной книге материал может быть полезен широкому кругу читателей, проявляющих интерес к вопросам принятия решений в сферах экономики, финансов и инвестиций, а также тем читателям, которые поставили себе цель повысить свой уровень финансового образования.

ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Изучение данной главы позволит студенту:

знать

- смысл категорий справедливой стоимости, чистой приведенной стоимости;
- смысл понятий простых и сложных, дискретных и непрерывных процентов; фиксированных и плавающих, рисковых и свободных от риска процентных ставок; базовой ставки, маржи, премии за риск;
- условные обозначения, используемые в теории финансовых вычислений;

уметь

- формулировать понятия начальной и наращенной сумм, наращения и дисконтирования, процентов, процентной ставки, срока операции, интервала начисления, временно́й базы, антисипативного и декурсивного способов начисления процентов, ссудного процента, учетной ставки;
- обосновать концепции временно́й стоимости денег, альтернативных издержек, приведенной стоимости, финансовой эквивалентности;

владеть

- навыками иллюстрации базовых доктрин теории финансовых вычислений;
- способами расчета ставки ссудного процента и учетной ставки.

1.1. Базовые концепции теории финансовых вычислений

Теория финансовых вычислений является научной областью, предлагающей практикам — финансовым менеджерам компаний, управляющим инвестиционными фондами, широкому кругу лиц, ищущих оптимальных финансовых и инвестиционных решений, набор методик для определения параметров сделок. Как и любая иная научная теория, она опирается на ряд аксиом и доктрин, которые в нашем случае чрезвычайно тесно связаны

с микроэкономикой. Прежде всего речь идет о теории потребительского выбора, в рамках которой развивается концепция межвременного выбора. Данная концепция постулирует возможность принятия экономическим субъектом оптимального решения относительно распределения дохода между текущим и будущим потреблением, опираясь на предположение о существовании рынка капитала, на котором данный субъект может свободно совершать операции двух типов — размещать часть дохода, не истраченного на текущее потребление, под проценты, а также — получать кредит на то, чтобы расширить объем потребления, когда величина текущего дохода оказывается ниже предпочитаемого объема потребления индивида. Можно легко убедиться, что используемые при этом понятия *линии трансформации* (текущего потребления в будущее) и *предельной нормы трансформации* сродни коэффициенту наращения — понятию, широко используемому в теории финансовых вычислений.

Одной из базовых концепций теории финансовых вычислений является *концепция* временно́й *стоимости денег (time value cost)*. Самым простым ее выражением является формула: «сегодняшний доллар стоит больше, чем завтрашний». В таком виде она имеет простое обоснование: сегодняшние деньги дороже завтрашних, поскольку, будучи немедленно инвестированы под безрисковую ставку на рынке капитала, они возрастут к любой будущей дате. Отсюда, согласно доктрине рационального поведения, экономический агент предпочтет сегодняшние деньги завтрашним, имея в виду одну и ту же сумму в номинальном выражении. Еще один вывод из данной концепции состоит в том, что рациональный агент будет требовать *вознаграждения за ожидание*, т. е за отказ от возможности распорядиться деньгами немедленно.

Другой базовой концепцией теории финансовых вычислений является *концепция альтернативных издержек*. Для ее изложения воспользуемся следующей иллюстрацией. Сравним двух агентов, обладающих какой-то суммой и не предполагающих истратить деньги в текущем периоде. Допустим, что они следуют разным моделям сберегательного поведения: один из них открывает депозит в надежном банке, а другой держит деньги в домашнем сейфе. По окончании установленного периода пер-

вый агент получит свои деньги с некоторым приростом, тогда как средства второго агента не изменятся в объеме. Таким образом, выясняется, что выбор второго агента влечет для него определенную упущенную выгоду или, как принято говорить, издержки. Такие издержки называют *«альтернативными издержками капитала»*. Они рассчитываются исходя из нормы процента, показывающей установленный темп прироста на капитал за взятый период. Таким образом, смысл понятия *«альтернативные издержки капитала»* заключается в том, что не помещенная в деловой оборот наличность не приносит дохода, потенциальная возможность получения которого заложена существованием финансового рынка.[1]

В действительности, современный финансовый рынок не только открывает возможности для безопасного сбережения денег, аккумулируя спрос и предложение на денежные ресурсы, организуя деятельность на рынке специализированных посредников — финансовых институтов, обеспечивающих упрощение возмездной и возвратной передачи ресурсов от сберегателей к иным инвесторам. Он также создает альтернативы внутри альтернатив, то есть в ответ на рациональное поведение сберегателей предлагает множество альтернатив инвестирования наличности, различающихся такими условиями, как сроки, начальные суммы, уровень риска и пр.

Концепции временно́й стоимости денег и альтернативных издержек подчеркивают одну из самых существенных черт современной экономики: некоторое имеющееся богатство будет вновь и вновь инвестироваться, а экономические агенты будут искать выгодные ниши — направления инвестирования средств, денежный капитал будет трансформироваться в определенные *активы* — на определенной стадии кругооборота в *финансовые*, но в конечном итоге — в *реальные*.

[1] Здесь показано узкое толкование концепции альтернативных издержек. На самом деле альтернативные издержки можно усмотреть в случае экономического использования любых ресурсов, не только денежных, так что следование принципу минимизации альтернативных издержек будет равносильно стремлению достичь эффективности в распределении имеющихся ресурсов.

Своего рода продолжением обеих рассмотренных выше концепций является третья — *концепция приведенной стоимости*[1], разработанная для решения задачи сравнения инвестиционных альтернатив. Действительно, на основании чего агенты будут принимать решения об инвестировании в тот или иной конкретный проект? Аккумулируя ресурсы и приобретая определенные активы, агенты рассчитывают либо на получение *потока доходов*, распределенных в будущем, либо на возможность последующей продажи данных активов, либо на обе опции одновременно. Очевидно, что здесь речь идет об *оценке проектов и финансовых активов*, доходы от которых или выручка от их продажи наступят в будущем.

Кратко изложим базовые постулаты концепции приведенной стоимости. Право собственности на финансовый актив влечет право на поток будущих поступлений от данного актива. Данный поток может быть либо детерминированным, либо случайным. Оценим величину каждого элемента такого потока, после чего рассчитаем их приведенные стоимости и суммируем их. Данная сумма, называемая приведенной стоимостью потока платежей, считается релевантной оценкой цены соответствующего финансового актива.

Значение приведенной стоимости каждого из элементов денежного потока будет равняться произведению величины поступления, приходящегося на соответствующую дату, на дисконтирующий (понижающий) коэффициент вида $\left(\frac{1}{1+r}\right)^n$. Данный коэффициент носит название *коэффициента дисконтирования*. Параметр n в данном коэффициенте — это показатель срока (времени до момента получения соответствующего денежного поступления); r — ставка процента. Параметр процентной ставки здесь может иметь следующий смысл: он может быть задан как уровень доходности на капитал, которая бы устраивала инвестора, отказывающегося от возможности обладания наличностью сегодня в пользу получения определенных доходов завтра.

[1] В фундаментальном труде Р. Брейли и С. Майерса «Принципы корпоративных финансов» говорится о теории приведенной стоимости [2, с. 12—15].

В литературе нередко можно встретить суждение о том, что полученная методом дисконтирования денежного потока оценка стоимости актива указывает на его *справедливую стоимость*. В конкретном случае эта сумма может оказаться как ниже, так и выше его рыночной цены на текущий момент. Применительно к области оценки финансовых активов разность между приведенной стоимостью всех поступлений от финансового актива и его текущей рыночной стоимостью именуется *чистой приведенной стоимостью (Net Present Value, NPV)*[1]. Данная величина лучшим образом определяет выбор агента. Простейшее правило гласит, что рациональному агенту следует инвестировать в актив при условии, что *NPV* операции по покупке соответствующего актива положительна, и воздержаться от такой инвестиции в ином случае — когда *NPV* равна нулю или отрицательна[2].

Наконец, еще одна концепция теории финансовых вычислений — это *концепция финансовой эквивалентности*. В своем базовом варианте она гласит, что два платежа или потока платежей будут считаться эквивалентными при условии, что их приведенные стоимости равны. В сущности, изложенный выше подход к оценке финансовых активов — это частный случай концепции финансовой эквивалентности.

1.2. Термины и обозначения в теории финансовых вычислений

Перечислим основные характеристики и параметры операций, которые могли бы быть названы сделками «в рост». К ним относятся:

1) начальный капитал;

2) доходность (интенсивность роста капитала, выраженная темповым показателем);

3) срок, время проведения операции;

4) капитал на конец операции.

[1] Подробнее о его свойствах и характеристиках см. параграф 12.2 настоящего издания.

[2] Сделаем оговорку, что в нашем случае такой агент не рассматривает иные критерии или обстоятельства, которые могли бы повлиять на его решение.

Можно заметить, что тот же набор параметров характеризует множество видов инвестиционных (связанных с реальными инвестициями или вложениями в депозиты, ценные бумаги) и кредитных операций. Вследствие этого имеет смысл ввести ряд общих терминов для любых типов подобных операций или процессов, которым целесообразно присвоить также единые условные обозначения. Итак, установим основную терминологию курса, введем определения понятий и ознакомимся с принятыми в литературе обозначениями.[1]

Начальная сумма **(*P* *(Principal)*)**[1] — характеристика стоимостного объема операции, контракта или сделки, относящаяся к некоторому моменту времени, определенному как начальный.

Наращенная сумма **(*S*)** — характеристика стоимостного объема операции, контракта или сделки, относящаяся к некоторому моменту времени, определенному как конечный; символ S нами также будет использоваться для обозначения величины ***будущей суммы***, например, суммы ожидаемого или обещанного платежа по долговому обязательству.

Переменные P и S по своим свойствам относятся к категории переменных запаса.

Наращение первоначальной (инвестированной, ссужаемой) стоимости, суммы или капитала — процесс увеличения инвестированных средств, суммы займа и пр. за счет присоединения начисленных процентов (дохода).

Термин «наращение» в ряде случаев может заменяться термином «накопление» (*compounding*). Данный процесс можно отобразить вектором, соединяющим начальную и конечную сумму, подобно вектору ($S(t_0)$, $S(t_n)$), показанному на рис. 1.2: *вектор наращения сонаправлен стреле времени*.

[1] Символы в скобках показывают ряд условных обозначений, встречающихся в данной книге и других источниках.

Проценты (*I* (*interest*)) — это абсолютное выражение дохода от операции, контракта или сделки (равным образом данный параметр может характеризовать абсолютную величину затрат за пользование заемными средствами).

Переменная *I* по своим свойствам относится к категории переменных *потока*.

Коэффициент (***оператор***) ***наращения*** ($k_н$) — величина, показывающая, во сколько раз выросла стоимость за определенный период.

Процентная ставка (***норма процента***) (*r* (*rate*), *I* (*interest rate*), ***d*** (*discount*), ***y***, ***Y*** (*yield*), ***δ***) — относительная величина, характеризующая интенсивность начисления процентов и показывающая, на сколько процентов изменится стоимость за определенный интервал времени.

Еще раз обращая внимание на множественность ситуаций, в которых значимым параметром является норма процента, отметим, что ее смысл будет в каждом практическом случае вполне точным, например, процентной ставкой будет ***ставка дохода от инвестиций в финансовые или реальные активы*** (*return, rate of return, return on investment*), уровень ***рентабельности бизнес-проекта*** (*rate of return, profitability ratio*), уровень ***доходности к погашению облигации*** (*yield to maturity*) или ***ставка дисконта по учитываемым векселям*** (*discount rate*).

Дисконтирование (*discounting*) — определение величины приведенной стоимости будущего денежного поступления (будущей суммы, выражающей стоимость определенного актива).

Операция дисконтирования в графических моделях отображается вектором, соединяющим конечную и начальную сумму, то есть имеющим противоположное направление по отношению к вектору наращения, подобному (S (t_0), $S(t_n)$), показанному на рис. 1.2: *вектор дисконтирования противонаправлен стреле времени*.

Коэффициент (оператор) дисконтирования **($k_д$)** — величина, позволяющая при умножении на нее наращенной суммы получить значение начальной суммы, то есть суммы, которую потребовалось бы инвестировать при заданных значениях ставки и срока для того, чтобы в конечном итоге получить известную величину наращенной суммы.

Процентная ставка, используемая при дисконтировании, именуется ***ставкой дисконта***. Коэффициент дисконтирования как соотношение между начальной и наращенной суммами оказывается величиной, обратной коэффициенту наращения.

Дисконтный множитель **(v)** — коэффициент дисконтирования с единичным параметром срока, $v = 1/(1+r)$.

Срок операции (конверсионный период, период начисления) **(n, T, τ)** — полный период (длительность) инвестиционной, финансово-кредитной операции, сделки, проекта, процесса.

Интервал начисления **($(t_{j+1} - t_j)$ или (t_j, t_{j+1}))** — это минимальный период, по прошествии которого производится начисление процентов.

Временна́я база **(K)** — величина, показывающая, какой продолжительности в днях задан календарный год; принимает значения 360, 365 или 366.

Перед тем как перейти к применению введенных понятий и изучению наших моделей постулируем тот факт, что наша способность измерения *номинального богатства* обязана существованию таких феноменов, как деньги и денежные системы. В свою очередь, деньги как экономическое явление и носитель важных экономических функций не всегда выполняет ряд своих функций совершенным образом. В частности, денежные системы и экономики стран подвержены негативному воздействию инфляционного фактора. Бóльшая часть истории стран

с рыночной экономикой фиксирует снижение покупательной способности, иначе, обесценивание денежных единиц в данных странах. Это явление включается агентами в формируемые ими ожидания и определяет их поведение. Рациональный агент будет предпочитать сегодняшние деньги завтрашним помимо уже названных мотивов следуя также тому обстоятельству, что одна и та же сумма (заданная в номинальных единицах) завтра будет обладать меньшей покупательной способностью, нежели сегодня.

Зафиксируем на момент времени $t = 0$ ценность (номинал) денежной единицы. Как изменится реальная ценность такой единицы через какой-то временной интервал? Определим, что по прошествии периода n эта ценность составит $1/(1+h)$, где h — темп изменения ценности денежной единицы за интервал. Из опыта известно, что в коротком периоде параметр h может быть как положительным, так и отрицательным числом, в длинном — только положительным (см. рис. 1.1).

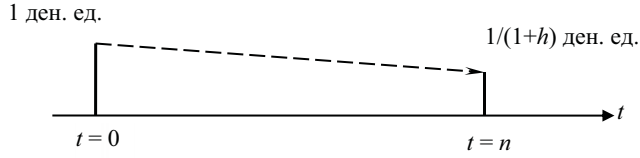


Рис. 1.1. Динамика ценности денежной единицы во времени

В условиях проявления всех рассмотренных аспектов, составляющих феномен временно́й стоимости денег, экономические субъекты находят определенные принципы, правила и алгоритмы поведения. Так, одним из базовых принципов (и, одновременно, побудительных мотивов), которому следуют представители частного сектора — фирмы и предприниматели, является стремление к приумножению капитала через зарабатывание прибыли. На практике это означает, что такие хозяйствующие субъекты направляют аккумулированные ими ресурсы *в дело* и добиваются увеличения первоначально инвестированного капитала.

Формализация процесса роста капитала может быть представлена несколькими способами. Если вести речь об абсолютных показателях, то применима следующая запись:

$$S(t_n)=S(t_0)+I, \qquad t_n>t_0 \tag{1.1}$$

где I — величина абсолютного прироста капитала за период (t_0, t_n).

Проиллюстрируем данный процесс с помощью рисунка, на котором схематично изображена некоторая инвестиционная операция, срочность которой измеряется периодом $n > 0$, а результативность — абсолютным приращением I начального капитала $S(t_0)$ за период операции, так что начальный капитал достигает величины, иначе, наращенная сумма $S(t_n)$ равна сумме $(S(t_0)+I)$.



Рис. 1.2. Рост величины инвестированного капитала

Из рисунка видно, что уровень «новой» стоимости $S(t_n)$ зависит от фактора времени (срока нахождения капитала в обороте) и фактора интенсивности роста (рентабельности бизнеса). Оба фактора определяют уровень прироста капитала I. *В теории финансовых вычислений указанный показатель интенсивности роста (рентабельности инвестированного капитала) именуется другими привычными терминами — «процент» или «процентная ставка».* Этот относительный показатель используется также и для отражения эффектов временно́й стоимости денег.[1]

Определим правила измерения его величины. Итак, обозначим буквой I величину прироста капитала (доход от инвестиционной деятельности, проценты по кредиту). Зададим функцию $f = S(r, t)$, выражающую зависимость изменения во времени

[1] Как показано выше, он используется при определении значений приведенной стоимости активов.

в номинальных единицах инвестированного экономическим субъектом капитала.

Согласно введенным выше обозначениям, имеем $S(t_0) = P$. Для краткости записи условимся «новую» стоимость (наращенную сумму) обозначать через S: $S(t_n) = S$. Выражения, показанные в данном абзаце, еще раз подчеркивают, что начальная и наращенная суммы являются переменными запаса.

В свою очередь, показатель дохода или процентов I является переменной потока, подчеркивая, что он является продуктом некоторых процессов, которые протекают между моментами времени t_0 и t_n.

Будем считать отношение I / P интенсивностью изменения стоимости (капитала) во времени и обозначим данный параметр символом r:

$I / P = r$.

В более привычном виде параметр r представляется после его умножения на $100\,\%$:

$$(I / P) \times 100\,\% = r\,(\%). \qquad (1.2)$$

Данный показатель, как следует из данного изложения и введенных определений, называют процентом или процентной ставкой. Поскольку доход или проценты, как сказано выше,— это итог некоторого экономического процесса, протекающего между моментами времени t_0 и t_n, это же относится и к процентной ставке r. Иными словами, когда мы говорим, например, о результате коммерческой сделки или установленной цене (заемного) капитала $r(\%)$, следует всегда добавлять временну́ю характеристику. Это может быть 10 процентов годовых или 23 процента за 1 год и 4 месяца или 4,5 процента за 270 дней и т.д.

Отметим заранее, что эталонной временно́й размерностью для процентных ставок является год, так что чаще всего после цифрового выражения величины процентной ставки мы встречаем вербальное пояснения в виде выражения «процентов годовых» или в англоязычной литературе р.а. (*per annum*).

Рассмотрим основные виды процентных ставок.

1.3. Ссудный процент, учетная ставка и другие виды процентных ставок

В финансовой практике сложилось два основных способа (метода) начисления процентов — декурсивный и антисипативный.

Декурсивный способ начисления процентов — это способ, при использовании которого проценты начисляются в конце каждого интервала начисления, а величина процентной ставки определяется делением процентов на величину начального капитала:

$$r = \frac{S - P}{P} = \frac{I}{P}. \qquad (1.2а)$$

Такую процентную ставку r принято называть *декурсивной процентной ставкой* или ***ссудным процентом*** (нормой ссудного процента).

Величина, полученная по формуле (1.2а), выражается в долях единицы за период начисления процентов.

Наиболее распространенными примерами практического использования декурсивного способа начисления процентов и ссудного процента являются вычисление прогнозируемой или фактической нормы доходности (рентабельности) инвестиционной операции[1], установление ставки доходности по депозиту или цены кредита — процентной ставки, по которой устанавливается платеж за пользование кредитными средствами.

Антисипативный (или предварительный) способ начисления процентов — это способ, при котором проценты начисляются предварительно, то есть в начале каждого интервала начисления, а процентная ставка определяется делением процентов (дисконта) на конечную (будущую) сумму:

$$d = \frac{S - P}{S} = \frac{D}{S}, \qquad (1.3)$$

где D — дисконт, или общая сумма процентов за весь конверсионный период.

1 При этом величина процентов будет обозначать, соответственно, прогнозируемый (ожиданемый) или фактически полученный доход по данной операции.

Такую процентную ставку d называют *антисипативной процентной ставкой* (имея в виду предварительное установление суммы дохода D, исходя из величины предполагаемого (ожидаемого) поступления S по инвестиционной или кредитной операции (сделке)) или ***учетной ставкой***.

Размерность учетной ставки будет также выражаться в долях единицы или, при умножении на 100,— в процентах за период начисления процентов.

Наиболее известной областью использования антисипативных ставок является практика учета векселей в банках. Ставка рефинансирования Центрального банка, имеющая то же историческое происхождение, как и ставка, применяемая при учете коммерческих векселей, также является по своей природе учетной ставкой.

Часто в экономической литературе понятия ссудного процента и учетной ставки не различаются и обозначаются собирательным термином «процентная ставка». Это не всегда оправданно. Специальные отрасли финансов, изучающие практические вопросы поведения участников финансово-инвестиционных процессов, требуют четкого различения данных понятий.

Классификация процентных ставок не заканчивается их делением на ссудные и учетные. Более полный набор их видов, объединенных в некоторые группы, представлен на рисунке 1.3.

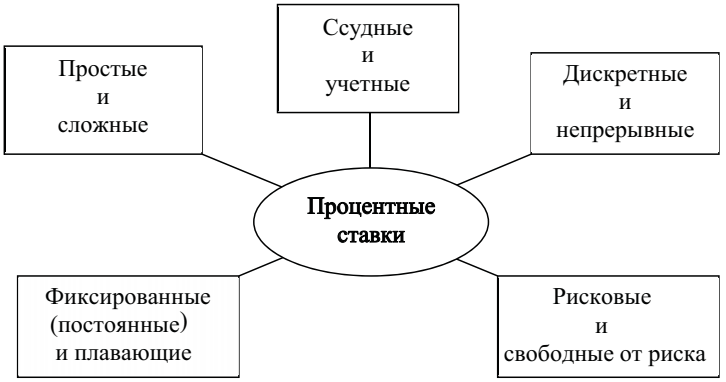


Рис. 1.3. Виды процентных ставок

Для начисления процентов на практике используют схемы **простых процентов** (*simple interest*), **сложных процентов** (*compound*[1] *interest*), **непрерывной ставки** (*continuously compounded interest rate*), включая некоторые их подвиды. Принципиальным отличием простых и сложных процентов является отсутствие либо применение периодической *капитализации процентов*[2]. Если капитализация процентов осуществляется для каждого предельно малого интервала начисления, говорят о применении непрерывных процентов, и соответствующую ставку именуют непрерывной.

Процентная ставка как параметр финансовых контрактов может быть **постоянной (фиксированной)** или **переменной (плавающей)**. Несмотря на то, что условие уплаты фиксированной ставки может показаться простым и логичным, оно может не устраивать одну или обе стороны контракта, так как закрепляет цену кредита на будущие периоды, в то время как эта цена может существенно измениться. Определение величины плавающей ставки является результатом договоренности сторон, согласно которой вырабатывается устраивающий обе стороны график и (или) условия изменения уровня ставки.

Частным случаем контрактов с плавающей ставкой процента является случай, когда величина ставки устанавливается согласно определенному правилу. Часто за данное правило принимается установление величины процентных платежей, исходя из сложившейся стоимости денежных ресурсов на денежном рынке международного финансового центра. Таким рынком, в частности, является лондонский денежный рынок. Данный рынок формирует так называемые *базовые ставки*, такие как ставки Либор (*LIBOR*) и Либид (*LIBID*)[3]. Именно *LIBOR* ис-

[1] В литературе в качестве термина, означающего капитализацию или накопление процентов можно встретить термин «компаундинг» (*compounding*).

[2] Подробное рассмотрение данного понятия предпринято в параграфе 2.4.

[3] *LIBOR* – англ. *London Interbank Offered Rate* – ставка предложения кредитных ресурсов первоклассными банками на Лондонском межбанковском кредитном рынке. ЛИБОР является индикатором текущего состояния рынка краткосрочных кредитных ресурсов. *LIBID* – англ. *London Interbank Bid Rate* – ставка спроса на кредитные ресурсы или предложения нормы

пользуется в качестве базовой ставки для формирования условий тысяч финансовых контрактов, в которых необходимо учитывать динамичность параметров рынка заемных средств, и в которых наиболее приемлемым является установление условия переменной ставки.

Конкретное значение переменной ставки за определенный период рассчитывается как сумма базовой ставки и надбавки (маржи) к ней:

Переменная ставка = *LIBOR* + *marging*.

Величина *marging* устанавливается сторонами контракта заранее и является неизменной. Она указывает на размер *премии за риск*, характеризующей как индивидуального заемщика, так и соответствующий заключаемый сторонами долговой контракт.

Наконец, на рисунке 1.3 обозначен еще один вариант классификации процентных ставок. Речь идет о ставках, свободных от риска и рисковых ставках. Процентными ставками, свободными от риска, называют ставки доходности по наиболее надежным вложениям. Многие десятилетия такими вложениями признаются вложения в облигации Министерства финансов США. Надежность сохранения капитала при покупке таких ценных бумаг определяет относительно низкий уровень доходности от таких инвестиций. В один и тот же момент времени инвестиции в любые иные активы должны предполагать более высокий риск, а поэтому по ним устанавливается более высокий уровень рыночной или ожидаемой доходности. В таких случаях также говорят, что доходность финансового инструмента включает *премию за риск*.

процентов по депозитам первоклассными банками. Данные ставки (индикаторы) часто именуются фиксингами. Фиксинг может рассматриваться как величина, складывающаяся на определенном рынке, которая может служить базовой мерой для определения условий прочих кредитно-финансовых сделок.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что является предметом изучения дисциплины «Основы финансовых вычислений»? Что можно назвать ее объектом?
2. Охарактеризуйте концепцию временно́й стоимости денег.
3. Назовите факторы и причины, определяющие предпочтение экономических субъектов сегодняшних денег завтрашним.
4. Охарактеризуйте концепцию альтернативных издержек.
5. В чем заключается двойственность используемого параметра процентной ставки?
6. Дайте формулировки понятиям начальной и наращенной сумм, наращения и дисконтирования, процентов, процентной ставки, срока операции, интервала начисления, временно́й базы. Выделите среди перечисленных переменные запаса и переменные потока.
7. Что означает термин «способ начисления процентов»? Перечислите известные способы начисления процентов?
8. Назовите отличия декурсивного и антисипативного способов начисления процентов. Как, по вашему мнению, они будут сказываться на практике их применения?
9. Почему процентная ставка как параметр финансовой операции, сделки или контракта должна обязательно иметь временну́ю размерность? Что считается эталонной временно́й размерностью процентных ставок?
10. Что можно найти общего и что отличного в вопросе оценки реальных и финансовых активов?
11. Раскройте содержание понятия приведенной стоимости в контексте понятия временно́й стоимости денег.
12. Каков экономический смысл понятия чистой приведенной стоимости?
13. Если критериальное условие выбора или отклонения рассматриваемого проекта — положительное *NPV*, каково будет с точки зрения инвестора требуемое соотношение между нормой доходности на капитал и альтернативными издержками?

14. Что корректней было бы избрать целью деятельности фирмы с точки зрения ее собственника — максимизацию величины среднегодовой прибыли или максимизацию рыночной стоимости акционерного капитала? Обоснуйте ответ.
15. Какие виды процентных ставок известны экономической и финансовой практике? Охарактеризуйте каждый из них.
16. Какие основания побуждают в финансовых контрактах устанавливать переменные процентные ставки?
17. Проиллюстрируйте, какова роль кредитных рейтинговых агентств в установлении цен на капитал на финансовом рынке?